

Colles de mathématique ψ^*

Programme de la quinzaine 2 : 1 au 12 septembre

Espaces vectoriels normés

- définition d'une norme, d'une norme d'algèbre ;
- normes usuelles sur \mathbb{K}^n , $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{C}^0([a, b])$;
- distance associée à une norme, boules, sphères ;
- parties convexes, toute boule est convexe ;
- parties bornées, fonctions bornées ;
- équivalence des normes en dimension finie (admis).

Suites vectorielles en dimension finie

- définition de la convergence, unicité de la limite ;
- convergence et limite d'une combinaison linéaire de suites convergentes ;
- toute suite convergente est bornée ;
- suites extraites d'une suite convergente ;
- caractérisation de la convergence à l'aide des coordonnées.

Topologie en dimension finie

- définition des points intérieurs à une partie, des parties ouvertes ;
- définition des points adhérents à une partie, des parties fermées, caractérisations séquentielles ;
- toute union, toute intersection finie d'ouverts est ouverte ; analogue pour les fermés ;
- toute boule ouverte est ouverte, toute boule fermée est fermée ;
- définition de la frontière d'une partie.

NB : rien d'autre n'est au programme.

Preuves exigibles :

- convexité des boules ;
- caractérisation de la convergence d'une suite à l'aide des coordonnées ;
- caractérisation séquentielle des points adhérents, des fermés.