

# Colles de mathématique $\psi^*$

## Programme de la quinzaine 1 : 17 au 28 septembre

### Séries numériques (réelles ou complexes)

- rappels de première année : divergence grossière, convergence absolue, règles d'équivalent, de Riemann, de domination, de minoration ;
- correspondance bijective suite-série ;
- séries géométriques ;
- règle de D'Alembert, absolue convergence de  $\sum \frac{1}{n!} z^n$  pour tout complexe  $z$ , définition correcte de l'exponentielle ;
- définition du produit de Cauchy  $u * v$  de deux suites  $u, v$  ;
- si  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  convergent absolument, alors  $\sum_{n=0}^{\infty} (u * v)_n = (\sum_{n=0}^{\infty} u_n) (\sum_{n=0}^{\infty} v_n)$  (admis) ;
- application : relation fonctionnelle de  $\exp$  ;
- théorème de comparaison série-intégrale, encadrement des restes ;
- théorème des séries alternées, majoration des restes ;
- utilisation d'un développement limité pour élucider la nature d'une série de signe non constant ;
- calcul de sommes par télescopage ;
- principe du calcul numérique des sommes de séries par troncature.

### Preuves exigibles :

- correspondance bijective suite-série ;
- convergence de  $\sum \frac{1}{n!} z^n$ , définition et relation fonctionnelle de  $\exp$  ;
- théorème série-intégrale.
- théorème des séries alternées.