# Colles de mathématique $\psi^*$
# Programme 6 : 7 au 18 décembre

## Réduction des endomorphismes ou matrices carrées

On se place dans un ev de dimension finie $n$.

- définition de la diagonalisabilité, caractérisation des bases diagonalisantes ;
- CS de diagonalisabilité : $u$ a $n$ valeurs propres ;
- CNS 1 de diagonalisabilité : $\sum_{\lambda \in \mathrm{Sp}(u)} \dim E_\lambda = n$ ;
- CNS 2 de diagonalisabilité : $\chi_u$ est scindé, et pour chaque racine multiple éventuelle $\dim E_\lambda = \mathrm{mult}(\lambda)$ ;
- CNS 3 de diagonalisabilité : existence d'un polynôme annulateur scindé simple (*admis*) ;
- CNS 4 de diagonalisabilité : $\prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}(u)} (X - \lambda)$ est annulateur de $u$ ;
- si $v$ est induit par $u$ diagonalisable, alors $v$ est diagonalisable ;
- définition de la trigonalisabilité, CNS : le polynôme caractéristique est scindé ;
- pratique de la diagonalisation des matrices carrées ;
- pratique de la trigonalisation uniquement dans le cas où on peut trouver $n-1$ vecteurs propres indépendants.

## Suites de fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

- définition de la convergence simple, fonction limite simple ;
- définition de la convergence uniforme, elle implique la convergence simple ;
- définition de la convergence uniforme sur tout segment (CVUTS) ;
- intégrale d'une limite uniforme sur un segment ;
- théorème d'interversion de $\lim_{x \to a}$ et $\lim_{n \to \infty}$ dans le cas où il y a convergence uniforme sur un voisinage de $a$ *(admis)* ;
- continuité de la limite simple quand il y a CVUTS ;
- dérivation de la limite simple quand il y a CVUTS des dérivées ;
- classe de la limite simple.

## Preuves exigibles :

- CNS 1, 2 et 4 de diagonalisabilité ;
- théorème de dérivation de la limite simple d'une suite de fonctions $\mathcal{C}^1$.