
CORRECTION

I- GENERALITES

Un système possède des caractéristiques qui lui sont propres mais rarement satisfaisantes vis à vis des objectifs de bon fonctionnement que l'on souhaite :

Stabilité précision rapidité amortissement …

Et notamment en présence d'une perturbation.

Il est donc souvent nécessaire d'améliorer les performances du système en lui ajoutant des composants, généralement standards, qui vont le corriger.

Trois niveaux de correction sont possibles en fonction des caractéristiques sur lesquelles on veut agir :

- ***Action proportionnelle***
- ***Action intégrale***
- ***Action dérivée (avance de phase)***

Classiquement le correcteur est placé en sortie du comparateur

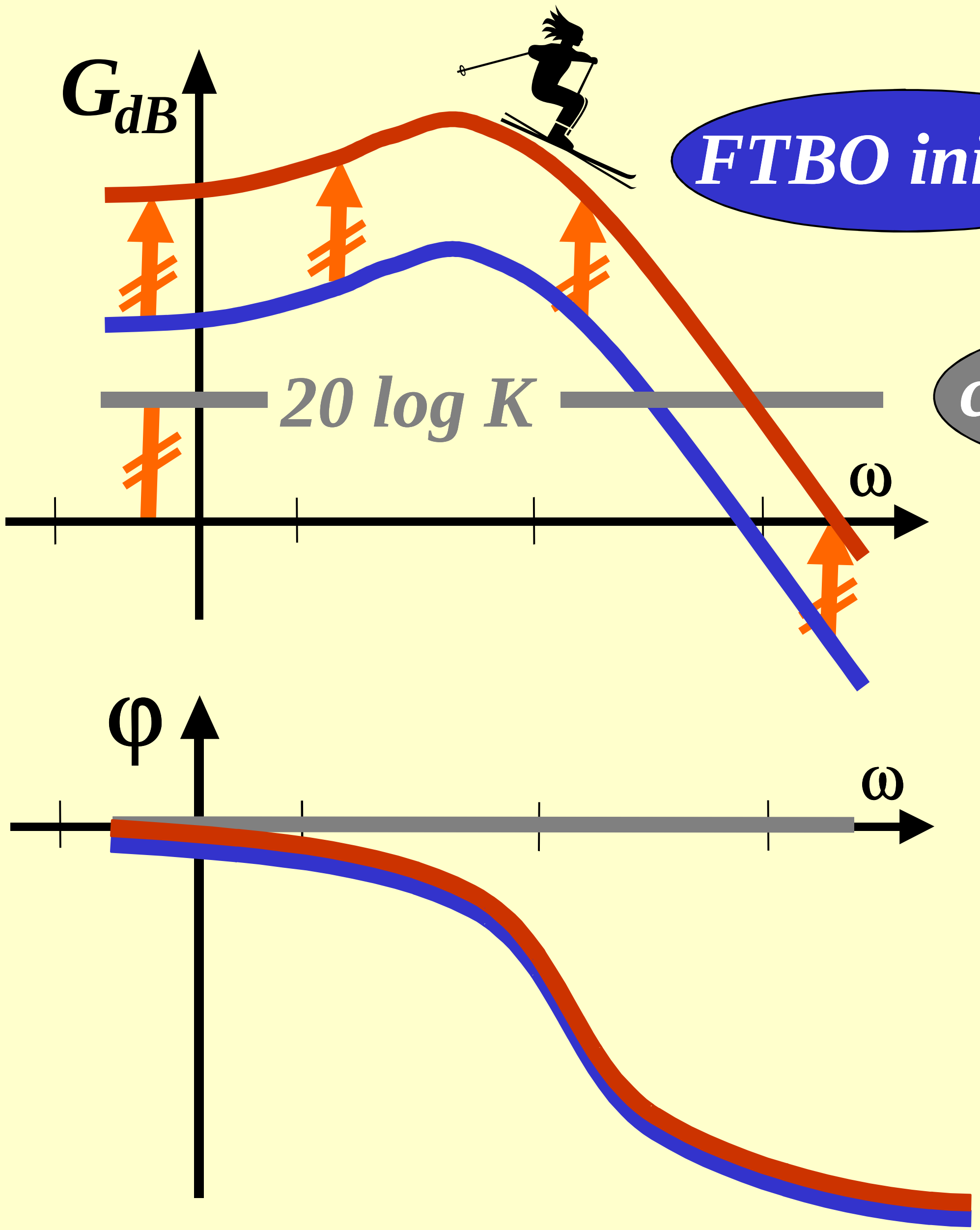
II- CORRECTION PROPORTIONNELLE

Il s'agit de modifier le gain global de la boucle ouverte. Généralement, le but recherché est d'agir sur la stabilité en permettant un réglage précis des marges de stabilité.

On peut également utiliser ce type de correcteur pour régler la précision (plus rare).

Bien noter cependant que ces deux critères sont incompatibles et qu'un compromis est à trouver.

> ***Rappel :*** ***une augmentation du gain global de la BO ↘ la stabilité mais ↗ la précision.***



FTBO initiale

correcteur

si K>1

translation vers le haut

FTBO corrigée

Phases inchangées

III- CORRECTION INTEGRALE

a) Principe :

L'idée consiste à augmenter la classe du système en ajoutant un intégrateur dans la BO

cela a pour effet immédiat d'améliorer la précision

***Nota :** l'inconvénient d'utiliser un intégrateur pur est qu'il ajoute 90° de phase ce qui rend souvent le système instable.*

En effet il faudrait que le système ait dès le départ une marge de phase bien supérieure à 90° (assez rare).

b) Forme approchée de l'action intégrale :

correcteur à retard de phase

Un tel correcteur a pour fonction de transfert

$$\frac{1+\tau.p}{1+b.\tau.p} \quad (b > 1)$$

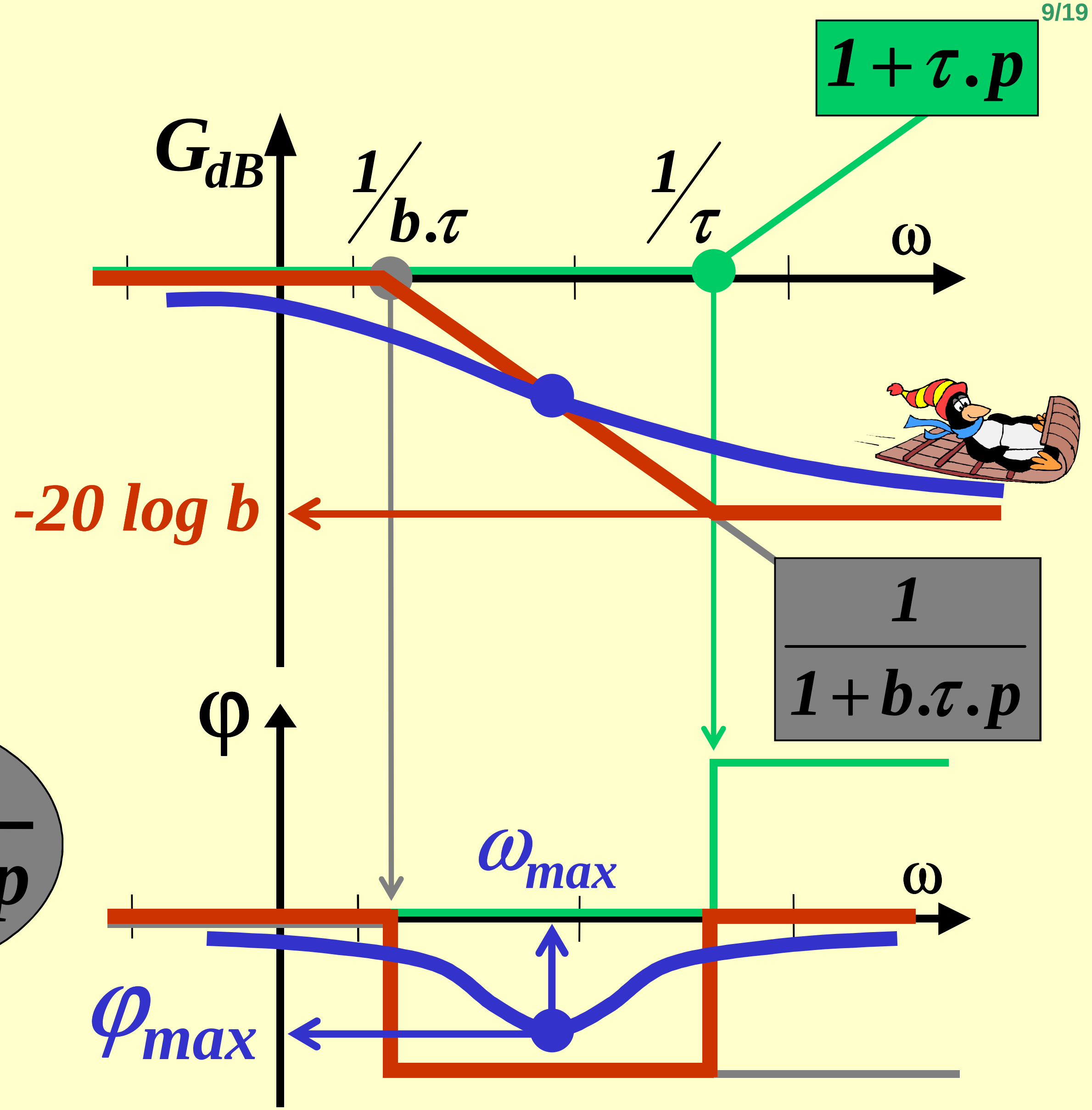
Nota: il s'agit d 'un premier ordre généralisé.

La classe du système n'est pas modifiée mais globalement ce correcteur permet de concilier stabilité et précision.

$$\frac{1+\tau.p}{1+b.\tau.p}$$

avec $b > 1$

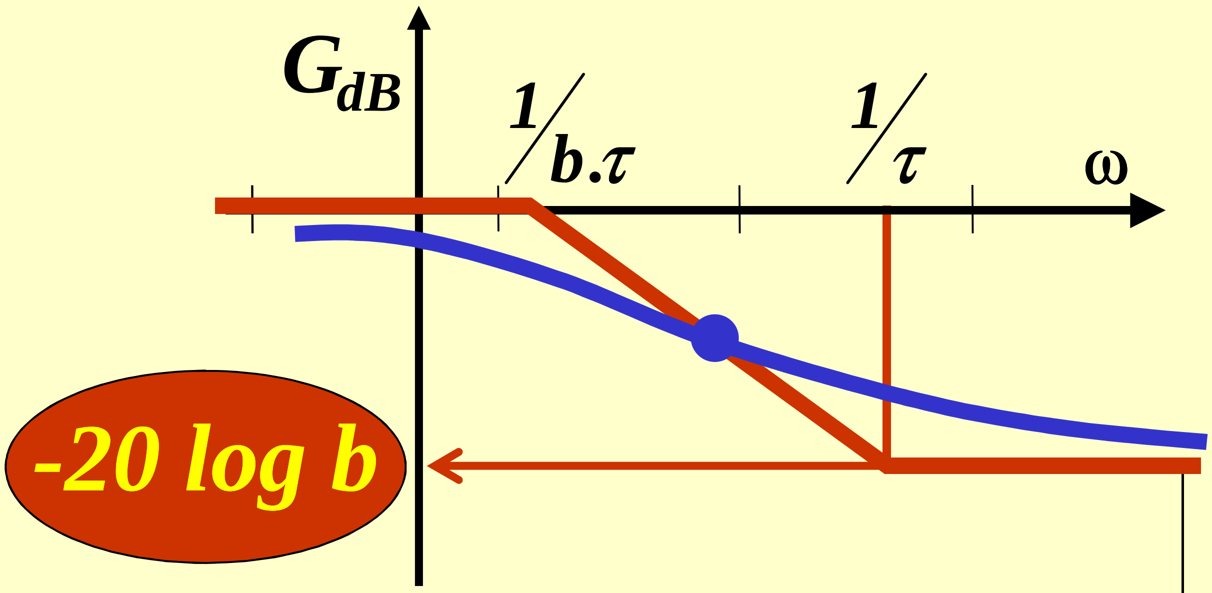
$$\left(1+\tau.p\right) \times \frac{1}{1+b.\tau.p}$$



Calcul du gain minimal

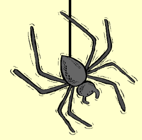
$$\frac{1+\tau.p}{1+b.\tau.p}$$

avec $b > 1$



$$20\log\left|\frac{1+j.\tau.\omega}{1+j.b.\tau.\omega}\right| \xrightarrow[\omega\to\infty]{} 20\log\left|\frac{j.\tau.\omega}{j.b.\tau.\omega}\right|$$

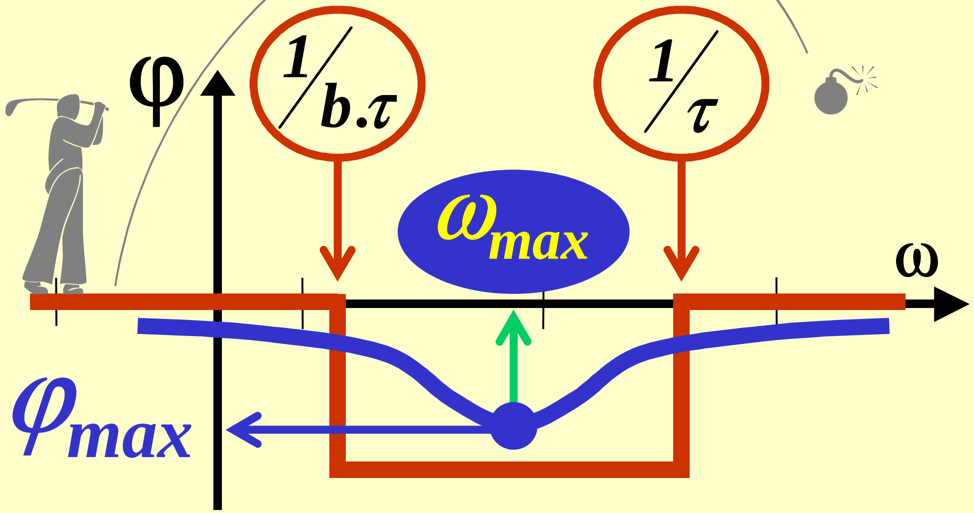
soit : $20\log\left|\dfrac{1}{b}\right| =$ **-20 log b**



Calcul de ω_{max}

$$\frac{1+\tau.p}{1+b.\tau.p}$$

avec $b > 1$



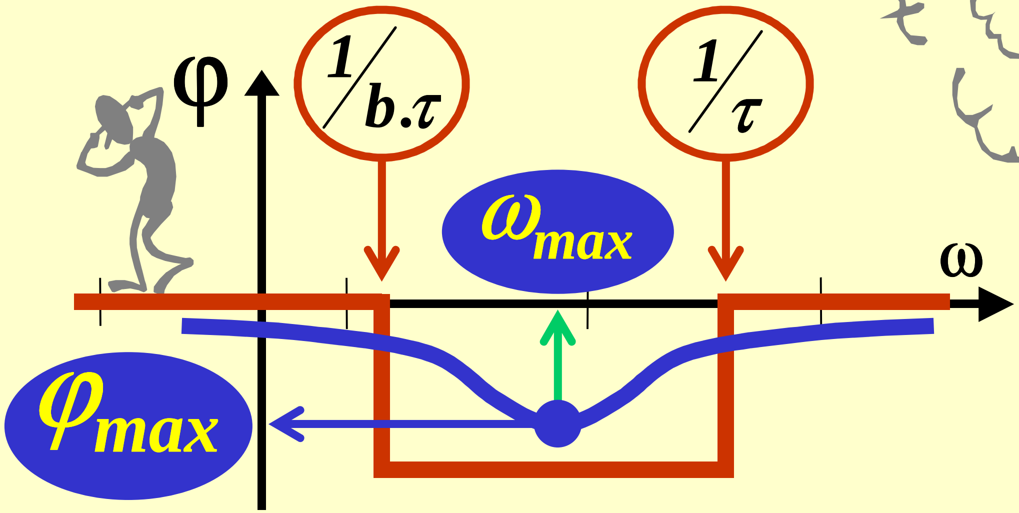
$$\frac{1}{2}\cdot\left(\log\frac{1}{b.\tau}+\log\frac{1}{\tau}\right)=\frac{1}{2}.\log\frac{1}{b.\tau^2}=\log\frac{1}{\tau.\sqrt{b}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{max}=\frac{1}{\tau.\sqrt{b}}}$$

Calcul de φ_{max}

$$\frac{1+\tau.p}{1+b.\tau.p}$$

avec $b > 1$



$$Arg\left(\frac{1+j.\tau.\omega}{1+j.b.\tau.\omega}\right) = Arg\,(1+j.\tau.\omega) - Arg\,(1+j.b.\tau.\omega)$$

avec $\omega_{max} = \dfrac{1}{\tau.\sqrt{b}}$

$$Arc\tan\frac{1}{\sqrt{b}} - Arc\tan\sqrt{b}$$

Autre expression de φ_{max}

$$Arc\tan\frac{1}{\sqrt{b}} - Arc\tan\sqrt{b}$$

Utilisons

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1+\tan a\,.\tan b}$$

$$\tan\varphi = \frac{\frac{1}{\sqrt{b}} - \sqrt{b}}{1+\frac{1}{\sqrt{b}}.\sqrt{b}} = \boxed{\frac{1-b}{2.\sqrt{b}}}$$

or $$(\tan\varphi)^2 = \left(\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right)^2 = \frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \boxed{\frac{\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi}}$$

$$\boxed{\frac{\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi} = \left(\frac{1-b}{2.\sqrt{b}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad 4.b.\sin^2\varphi = (1-b)^2 - \sin^2\varphi.(1-b)^2$$

$$\Rightarrow \quad \sin^2\varphi\,.\left(1+2.b+b^2\right) = (1-b)^2$$

$$\Rightarrow \quad \sin^2\varphi = \frac{(1-b)^2}{(1+b)^2}$$

soit finalement

$$\sin\varphi = \frac{1-b}{1+b}$$

c) Réglage d'un tel correcteur à retard de phase :

On remarque que ce type de correcteur apporte de la phase négative dans une certaine plage de pulsations.

Il faut donc faire bien attention à ce que cette plage ne corresponde pas à la zone du point critique. En effet cela aurait pour effet de diminuer fortement la marge de phase.

D'autre part, pour les pulsations supérieures à $1/\tau$, le gain du système initial est assez sensiblement diminué alors que les phases ne sont pratiquement plus modifiées.

Cela a donc tendance à augmenter la marge de gain.

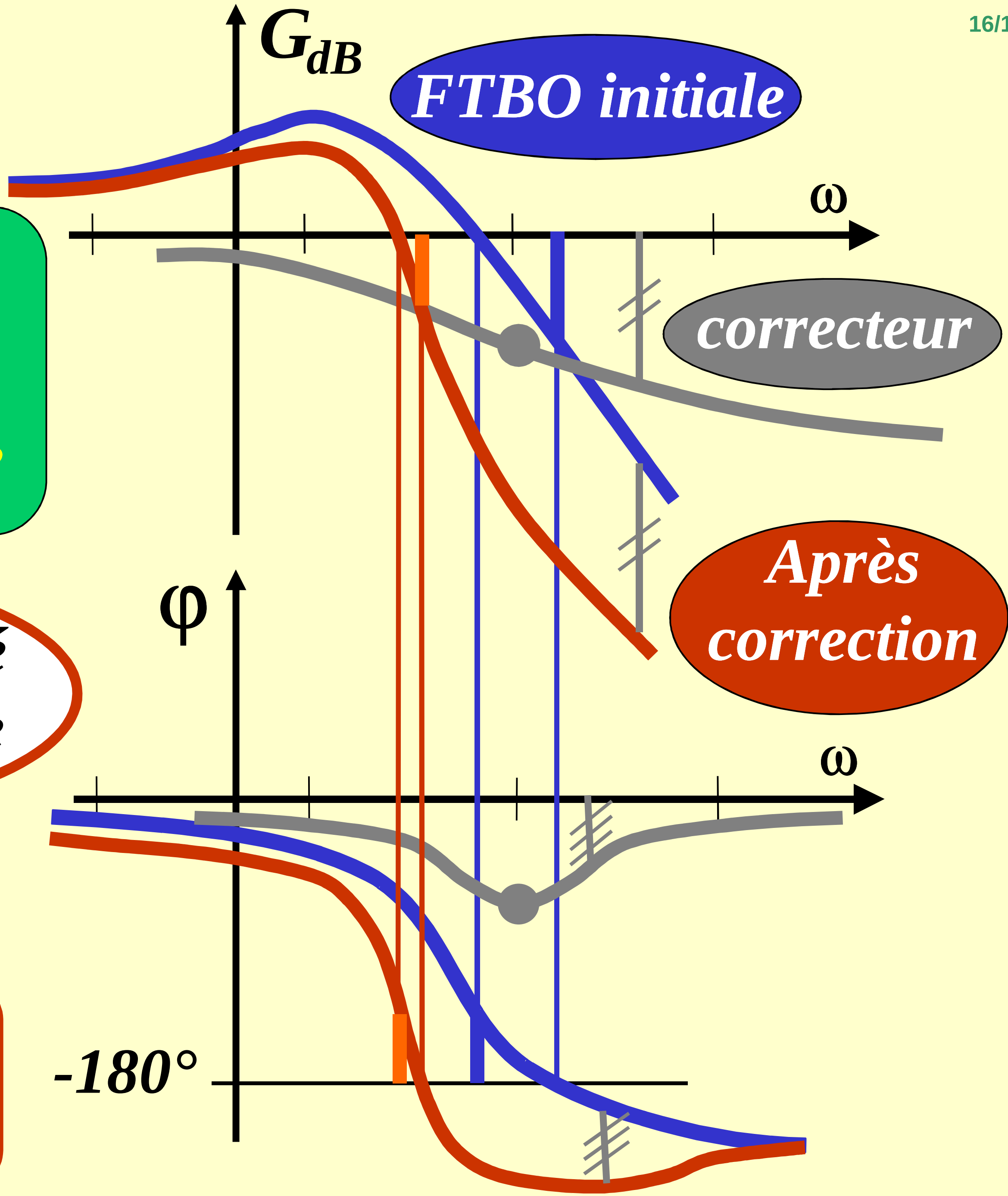
Possibilité d 'augmenter le gain proportionnel et donc d 'améliorer la précision

Effet de cette correction à retard de phase

Si correcteur centré sur le point critique

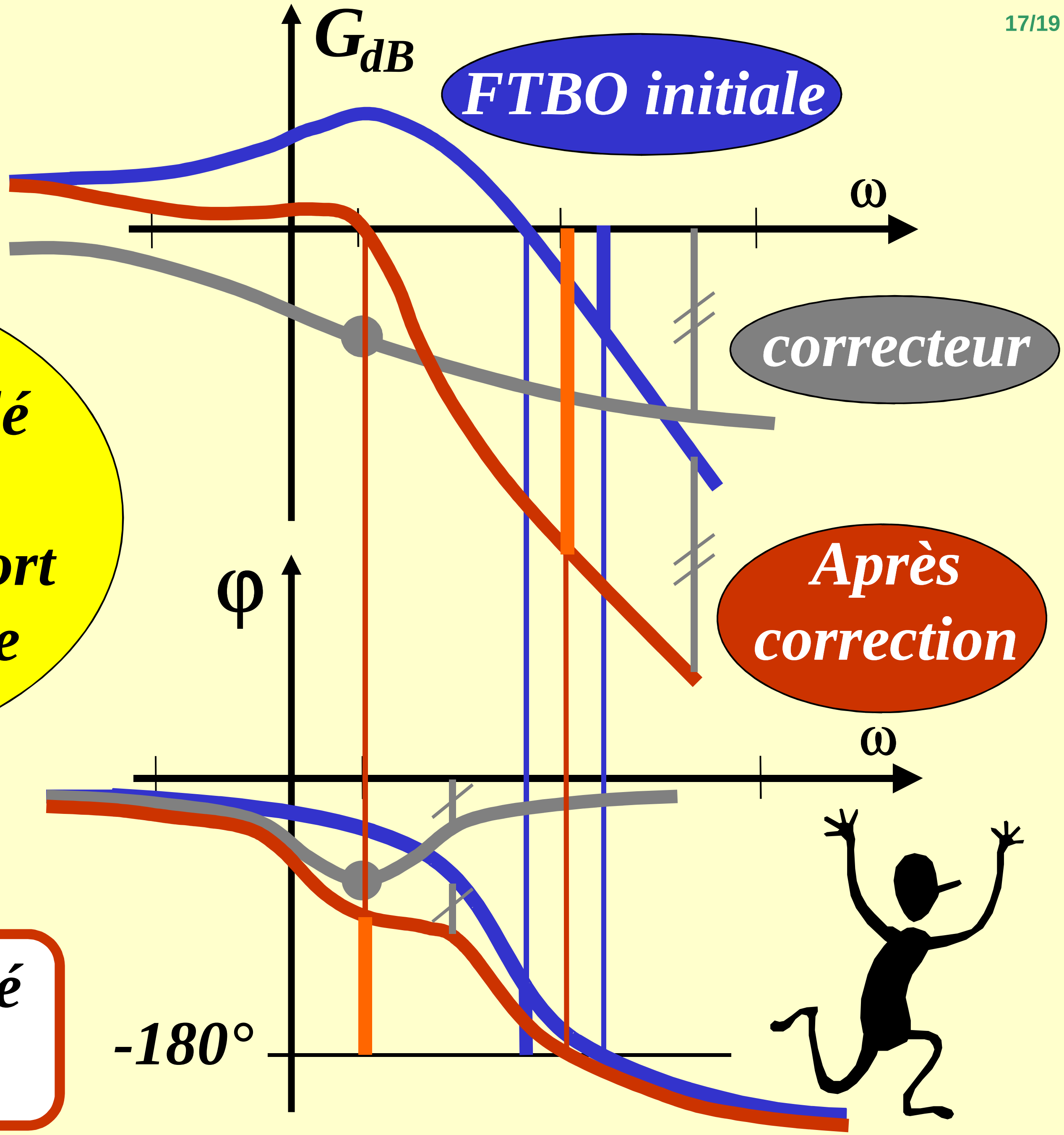
perte de stabilité

MG et MP ↘



Si
correcteur décalé d'une décade à gauche par rapport au point critique

gain de stabilité
MG et MP ↗



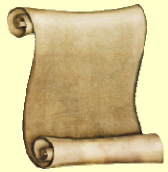
d) Correction PI :

Un correcteur à retard de phase tel que celui précédent est assez peu utilisé car on ne dispose finalement que d'un réglage assez limité.

un seul paramètre de réglage

Il est souvent préférable d'utiliser un correcteur PI qui permet de régler correctement la stabilité et la précision.

deux paramètres de réglage




FIN DE LA
PREMIERE PARTIE

IV- CORRECTION A AVANCE DE PHASE

a) Principe :

L'idée d'une correction dérivée repose sur le fait que la mesure de la dérivée du signal de sortie permet de prévoir son évolution et donc de pouvoir réagir suffisamment tôt au niveau de la commande (phénomène d'anticipation).

Cette action a tendance à stabiliser la réponse, cependant :

- ***une action dérivée trop élevée peut arriver à provoquer l'instabilité (pompage) en engendrant des réactions finalement disproportionnées à la variation observée.***
- ***elle a tendance à amplifier les bruits de fond.***

Nota : ***un dérivateur pur présenterait un gain quasiment infini pour de grandes pulsations.***

D'autre part le degré de son numérateur serait supérieur à celui de son dénominateur !

Un tel composant n'est donc que très difficilement réalisable.

b) Forme approchée de l'action dérivée :

Correcteur à avance de phase

Un tel correcteur a pour fonction de transfert

$$\frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p} \quad (a > 1)$$

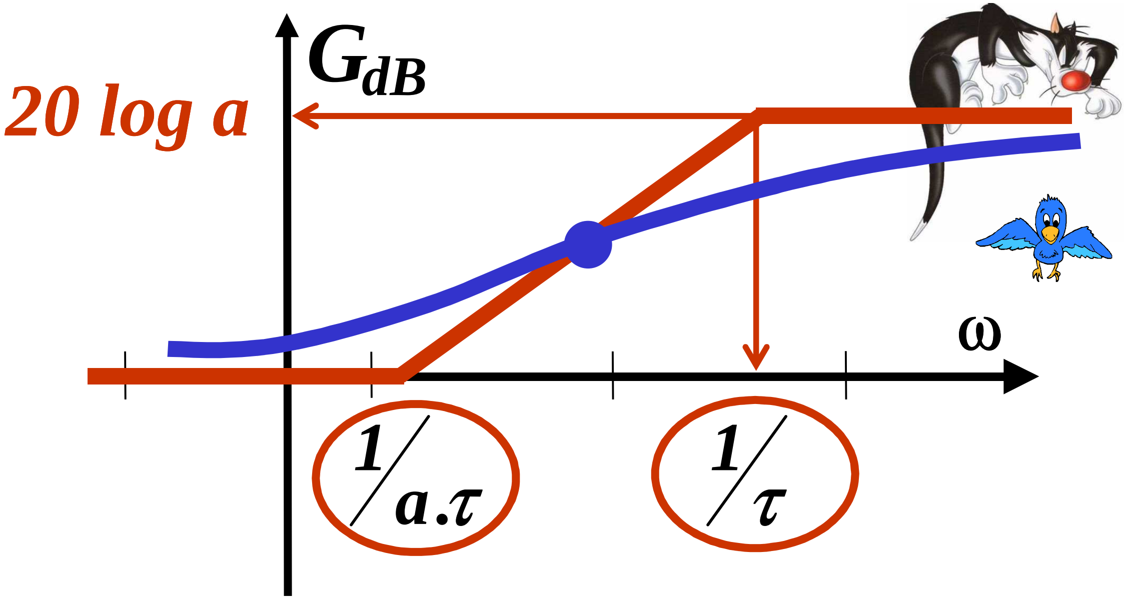
Nota : il s'agit d'un premier ordre généralisé.

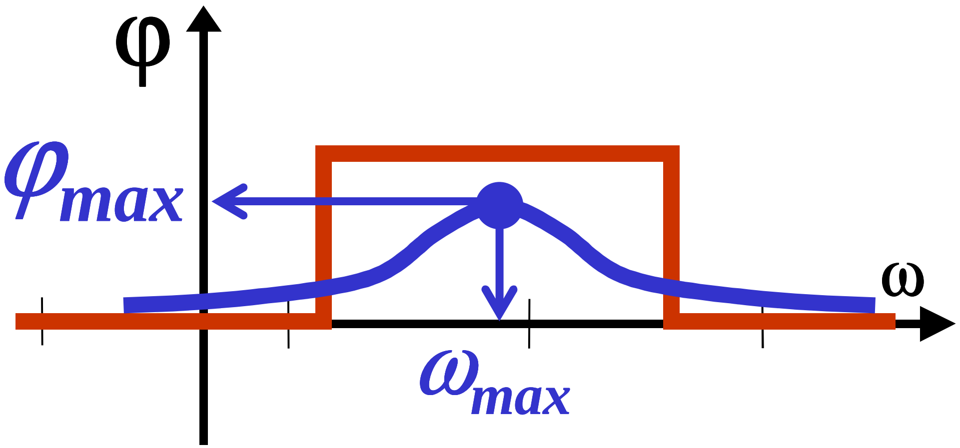
La classe du système n'est pas modifiée mais il permet d'améliorer notamment la rapidité et la stabilité.

$$\frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$$

avec $a > 1$

$$1+a.\tau.p \times \frac{1}{1+\tau.p}$$



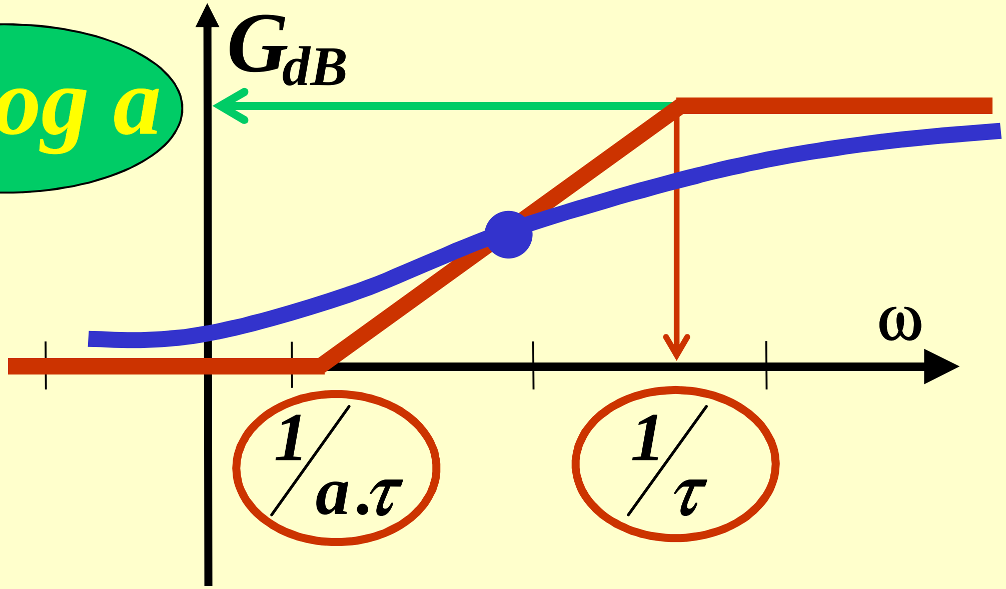


Calcul du gain maximal

$$\frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$$

avec $a > 1$

20 log a



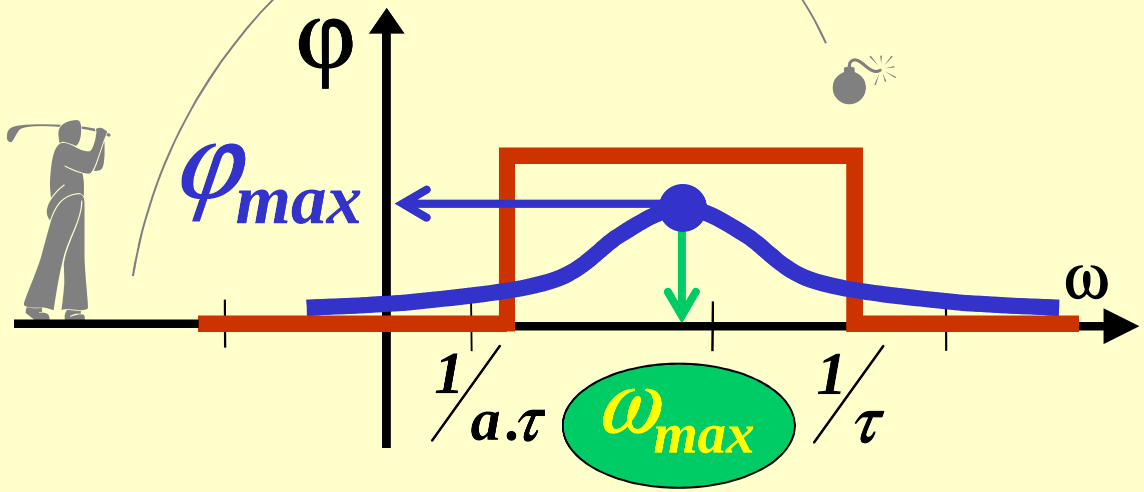
$$20\log\left|\frac{1+j.a.\tau.\omega}{1+j.\tau.\omega}\right| \xrightarrow[\omega\to\infty]{} 20\log\left|\frac{j.a.\tau.\omega}{j.\tau.\omega}\right|$$

soit $20\ \log|a| = 20\ \log a$

calcul de ω_{max}

$$\frac{1 + a.\tau.p}{1 + \tau.p}$$

avec $a > 1$



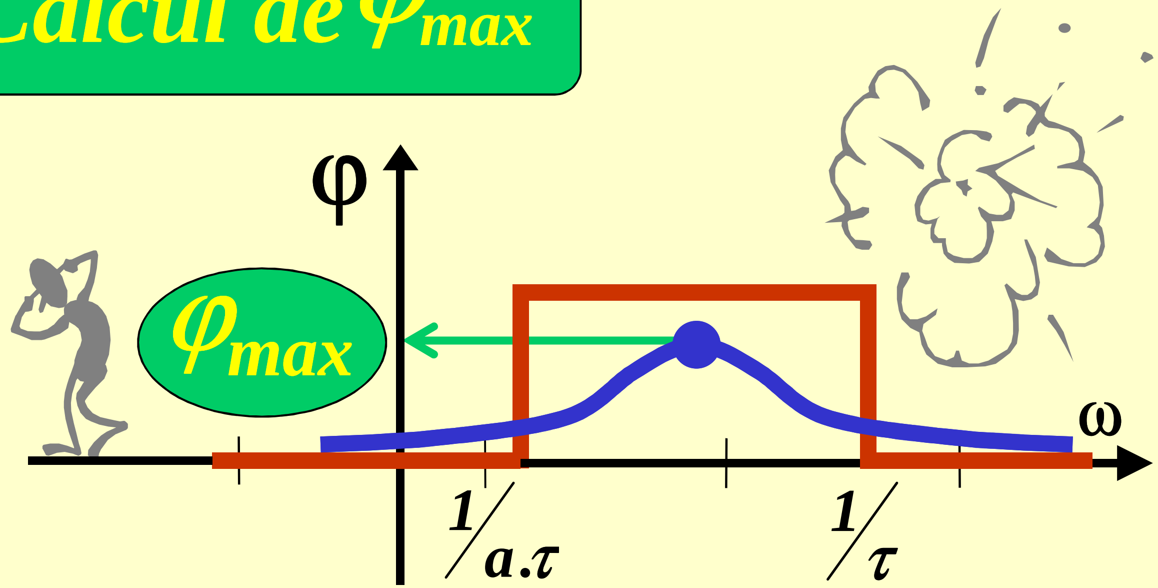
$$\frac{1}{2}\cdot\left(\log\frac{1}{a.\tau} + \log\frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{2}\cdot\log\frac{1}{a.\tau^2} = \log\frac{1}{\tau.\sqrt{a}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\omega_{max} = \frac{1}{\tau.\sqrt{a}}}$$

Calcul de φ_{max}

$$\frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$$

avec $a > 1$



$$Arg\left(\frac{1+j.a.\tau.\omega}{1+j.\tau.\omega}\right) = Arg\,(1+j.a.\tau.\omega) - Arg\,(1+j.\tau.\omega)$$

avec $\omega_{max} = \dfrac{1}{\tau.\sqrt{a}}$

$$Arc\tan\sqrt{a} - Arc\tan\frac{1}{\sqrt{a}}$$

Autre expression de φ_{max}

$$Arc\tan\sqrt{a} - Arc\tan\frac{1}{\sqrt{a}}$$

Utilisons :

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1+\tan a.\tan b}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\varphi = \frac{\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}}{1+\sqrt{a}.\frac{1}{\sqrt{a}}} = \boxed{\frac{a-1}{2.\sqrt{a}}}$$

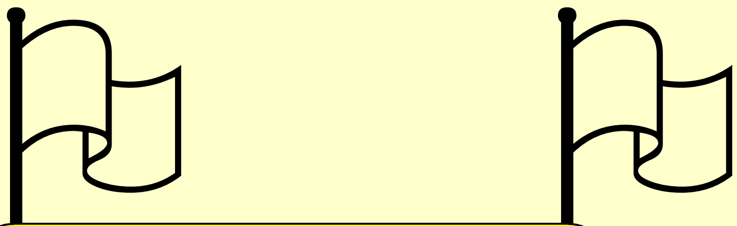
$$\text{or} \quad (\tan\varphi)^2 = \left(\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right)^2 = \frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi} = \boxed{\frac{\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi}}$$

$$\boxed{\frac{\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi} = \left(\frac{a-1}{2.\sqrt{a}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad 4.a.\sin^2\varphi = (a-1)^2 - \sin^2\varphi.(a-1)^2$$

$$\Rightarrow \quad \sin^2\varphi \,.\left(a^2+2.a+1\right) = (a-1)^2$$

$$\Rightarrow \quad \sin^2\varphi = \frac{(a-1)^2}{(a+1)^2}$$



Soit finalement :

$$\boxed{\sin\varphi = \frac{a-1}{a+1}}$$

c) Réglage d'un tel correcteur à avance de phase :

On remarque que ce type de correcteur apporte de la phase positive dans une certaine plage de pulsations (sans pour autant modifier profondément les gains).

→ ***il faut donc placer cette plage dans la zone du point critique pour augmenter ainsi la marge de phase.***

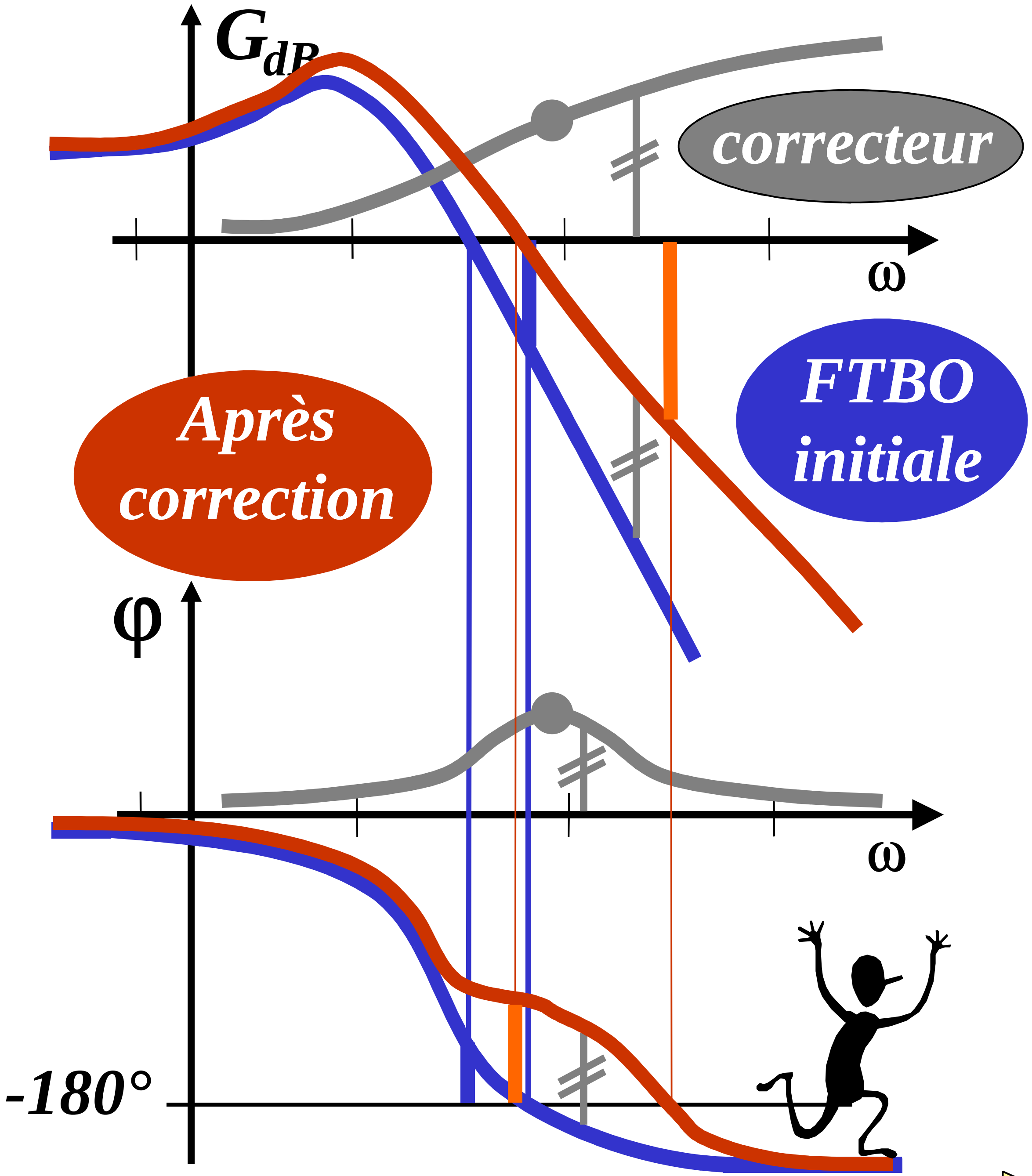
D'autre part, pour les pulsations supérieures à $1/\tau$ le gain du système initial est assez sensiblement augmenté alors que les phases ne sont pratiquement plus modifiées.

→ ***cela a donc tendance à diminuer la marge de gain si le point critique est dans cette zone.***

Effet de cette correction à avance de phase

Correcteur décalé « un peu » à droite par rapport au point critique

MG et MP ↗
BP ↗



Nota:

- *Un correcteur à avance de phase tel que celui décrit précédemment est assez peu utilisé car on ne dispose finalement que d'un réglage assez limité.*
- *Il est souvent préférable de l'associer à un correcteur proportionnel qui permet de mieux affiner les réglages.*
- *Il est évidemment intéressant d'associer les trois types de correction possibles permettant ainsi de disposer de trois paramètres de réglage pour agir notamment sur :*

Stabilité **Précision** **Rapidité**

P **I** **D**


THE END