Colles de mathématique ψ^*
Programme 1 : 14 au 25 septembre

Séries numériques

- définition de la série U associée à une suite u ;
- bijectivité sur $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ de $u \mapsto U$ et expression de la réciproque ;
- définition de la somme et des restes d'une série convergente ;
- rappel des règles d'étude de la nature d'une série à termes positifs : équivalent, majoration, minoration, Riemann ;
- séries à termes non positifs : une CS de divergence est la divergence grossière, une CS de convergence est la convergence absolue ;
- règle de D'Alembert, absolue convergence de $\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{z^n}{n!}$, définition correcte de l'exponentielle complexe ;
- définition et propriétés du produit de Cauchy sur $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$;
- si u et v sont sommables, alors $u * v$ l'est aussi et $\sum_{n\in\mathbb{N}}(u*v)_n = \left(\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n\right)\left(\sum_{n\in\mathbb{N}} v_n\right)$;
- propriété fonctionnelle de l'exponentielle ;
- théorème de comparaison série-intégrale ;
- théorème des séries alternées ;
- calcul exact de la somme d'une série par télescopage.

Preuves exigibles :

1. Règle de D'Alembert.
2. Définition et propriété fonctionnelle de l'exponentielle.
3. Théorème de comparaison série-intégrale.
4. Théorème des séries alternées.