

Epreuve Commune de TIPE : Partie D

TITRE : **Conversion des signaux analogiques en numérique**

Temps de préparation :.....2h15

Temps de présentation devant le jury :.....10 minutes

Entretien avec le jury :.....10 minutes

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte au total :.....13 pages

- Document principal :.....13 pages

Travail **suggéré** au candidat :

Le candidat pourra présenter les différentes étapes permettant de passer d'un signal analogique à un signal numérique en précisant comment choisir les différents paramètres de la numérisation. Il pourra éventuellement illustrer ses propos par un exemple de son choix.

CONSEILS GENERAUX POUR LA PREPARATION DE L'EPREUVE :

* Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.

* Réservez du temps pour préparer l'exposé devant le jury.

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre au jury en fin d'oral.
- En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, etc.) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêt à débiter votre exposé.
- A la fin de l'oral, vous devez remettre au jury le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

De nos jours, le qualificatif "numérique" devient un argument de vente pour un grand nombre de biens de consommation courante. En effet, les appareils photos, la vidéo, la télévision ou encore le téléphone se doivent d'être numériques pour être à la mode. Comment transformer un signal analogique en signal numérique et quelles améliorations apporte cette transformation ? Ce sont les questions auxquelles nous allons essayer de répondre dans ce dossier.

Nous allons dans un premier temps préciser la notion de signal. Tous les traitements que nous allons envisager sont réalisés par des circuits électroniques (analogiques ou numériques). La grandeur physique à mesurer peut être de nature diverse : onde de pression sonore, onde électromagnétique, température, ... Il faut la convertir en signal électrique avant de la traiter. C'est le rôle d'un capteur. Le signal est donc une tension électrique en général fonction du temps. Elle est l'image des variations temporelles de la grandeur physique à mesurer.

15

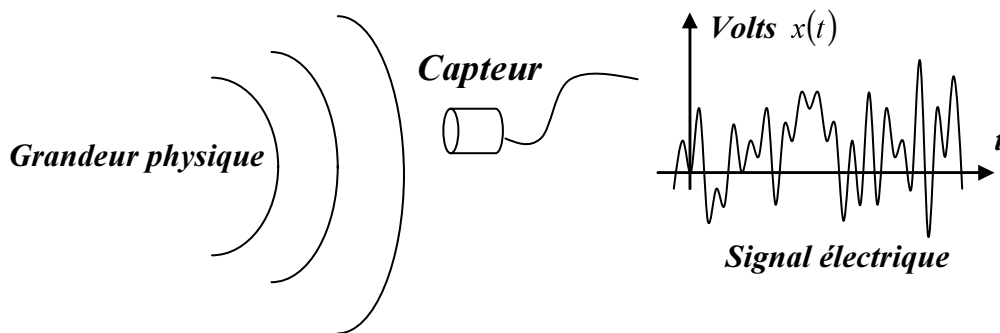


fig. 1

Ce type de signal est qualifié d'analogique (par opposition aux signaux logiques ou numériques). C'est une fonction continue du temps : $x(t)$. Numériser un tel signal consiste à le remplacer par un ensemble dénombrable de valeurs numériques. Dans le cas d'un signal de durée finie, on passe d'un ensemble non dénombrable de valeurs à un ensemble fini. Les nombres ainsi obtenus sont alors codés en binaire (0 et 1). Les avantages associés à cette conversion sont nombreux. Nous allons citer les principaux.

25

1- Les avantages du numérique

30

Que les signaux soient transmis (radio, TV, ...) ou stockés (CD, DVD, ...) leur codage sous forme de bit permet une lecture simplifiée. En effet, soit le niveau lu dépasse un seuil, on détecte alors un 1, soit le niveau est inférieur, on lit un 0. Ainsi, dans le cas d'un bruit additif de faible niveau le signal pourra être recueilli de façon parfaite; ce qui n'est pas le cas pour un

35

Dans le cas où le bruit additif devient important par rapport au niveau du signal utile, on peut alors effectuer des erreurs de détection. Pour lutter contre ces erreurs, on code en général le signal binaire de manière à faire apparaître une redondance dans le signal. La

40 méthode la plus répandue pour détecter une erreur de détection éventuelle est l'ajout d'un bit supplémentaire à la fin de chaque trame de bits (en général 7) représentant la somme modulo 2 de ces 7 bits (cf. fig. 3). A la lecture, il suffit alors de vérifier que le bit de contrôle (appelé bit de parité) correspond bien à la somme des 7 bits lus. Si celle-ci est différente, c'est qu'il y a une erreur de lecture. Il faut alors relire les données. Cette méthode permet seulement de

45 détecter une erreur de transmission ou de lecture. Elle est mise en défaut si l'on est en présence de deux erreurs. Elle ne permet pas également de corriger l'erreur. D'autres codes plus performants (codes correcteurs d'erreur) permettent de détecter l'erreur et de la corriger automatiquement.

50

La robustesse du signal numérique vis-à-vis du bruit permet également d'en créer des copies parfaites. Cette supériorité du signal numérique par rapport à l'analogique peut être constatée sur la qualité sonore d'un CD par rapport à un disque vinyle, ou sur la qualité de l'image et du son d'un DVD par rapport à un enregistrement sur cassette VHS, ou encore entre la TV analogique et la récente TV numérique (TNT).

55

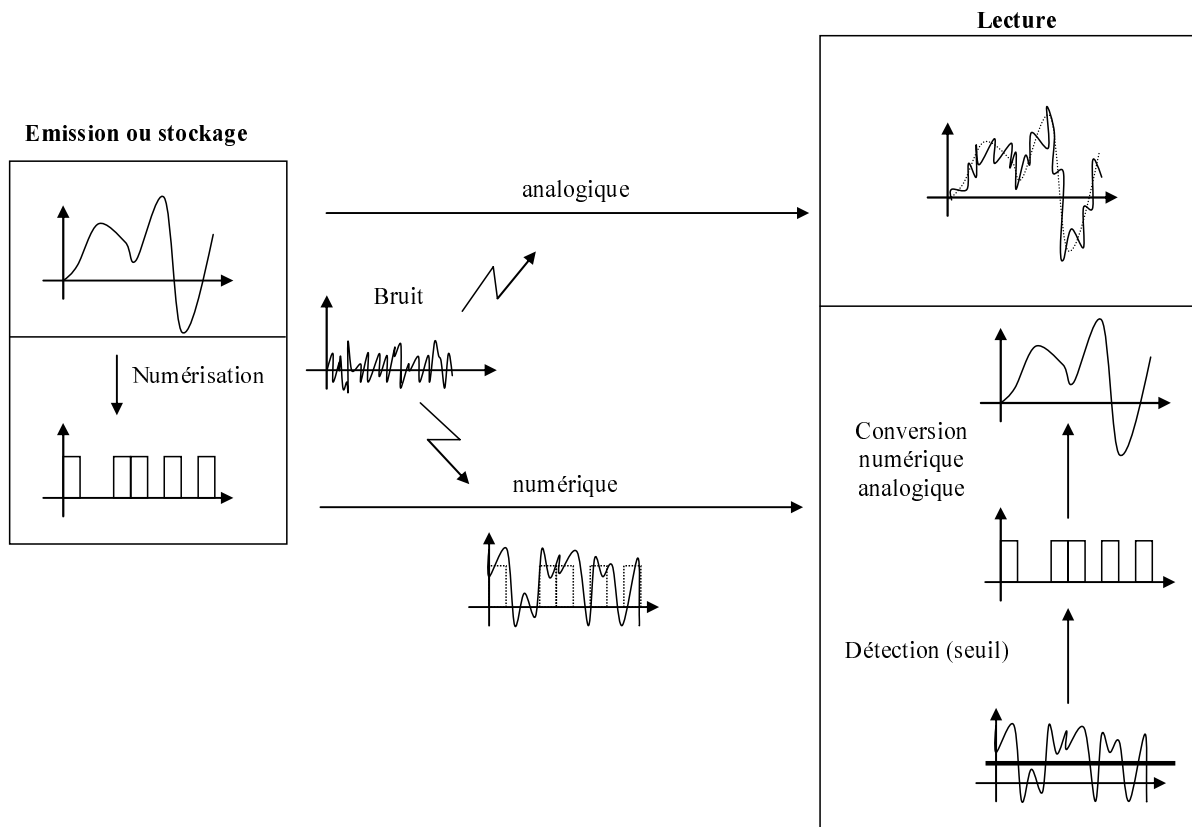


fig. 2

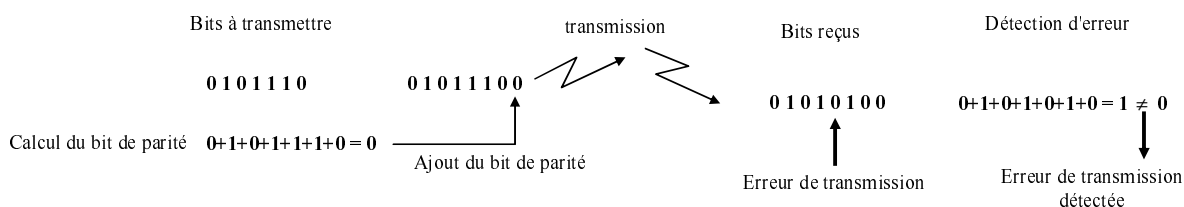


fig. 3

60

D'autre part, le traitement d'un signal numérique est en général réalisé par un ordinateur. Il en résulte de nombreux avantages par rapport à un traitement réalisé grâce à une électronique analogique (résistances, capacités, amplificateurs opérationnels, ...). En effet, les principaux défauts liés à l'électronique analogique sont ainsi levés. Les problèmes de précision et de dispersion des composants électroniques (donnés, en général à 10%) ainsi que les problèmes de dérive en température n'existent plus en numérique. Ainsi la fréquence de coupure d'un filtre numérique peut-être maîtrisée plus facilement qu'en analogique. Il en résulte également une grande reproductibilité entre les différents systèmes réalisés.

70

Un autre avantage lié au traitement du signal par ordinateur réside dans la facilité de faire évoluer les performances d'un matériel sans modifications de son électronique. En effet, si le constructeur d'un appareil développe un traitement plus performant ou corrige certaines erreurs, il est en général facile de modifier le programme exécuté par le calculateur sans modification électronique du système. C'est le cas, par exemple sur certains lecteurs de DVD de salon pour lesquels il est possible de mettre à jour la version de l'algorithme de décodage vidéo (mpeg2 ou 4). Certains décodeurs TNT réalisent même ces mises à jour automatiquement. Cette facilité d'évolution est également utilisée dans l'automobile où certains systèmes de contrôle (ABS, ESP, contrôle moteur, ...) sont mis à jour lors des visites chez le garagiste, ou lors de campagnes de rappels dans le cas de défauts plus importants.

L'utilisation d'un système de traitement numérique des données facilite également le contrôle du bon fonctionnement du système, et la gestion des modes de marche. Par exemple, dans l'automobile, les calculateurs sont capables de détecter certaines pannes (défauts de capteurs, incohérence entre différentes grandeurs, ...) et de réagir en adoptant un comportement sûr : il passe alors dans un mode dégradé où les performances du système sont réduites, mais son intégrité préservée. Prenons le cas d'un calculateur qui gère le contrôle du moteur d'une automobile essence. Son rôle est de calculer, en temps réel la quantité d'essence à injecter dans la chambre de combustion et les instants d'allumage, pour optimiser les performances du moteur en terme de consommation, de pollution et d'agrément de conduite. Si le calculateur détecte, par exemple une panne sur le capteur de débit d'air entrant dans le moteur, il ne peut plus calculer de façon précise la quantité d'essence à injecter. Il peut alors estimer cette quantité de façon plus grossière en fonction du régime moteur et de la position du papillon des gaz. Le moteur est donc toujours capable de fonctionner, mais de manière non optimale. Le calculateur limite alors la plage des régimes de fonctionnement du moteur. Une alarme est envoyée au tableau de bord, l'erreur est stockée en mémoire. Le conducteur peut alors quand même rallier un garage en exploitant ce mode de contrôle dégradé. Le garagiste dispose d'une baie d'analyse qui va lui permettre de lire les erreurs stockées, et de remplacer les organes défectueux.

100

Parmi les autres avantages liés à l'utilisation d'un traitement numérique, on peut citer la miniaturisation. Un calculateur étant capable de traiter plusieurs signaux et de s'adapter aux requêtes extérieures, il peut à lui seul remplacer plusieurs cartes électroniques dont la tâche est à chaque fois spécifique. En fonction de la puissance de calcul disponible, les calculateurs

105 sont même capables de traiter différentes tâches à la fois (systèmes multitâches). On peut
enfin citer la possibilité de développer des fonctions de traitement de plus en plus
compliquées qu'il serait très difficile d'obtenir par le biais de cartes analogiques.

110 2- Conversion analogique/numérique

Comme nous l'avons présenté précédemment, le signal électrique provenant d'un
capteur est en général analogique. Nous allons voir maintenant comment et dans quelles
conditions il est possible de le numériser. L'opération de numérisation correspond à la
115 succession de 2 étapes :

- **L'échantillonnage** qui permet de prélever un ensemble de valeurs prises à
des instants discrets $\{t_k\}$ (cf. fig. 4).
- **La quantification** qui alloue à chacun de ces échantillons une valeur
120 approchée, codée sur un nombre fini de bits (cf. fig. 4).

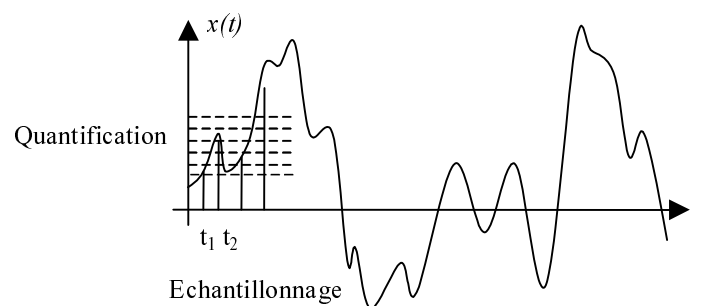


fig. 4

125

a- L'échantillonnage :

Pour comprendre dans quelles conditions le signal analogique $x(t)$ est
130 échantillonnable sans perte d'information, nous allons introduire la fonction périodique $w(t)$
représentée sur la figure 5.

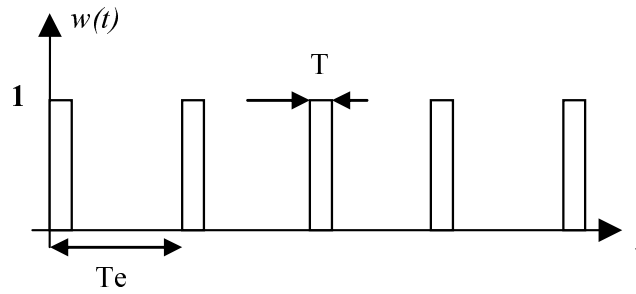


fig. 5

135

Considérons le signal $x_e(t) = x(t) \times w(t)$. Dans le cas où T est infiniment petit, le signal $x_e(t)$ ne contient que les informations $x(0)$, $x(Te)$, $x(2Te)$,

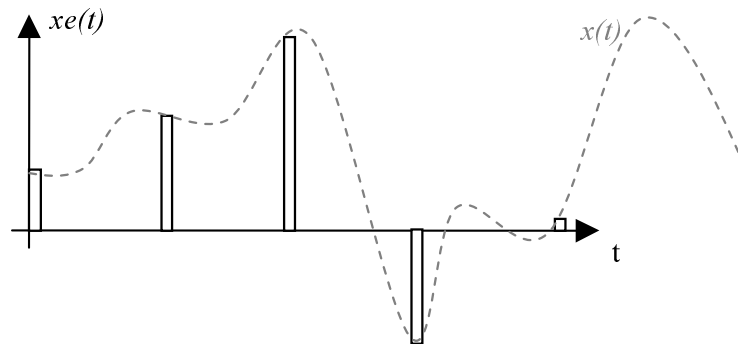


fig. 6

140

Le signal $w(t)$ est décomposable en série de Fourier :

$$w(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k \cos\left(2\pi \frac{k}{T_e} t\right)$$

145

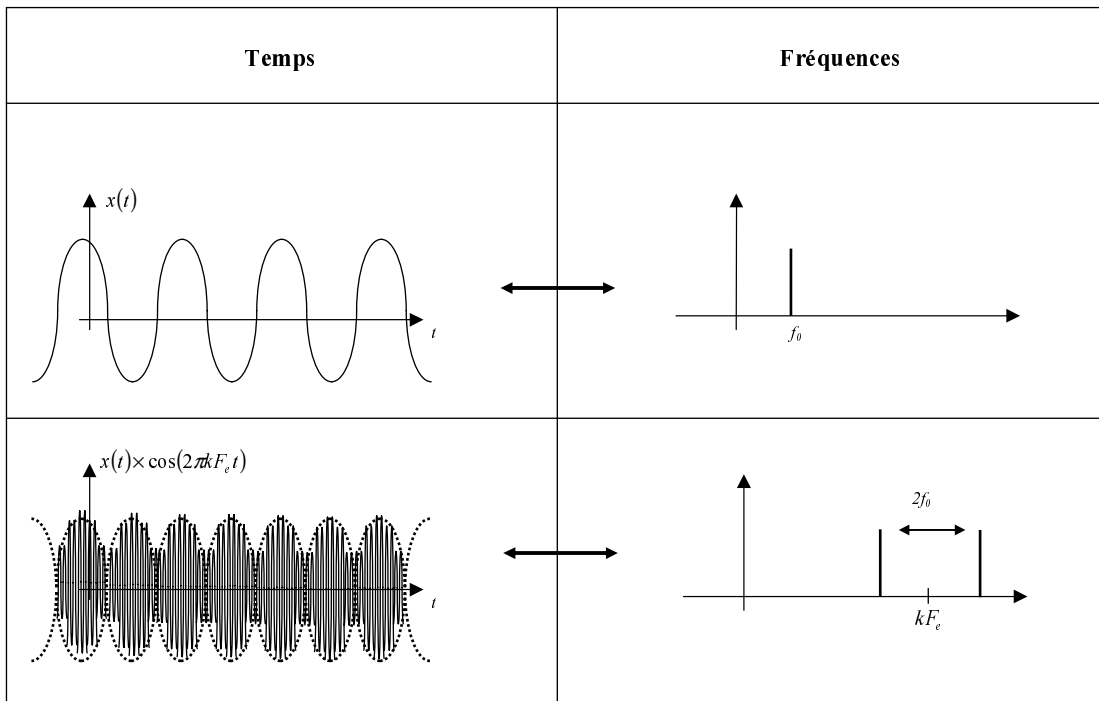
On peut remarquer ainsi que $x_e(t) = a_0 x(t) + a_1 x(t) \cos\left(2\pi \frac{t}{T_e}\right) + a_2 x(t) \cos\left(2\pi \frac{2t}{T_e}\right) + \dots$ est un signal beaucoup plus riche fréquentiellement que $x(t)$ puisqu'il correspond à une somme pondérée de $x(t)$ affecté d'harmoniques aux fréquences multiples de $\frac{1}{T_e}$. Notons $F_e = \frac{1}{T_e}$ la fréquence d'échantillonnage.

150

Essayons d'analyser l'effet de la multiplication d'un signal par $\cos(2\pi kF_e t)$ à travers un exemple. Considérons le cas où le signal à échantillonner est un cosinus : $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$. Le produit de $x(t)$ par l'harmonique k peut s'écrire :

155
$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) \times \cos(2\pi kF_e t) = \frac{1}{2} [\cos(2\pi(kF_e + f_0)t) + \cos(2\pi(kF_e - f_0)t)]$$

On peut donc constater que le fait de multiplier $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ par $\cos(2\pi kF_e t)$ revient à décaler et dédoubler sa fréquence autour de kF_e (cf. fig. 7).



160

fig. 7

Ce résultat se généralise quelle que soit la forme du signal $x(t)$. Multiplier $x(t)$ par $\cos(2\pi kF_e t)$ revient à le décaler en fréquence autour de kF_e . C'est ce que l'on appelle une modulation d'amplitude. Ainsi pour tout signal $x(t)$, l'allure fréquentielle du signal échantillonné $x_e(t)$ sera de la forme suivante (cf. fig. 8).

165

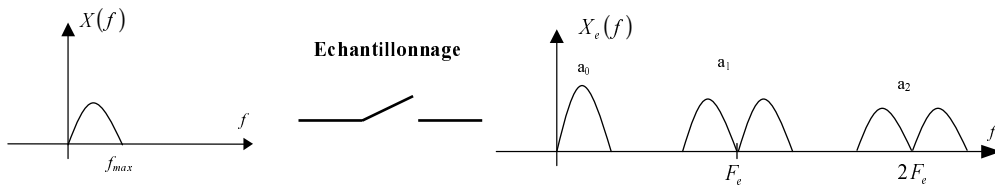


fig. 8

170

Nous voudrions que cette opération d'échantillonnage soit réversible. Autrement dit, nous voudrions pouvoir repasser, sans perte d'information de $x_e(t)$ à $x(t)$. D'après la figure 8, on voit que l'on pourra retrouver $x(t)$ à partir de $x_e(t)$ dans le cas où les différents motifs

175 fréquentiels ne se chevauchent pas. Ainsi, en notant f_{\max} la fréquence maximale présente dans $x(t)$, on voit que l'opération d'échantillonnage sera réversible si $F_e > 2f_{\max}$. Dans ce cas on n'aura pas de chevauchement fréquentiel et on pourra retrouver le signal continu d'origine, $x(t)$ par filtrage passe-bas (cf. fig. 9).

180

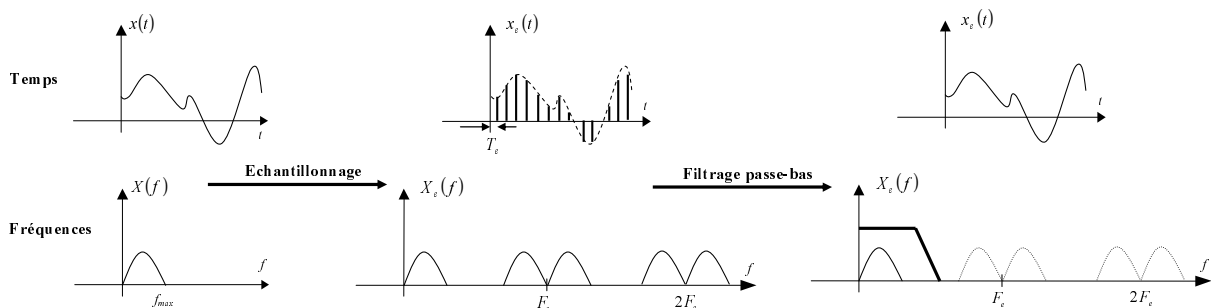


fig. 9

185

La règle que nous venons d'établir est connue sous le nom du théorème de Shannon: "Pour échantillonner un signal sans perte d'information, il faut choisir une fréquence d'échantillonnage au moins 2 fois supérieure à sa fréquence maximale".

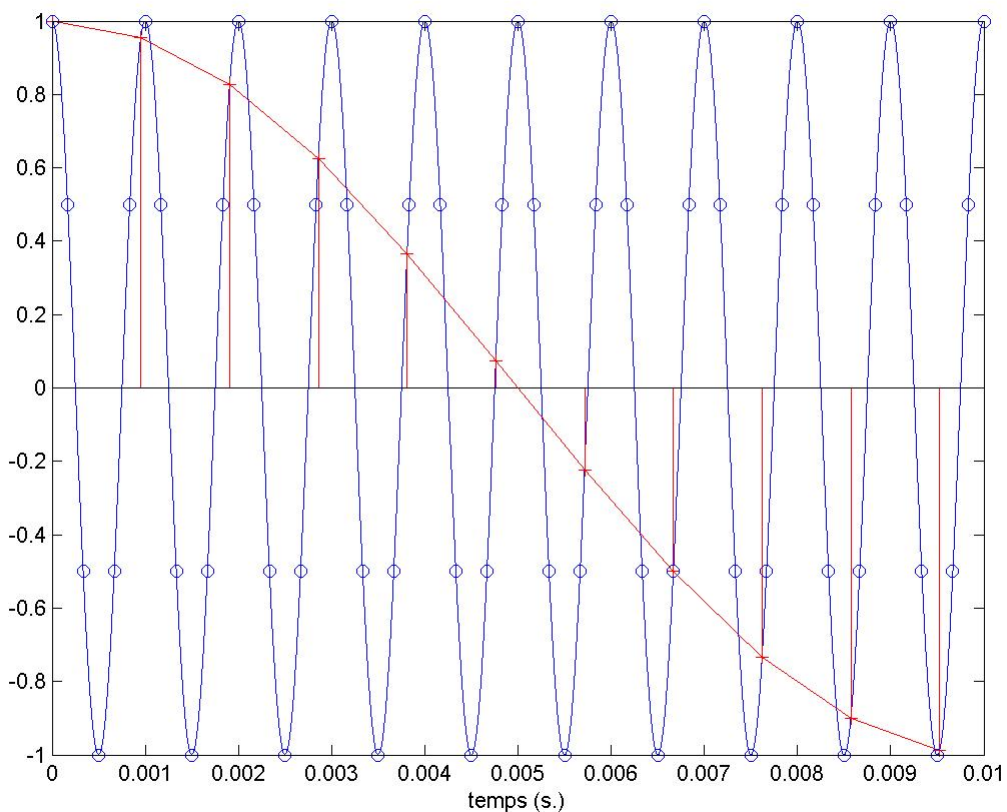
190

Cette règle fait apparaître la nécessité de l'existence d'une fréquence maximale dans un signal pour pouvoir l'échantillonner. Pour un signal de durée finie, cette fréquence maximale n'existe pas, en général. Il faut donc utiliser un filtre passe-bas (appelé filtre anti-repliement) pour limiter les fréquences du signal que l'on désire échantillonner. Prenons l'exemple d'un signal musical. L'oreille humaine n'est sensible aux fréquences que jusqu'à 20 KHz dans le

meilleur des cas. On choisit ainsi de filtrer les signaux musicaux à 20 KHz de manière à ne
195 conserver que les fréquences inférieures. Ce signal filtré est ensuite échantillonné à 44,1 KHz,
codé et gravé sur un compact-disc. La fréquence d'échantillonnage est choisie avec une marge
par rapport à la fréquence minimale requise par le théorème de Shannon (40 KHz) pour
pouvoir filtrer plus facilement lors de la reconversion du signal numérique vers le signal
analogique.

200

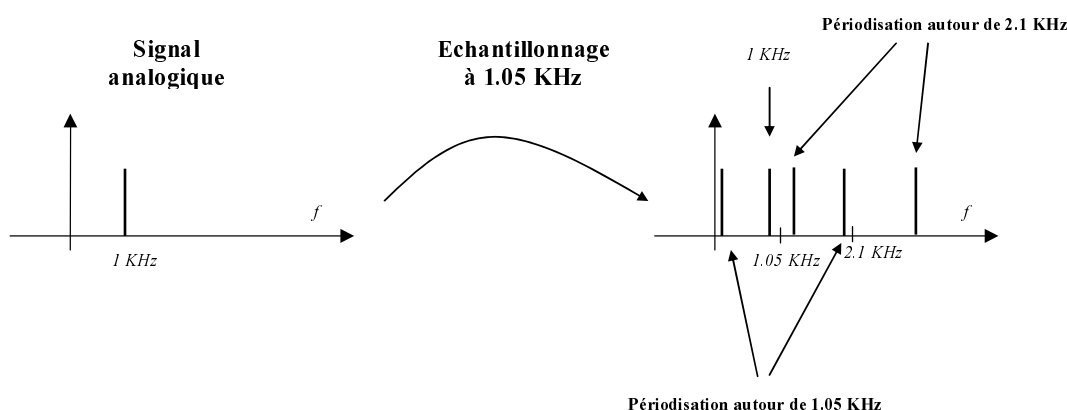
Que se passe-t-il si l'on ne respecte pas le théorème de Shannon ? Reprenons l'exemple
de l'échantillonnage d'un signal sinusoïdal : $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ où $f_0 = 1$ KHz. Si l'on choisit
une fréquence d'échantillonnage de 6 KHz, on respecte le théorème de Shannon et l'on décrit
205 correctement la courbe continue comme le montre la figure 10 (les points d'échantillonnage
correspondent aux \circ). Par contre, si l'on choisit $F_e = 1.05$ KHz, on obtient les points
représentés par des croix et l'on voit apparaître une fréquence plus basse que la fréquence
réelle du signal de départ.



210

fig. 10

215 Pour analyser la valeur de cette fréquence "fantôme" qui apparaît, voyons ce qu'il se passe en fréquentiel. Nous savons que l'effet de l'échantillonnage est de périodiser et de dédoubler le motif fréquentiel autour des multiples de la fréquence d'échantillonnage. Ainsi, comme on peut le voir sur la figure 11, une fréquence supplémentaire apparaît aux basses fréquences (1050 Hz – 1000 Hz = 50 Hz). C'est cette fréquence que l'on voit apparaître sur la figure 10.



220

fig. 11

En effet, on ne voit pas différence entre un cosinus à 1KHz et un cosinus à 50 Hz échantillonnés tous les deux à 1.05 KHz :

225

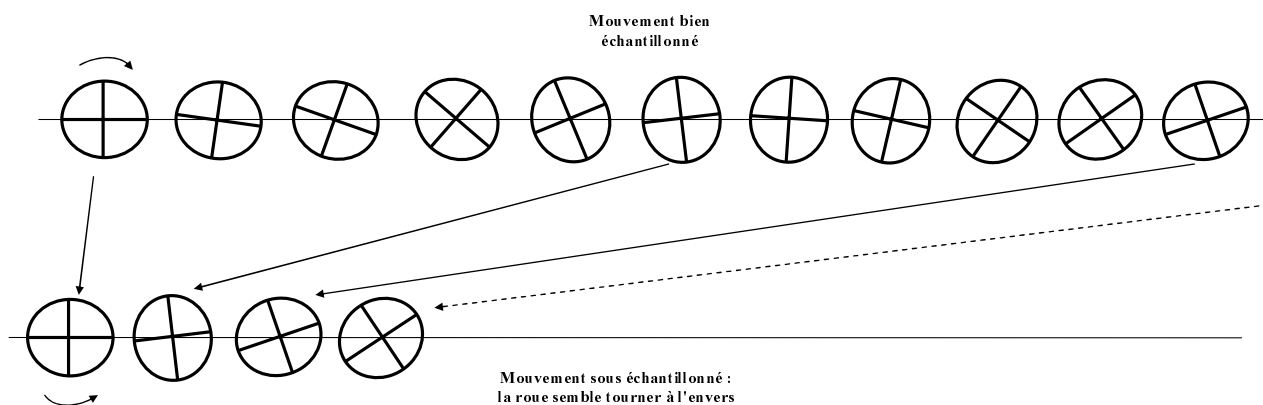
$$\begin{cases} x_1(t) = \cos(2\pi 1000t) \\ x_2(t) = \cos(2\pi 50t) \end{cases}$$

Echantillonnage $\downarrow t = kT_e = \frac{k}{1050}$

$$\begin{cases} x_1(k) = \cos\left(2\pi 1000 \frac{k}{1050}\right) = \cos\left(-2\pi 1000 \frac{k}{1050} + 2\pi\right) = \cos\left(2\pi \left(1 - \frac{1000}{1050}\right)k\right) = x_2(k) \\ x_2(k) = \cos\left(2\pi 50 \frac{k}{1050}\right) \end{cases}$$

230 On appelle cet effet le repliement du spectre ou parfois l'effet de moiré. On emploie également le terme anglais, effet d'aliasing. C'est ce phénomène que l'on peut constater lorsque l'on regarde une roue de charrette qui tourne lorsqu'elle est filmée. On voit souvent

apparaître une vitesse de rotation qui n'est pas en rapport avec la vitesse d'avancement réelle de la charrette. Parfois même, la roue semble aller en sens inverse. Cela est dû au fait qu'un film correspond à un échantillonnage d'un phénomène continu par une succession de photos prises à intervalles réguliers. Pour le cinéma, la fréquence d'échantillonnage est en général de 24 images par secondes et 25 pour les standards français ou européen de la télévision. Ainsi tous les phénomènes périodiques dont la fréquence est supérieure à 12 Hz vont se replier fréquemment. C'est le cas du mouvement de la roue de charrette (cf. fig. 12). On peut également constater le même résultat lorsque l'on observe un écran d'ordinateur filmé à la télévision. La fréquence de rafraîchissement des images d'un écran d'ordinateur est en général comprise entre 50 et 80 Hz; cette fréquence va donc se replier et l'on va voir apparaître une fréquence plus basse.



245

fig. 12

Le phénomène de repliement peut également être exploité à bon escient lorsque l'on désire analyser de façon fine un phénomène rapide. C'est le rôle de la stroboscopie. Les premiers à s'être intéressés à ce phénomène sont des scientifiques de la fin du 19^{ième} siècle qui étudièrent les mouvements de la course de certains animaux. On peut trouver d'autres applications de ce phénomène lorsque les motoristes cherchent à régler le calage des soupapes sur un moteur en fonctionnement. Le but est de régler de façon très fine les instants d'ouverture et de fermeture des soupapes permettant le remplissage et le vidage des cylindres en gaz. Le choix de ces instants est primordial pour un bon remplissage du moteur en mélange air essence, et donc pour l'obtention du meilleur couple moteur. La stroboscopie permet

255

d'observer ce phénomène périodique de façon très lente, voire de le rendre immobile pour pouvoir l'étudier.

260 b- La quantification :

Suite à l'opération d'échantillonnage, nous sommes passés d'un signal continu en temps à un nombre fini de valeurs numériques. Cependant, ce vecteur de données ne peut pas être directement traité par un ordinateur. En effet, du fait de la structure électronique de tout
 265 ordinateur, il ne sait analyser que des niveaux de tension binaires (0 volt correspondant à 0, et +V volts correspondant à 1). Les données numériques à traiter devront donc être codées par une structure binaire. Cette opération est appelée la quantification. Contrairement à l'échantillonnage, cette opération ne s'effectue pas sans perte. Le fait de coder un chiffre sur un certain nombre de bits s'accompagne d'une approximation. Le ordinateur ne sait traiter
 270 qu'un nombre fini de valeurs numériques quantifiées.

Il existe plusieurs types de codage des données. Nous allons ici nous intéresser au cas le plus simple d'un codage en virgule fixe. Dans ce cas les données échantillonnées sont approximées par la valeur la plus proche codée en binaire sur N bits. Prenons l'exemple d'un
 275 codage sur 8 bits. Nous pouvons ainsi coder $2^8 = 256$ valeurs différentes (de 00000000 correspondant à 0 Volt à 11111111 correspondant à +V volts) (cf. fig. 13).

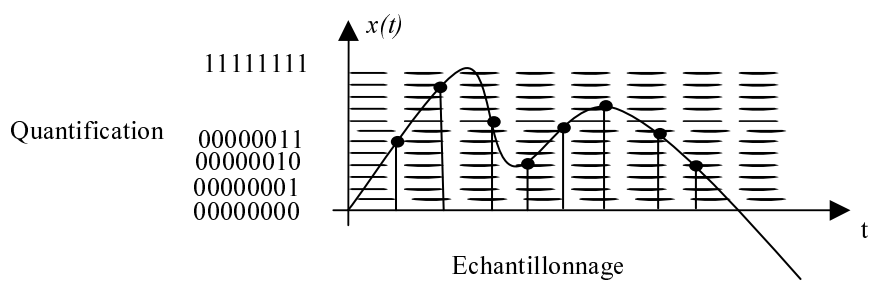


fig. 13

280

Ainsi la dynamique maximale que l'on peut obtenir (rapport entre la tension maximale admissible et la tension minimale que l'on peut coder) est de $(2^N - 1)$ soit en décibels
 $dyn_{db} \approx 20N \log_{10}(2) \approx 6N$ (pour N grand). Le choix du nombre de bits (N) est donc fixé par la précision requise. Par exemple pour de la musique haute fidélité gravée sur un CD, on
 285 utilise une quantification sur 16 bits soit une dynamique de 96 dB. On peut augmenter la

dynamique tout en minimisant le nombre de bits employés en utilisant une quantification non uniforme (cf. fig. 14). Ce type de quantification consiste à allouer un pas de quantification plus fin pour les faibles tensions et augmenter le pas au fur et à mesure que l'amplitude croît. Grâce à cette technique on peut coder finement les signaux de faible niveau tout en évitant
290 une éventuelle saturation pour les signaux de forte amplitude. Les quantifications non uniformes à pas logarithmiques sont par exemple utilisées pour coder les signaux de téléphonie fixe.

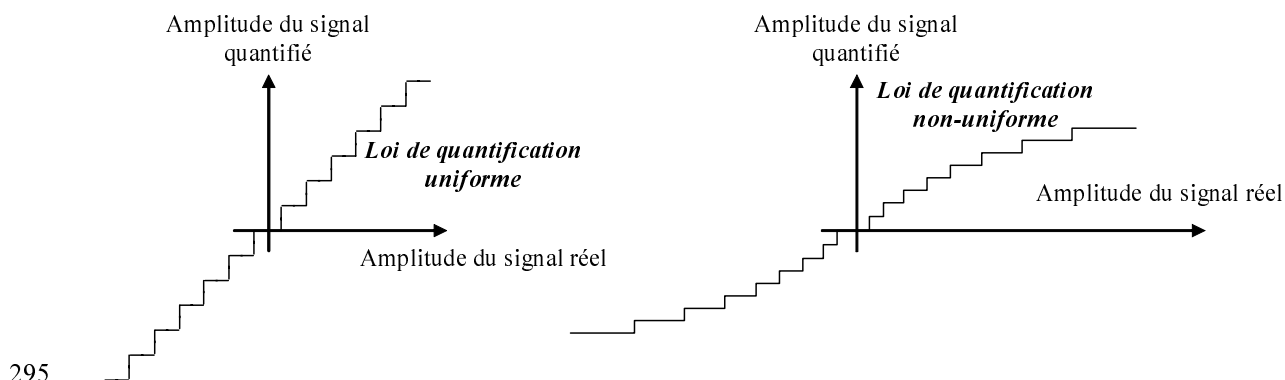


fig. 14

La quantification peut également entraîner un autre type d'erreur que la simple erreur d'arrondi : l'erreur de saturation. En effet, le nombre de niveau de quantification étant fini, on
300 ne peut recevoir que des signaux d'amplitude maximale prédéfinie. Si un signal d'amplitude supérieure est présent, il sera écrêté.

305 Nous venons de voir comment transformer un signal analogique en signal numérique et les avantages qui découlent de cette conversion. Nous avons vu qu'un signal était, en général une fonction du temps (signal de télécommunication, signal audio, ...). Cependant les notions présentées dans ce dossier s'appliquent également aux images. Celle-ci peuvent être considérées comme l'extension d'un signal à 2 dimensions. Les axes x et y de l'image
310 remplacent l'axe temporel du signal.