

## **Bienvenue en ECG1B**

Félicitations pour votre baccalauréat et bienvenue en classe ECG1B au lycée Champollion à la rentrée prochaine.

En ECG1B, vous aurez des mathématiques approfondies, de l'HGG (Histoire Géographie Géopolitique) ou de l'ESH (Economie Sociologie et Histoire du monde contemporain) suivant votre choix d'option ainsi que de la philosophie, des lettres, des langues (LV1 et LV2) et de l'informatique.

Votre réussite dépendra de votre régularité et de votre investissement. Le programme d'ECG s'inscrit directement dans la continuité du programme de terminale. La différence majeure est que nous allons vous préparer à des concours très sélectifs et exigeants. Ainsi, un apprentissage approximatif du cours ou des exercices ne sera pas acceptable et ne vous permettra pas de progresser. Vous devrez être assidu dans votre travail, précis dans vos raisonnements et vous aurez à adopter une rédaction concise. Toute l'équipe pédagogique sera là bien sûr pour vous guider et vous donner des techniques d'apprentissages efficaces.

Pour aborder au mieux votre première année de classe préparatoire, il est important dès maintenant de suivre les recommandations de vos futurs professeurs qui vous sont données dans les pages suivantes et d'acheter les ouvrages indiqués.

Au plaisir de vous rencontrer en septembre,

**L'équipe pédagogique d'ECG1B**

Lycée CHAMPOLLION  
GRENOBLE

« Exigences de travail pour la rentrée de septembre 2021 »

**ECG1A & ECG1B**  
**Cours d'Economie, sociologie et histoire du monde contemporain (ESHMC)**  
**Professeurs : Elley BAHRINI & Philippe TAREL**

Nous sommes heureux de vous accueillir bientôt en ECG1B et nous vous suggérons de mettre à profit l'été pour y arriver dans les meilleures conditions.

Pour avoir une bonne connaissance de l'histoire et des phénomènes économiques des XIX<sup>ème</sup> et XX<sup>ème</sup> siècles, nous vous demandons de :

**1<sup>o</sup>. Lire :**

- J. Brasseul, *Petite histoire des faits économiques et sociaux*, Paris, Armand Colin, U. Histoire contemporaine, 5<sup>ème</sup> édition, 2019. Constituant la base de départ du cours, cet ouvrage sera considéré comme lu.
- D. Cohen, *La Prospérité du vice, Une introduction (inquiète) à l'économie*, Albin Michel, livre de poche, 2011.

**2<sup>o</sup>. Vous procurer** un manuel de cours *Economie, sociologie et histoire du monde contemporain* (ECG 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> années) qui pourra servir de support pour les deux années d'ESHMC. De nombreuses éditions sont disponibles aujourd'hui comme celles de Dunod et Bréal, mais d'autres seront publiées durant l'été 2021 (Nathan, Armand Colin,...)

Bon courage et bel été  
E. Bahrini & P. Tarel

**ECG1A & ECG1B**  
**Cours d'Histoire Géographie et Géopolitique du monde contemporain (HGG)**  
**Professeur : Mme Prieur**

Bonjour à tous,

En histoire, géographie et géopolitique du monde contemporain, la première année est structurée autour de la notion de mondialisation, dont nous devons analyser la profondeur historique, les aspects géopolitiques et les enjeux spatiaux et économiques.

Au cours du premier semestre, nous refferons ensemble tout le cheminement historique et il n'y a pas de prérequis, donc pas d'inquiétude si vous pensez avoir des lacunes. En revanche, nous avancerons à un rythme soutenu et il y aura beaucoup de connaissances à acquérir. C'est dans cette perspective que je vous propose plusieurs axes de travail afin que vous puissiez commencer à vous y préparer dès cet été :

- Assurez-vous de la maîtrise de vos cours de lycée concernant la mondialisation, mais aussi les grands éléments de l'histoire contemporaine.
- Commencez à suivre l'actualité en France et à l'étranger.

Très bon été à tous,  
C. Prieur



## ECG1 B (maths approfondies)

### Bibliographie philosophie- Mme Eyssidieux

Vous allez entrer en classe préparatoire économiques et sociales et nous allons ensemble explorer et approfondir les grands thèmes de culture générale qui sont à votre programme. Le programme de première année, commun aux professeurs de lettres (3h) et de philosophie (3h), permet d'approfondir et d'élargir la culture acquise au cours des études secondaires et de consolider les bases nécessaires à une réflexion personnelle.

L'année scolaire qui s'achève a été un peu particulière étant donné les mois d'enseignement à distance que vous avez connus...il est important que vous conserviez vos cours de philosophie de terminale et si possible le manuel ou recueil de textes.

Vos professeurs vous formeront à la dissertation de culture générale, au résumé et à la synthèse, qui sont les exercices imposés des concours que vous allez préparer. Mais il serait utile de vous exercer sur de petits sujets de dissertation (intro et plan détaillé) afin de ne pas perdre la main !

Afin de préparer au mieux l'année, vous vous procurerez et lirez pour la rentrée les œuvres dont les titres sont précédés d'une étoile.

Au fil de l'année nous travaillerons d'autres œuvres ici mentionnées.

\* F. Châtelet, Une histoire de la raison

\* Platon, l'Apologie de Socrate

\* Kant, Qu'est-ce que les Lumières ?

\* B. Russel, Science et religion

P. Hadot, qu'est-ce que la philosophie antique ?

Aristote, La politique, livre 1, chap. 1 et 2 et livre II, chap. 1 à 5

Epicure, Lettre à Ménécée

Machiavel, Le Prince

Descartes, Discours de la méthode

Locke, Lettre sur la tolérance

Rousseau, Du contrat social (livre I)

T. Todorov, L'Esprit des Lumières

Tocqueville, De la démocratie en Amérique (livre I, 2<sup>ème</sup> partie, livre 1 à 8)

Nietzsche, Généalogie de la morale

M. Gauchet, La religion dans la démocratie

Charles Taylor Le malaise de la modernité

Hannah Arendt, La condition de l'homme moderne, (chap 1, la condition humaine)

Les grands textes philosophiques continuent de nourrir nos interrogations contemporaines : la question de la religion, de la sécularisation ou de la laïcité, celle de l'identité (collective et individuelle), de la souveraineté, du modèle étatique, de la démocratie moderne et d'un modèle politique européen, sans oublier la science et l'art. La culture générale n'est pas seulement à l'intersection des lettres et de la philosophie, mais aussi du droit, des sciences économiques et des sciences humaines. Elle vise alors à la plus grande maîtrise possible de ce qu'on appelle dans les Instituts d'Etudes Politiques « les grands enjeux contemporains ». Ce programme de lecture est une introduction à la découverte de ces grands enjeux.

**Bonne lecture à tous !**

### Bibliographie

Voici la liste des ouvrages sur lesquels s'appuiera le cours de culture générale-Lettres, de septembre à juin. Il faut vous procurer ces livres et commencer à les lire pendant l'été, sachant que nous les aborderons par ordre chronologique. Commencez donc par *Œdipe roi* et la Bible, en lisant (au minimum), dans l'Ancien Testament, la Genèse et l'Exode, et les Évangiles dans le Nouveau Testament.

Cette liste comporte sept livres, que je vous recommande d'avoir dans les éditions que j'ai précisément indiquées ci-dessous, car ce sont celles que nous utiliserons en classe. Il s'agit d'éditions bon marché, en format poche, choisies pour leurs qualités (concernant l'établissement du texte, la traduction, l'introduction, le dossier, les notes de bas de page, etc.)

De préférence, ne commandez pas ces livres sur un site de vente en ligne, mais dans une librairie, afin de faire vivre ces commerces qui participent à notre richesse culturelle !

[Remarque : Dans les références bibliographiques suivantes, la date indiquée est celle de la première édition du texte dans la collection. Ces livres – qui sont des classiques – sont ensuite régulièrement réimprimés : vous pouvez donc acheter une édition imprimée à une date ultérieure, elle sera identique.]

| Séquence de travail                       | Œuvres étudiées   |
|---|---|
| L'héritage de la pensée grecque et latine | Sophocle, <i>Œdipe Roi</i> , trad. Victor-Henri Debibour, LGF, coll. Le Livre de poche classique, 1994, 140 p.  |
| Judaïsme et christianisme                 | <i>La Bible de Jérusalem</i> , Éditions du Cerf, coll. Pocket, 1998, 2117 p.  |
| Renaissance                               | Rabelais, <i>Gargantua</i> , éd. Myriam Marrache-Gouraud, Flammarion, coll. GF, 2016, 528 p.  |
| Classicisme (XVII <sup>e</sup> siècle)    | Pascal, <i>Trois Discours sur la condition des grands et six liasses extraites des Pensées</i> , éd. Katia Genel, Gallimard, coll. Folio plus philosophie, 2006, 165 p. |
| Lumières (XVIII <sup>e</sup> siècle)      | Diderot, <i>Le Rêve de d'Alembert</i> , éd. Colas Duflo, Flammarion, coll. GF, 2002, 245 p.   |
| XIX <sup>e</sup> siècle                   | Balzac, <i>Le Père Goriot</i> , Gallimard, coll. Folio classique, 1971, 439 p.  |
| XX <sup>e</sup> siècle                    | Ponge, <i>Le Parti pris des choses</i> , Gallimard, coll. Folio plus classiques, 2009, 170 p.   |

## EC ANGLAIS – CONSEILS POUR L'ETE

→ le cours d'anglais en EC traitant de problématiques contemporaines du monde anglophone, il est essentiel de **se tenir au courant de l'actualité**. Pour cela :

- **lisez la presse**. Le site internet et l'application du journal de référence *The Guardian* sont gratuits. D'autres journaux comme *The New York Times* ou *The Washington Post* limitent le nombre d'articles qui peuvent être lus mais sont des sources intéressantes.

- **regardez les grandes chaînes** comme la BBC ou CNN qui sont accessibles gratuitement par divers canaux.

- **écoutez des podcasts**. Il en existe de très nombreux, certains étant produits par la BBC comme *Global News Podcast* ou *In Our Time* ou par CNN comme *CNN10* ou *State Of America*.

→ la 1<sup>e</sup> année permet aussi de retravailler la **grammaire** anglaise. L'ouvrage que vous devrez obligatoirement vous procurer est le suivant :

*Bescherelle - anglais : la grammaire*, de Michèle Malavieille et Wilfrid Rotgé, Broché , 25 juin 2008

Il existe un livre d'exercices associé à cet ouvrage. Son achat n'est pas obligatoire mais il peut vous permettre d'anticiper le travail de l'année et de revoir les bases.

→ pour ce qui est du **vocabulaire** : aucun manuel n'est à acheter mais pour ceux qui le souhaitent, il en existe de nombreux sur le marché, notamment *The Big Picture*. Commencez à vous constituer un **carnet de vocabulaire** (au gré de vos lectures, visionnages...).

→ il existe évidemment bien d'autres moyens de pratiquer l'anglais, donc faites-vous plaisir avec vos films et séries préférés mais toujours en VO (et avec les sous-titres anglais si nécessaire, pas de français !).

## ECG1B – Espagnol – Mme Viaud

En espagnol en ECG, les objectifs seront multiples :

- ✓ connaître et comprendre les grands phénomènes et enjeux sociaux, économiques, politiques concernant l'Espagne et l'Amérique Latine
- ✓ maîtriser la grammaire espagnole et enrichir son bagage lexical afin de pouvoir affronter les épreuves de traduction.

Pour vous familiariser avec la civilisation / actualité hispanique, vous pouvez cet été lire régulièrement les pages internationales de *Le Monde*, acheter *Le courrier international*, vous connecter au site de RTVE (Radio Televisión Española) et y lire des articles ou regarder quelques vidéos par exemple.

En ce qui concerne la partie linguistique, d'anciens élèves vous ont préparé ces conseils en s'inspirant de leur expérience afin que vous puissiez évaluer vos connaissances et lacunes et également éviter les écueils dans lesquels eux-mêmes sont parfois tombés.

Ils vous proposent tout d'abord deux exercices d'autoévaluation.

Traduisez ces formes verbales :

- 1) Je sais
- 2) Tu sortiras
- 3) Nous allâmes
- 4) Pour que je sache
- 5) Taisez-vous messieurs
- 6) Pour qu'il fit
- 7) Cela dépend
- 8) Je voyais
- 9) Je donnai
- 10) Pour que vous puissiez les enfants

Réponses :  
1) Sé 2) Saldrás 3) Fuimos  
4) Para que sepa 5)  
Cállense 6) Para que hiciera  
7) Depende 8) Veía 9) Di  
10) Para que podáis

Traduisez ces quelques phrases

- 1) Je le vois. Il est loin de moi.
- 2) Si tu veux qu'il vienne avec toi : dis-le-lui.
- 3) Pendant les dictatures, les opposants devaient se cacher.
- 4) Il me raconta toute son histoire sans que je puisse l'interrompre.
- 5) Il était fatigué lorsqu'il arriva. Il commença par dormir douze heures.

Réponses :  
1) Lo veo. Está lejos de mí.  
2) Si quieres que venga contigo: díselo.  
3) Durante las dictaduras, los opositores tenían que esconderse.  
4) Me contó toda su historia sin que pudiera interrumpirlo.  
5) Estaba cansado cuando llegó. Empezó por dormir doce horas.

“Ces exercices t'ont posé problème ? Tu as traduit du charabia ? Alors tu sais ce qu'il te reste à faire...” (Corentin)

“La marche va être très haute en septembre et tu vas découvrir ce que c'est que travailler ton espagnol avec rigueur” (Claire)

“En prépa, le *frangol*, ça ne passera plus” (Valentin)

“Tu crois savoir plein de choses... mais tu te trompes... Alors ne fais pas que lire les conseils qui suivent : applique-les !” (Nathan)

Voici donc à présent ces fameux conseils:

Afin de commencer l'année scolaire qui vous attend sous les meilleurs auspices, je vous conseille de travailler **vos conjugaisons espagnoles** (tous les temps, verbes réguliers et irréguliers) ainsi que **vos conjugaisons françaises** (notamment le passé simple). Cette remise à niveau sera de toute façon exigée et évaluée dès les premières semaines: autant donc étaler vos efforts et commencer dès cet été.

Enfin, je vous demande de **vous procurer pour la rentrée les manuels suivants:**

- Les 3500 mots essentiels de l'espagnol, Eric Freysselinard, Ed. Ophrys.
- Précis de grammaire espagnole, Pierre Gerboin - Christine Leroy, Ed. Hachette Education

Et pour allier plaisir et travail, vous pouvez profiter de l'été pour regarder quelques films en VO ou des séries sur des plateformes (La casa de papel, las chicas del cable). En ce qui concerne les films, voici une liste succincte pour vous donner des idées :

- También la lluvia (Même la pluie), Iciar Bollain
- Volver, Todo sobre mi madre, Dolor y gloria Pedro Almodóvar
- El laberinto del fauno (Le labyrinthe de Pan), Guillermo del Toro
- El secreto de sus ojos (Dans ses yeux), Juan José Campanella
- Infancia clandestina, Benjamín Ávila
- Le médecin de famille (Wakolda), Lucía Puenzo

Je vous souhaite un bel été et vous dis à la rentrée.

G. Viaud



## **ALLEMAND (M. CAUDAL) – POUR PREPARER L'ANNÉE DE ECG1B AU COURS DE L'ÉTÉ**

■ Tenez-vous au courant de l'actualité (politique, économique, sociale, culturelle, sportive) dans les pays germaniques grâce aux divers médias.

■ Ecoutez et lisez le plus possible d'allemand : chaîne Arte et son site Internet ([www.arte.tv](http://www.arte.tv)).

Je vous recommande aussi particulièrement le site *Deutsche Welle* : [www.dw.com](http://www.dw.com)

■ Partez en Allemagne, Autriche ou Suisse alémanique si vous le pouvez.

■ La lecture d'une nouvelle ou d'un court roman en langue allemande est une bonne chose. Voici deux conseils de lecture :

- Bernhard Schlink : *L'autre / Der andere*, Folio Bilingue, ISBN: 978-2070309726

- Milena Michiko Flašar: *Ich nannte ihn Krawatte*, Btb Taschenbuch, ISBN: 978-3442746569

(La traduction française existe en poche : Milena Michiko Flašar, *La cravate*, Points, ISBN: 978-2757845288, il se peut que nous en traduisions des extraits en cours d'année.)

## **Italien LV2 - Madame Calaprice :**

- réviser les conjugaisons à tous les temps (ou les apprendre)
- écouter la Radio Rai qui propose différents podcasts en ligne, regarder la télé italienne
- regarder des films ou des séries en VO
- lire la presse (La Repubblica, Il Corriere della Sera, La Stampa, etc.)
- aller en Italie, si cela est possible

## Mathématiques (Mme Tanguy)

Il est primordial de maîtriser parfaitement certaines notions de base. Vous devez notamment vérifier que vous avez les compétences suivantes et les (re)travailler si vous avez des lacunes.

- savoir gérer un calcul avec des fractions (addition, produit, quotient) ;
- savoir gérer un calcul avec des puissances ;
- savoir résoudre une équation du premier ordre ou du second ordre ;
- savoir représenter les graphes des fonctions usuelles ( $x \mapsto x^2$ ,  $x \mapsto e^x$ ,  $x \mapsto \ln(x)$ ,  $x \mapsto \sqrt{x}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{x}$ )
- connaître parfaitement les dérivées et les primitives des fonctions usuelles ;
- connaître parfaitement les propriétés algébriques du logarithme, de l'exponentielle et de la racine carrée ;

Dans la suite, vous trouverez différents formulaires, que vous devez bien connaître et qui ont déjà été vus en terminale. Je vous propose ensuite différents petits exercices vous permettant de vous tester. Un corrigé est proposé pour chacun d'entre eux. Vous pourrez voir dans le dernier exercice et le problème la rédaction que nous apprendrons et qui sera exigée en ECG1B.

Prenez un peu de temps cet été pour vous exercer, cela vous permettra de faire un démarrage serein en classe préparatoire. Je serai à votre disposition dès la rentrée pour répondre à toutes les interrogations et revoir les difficultés que vous avez pu rencontrer.

Pour ceux qui auraient des difficultés calculatoires récurrentes, je vous conseille d'utiliser le livre "**Exercices de perfectionnement en calcul (niveau lycée) de Véronique Perdu aux éditions ellipses**". Dix minutes tous les jours et vous progresserez rapidement, l'important étant la régularité pour développer des automatismes !

Pas d'inquiétude, quel que soit votre niveau actuel, si vous êtes prêt à travailler sérieusement, les mathématiques d'ECG1B sont à votre portée.

Bonnes vacances, à bientôt

Mme Tanguy

## Formulaire de dérivation

| expression de $f$                 | domaine de définition | domaine de dérivation | expression de $f'$            |
|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------------|
| $f(x) = C \in \mathbb{R}$         | $\mathbb{R}$          | $\mathbb{R}$          | $f'(x) = 0$                   |
| $f(x) = x^n \ (n \in \mathbb{N})$ | $\mathbb{R}$          | $\mathbb{R}$          | $f'(x) = nx^{n-1}$            |
| $f(x) = e^x$                      | $\mathbb{R}$          | $\mathbb{R}$          | $f'(x) = e^x$                 |
| $f(x) = \ln(x)$                   | $\mathbb{R}_+^*$      | $\mathbb{R}_+^*$      | $f'(x) = \frac{1}{x}$         |
| $f(x) = \sqrt{x}$                 | $\mathbb{R}_+$        | $\mathbb{R}_+^*$      | $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $f(x) = \cos(x)$                  | $\mathbb{R}$          | $\mathbb{R}$          | $f'(x) = -\sin(x)$            |
| $f(x) = \sin(x)$                  | $\mathbb{R}$          | $\mathbb{R}$          | $f'(x) = \cos(x)$             |

## Formulaire des formes particulières de dérivées

Dans le tableau ci-dessous  $u$ ,  $v$  et  $g$  désignent des fonctions,  $a$  et  $b$  des réels et  $n$  un entier.

| expression de $f$          | expression de $f'$                             |
|----------------------------|--|
| $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ | $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}$ |
| $f(x) = u(x) \times v(x)$  | $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$                |
| $f(x) = e^{u(x)}$          | $f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$                        |
| $f(x) = \ln(u(x))$         | $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$                   |
| $f(x) = \sqrt{u(x)}$       | $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$           |
| $f(x) = (u(x))^n$          | $f'(x) = nu'(x)(u(x))^{n-1}$                   |
| $f(x) = g(ax + b)$         | $f'(x) = ag'(ax + b)$                          |

## Formulaire de primitives

Dans ce tableau  $n$  désigne un entier différent de  $-1$ .

| expression de $f$            | UNE primitive $F$            |
|------------------------------|------------------------------|
| $f(x) = a \in \mathbb{R}$    | $F(x) = ax$                  |
| $f(x) = x^n$                 | $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ |
| $f(x) = e^x$                 | $F(x) = e^x$                 |
| $f(x) = \frac{1}{x}$         | $F(x) = \ln( x )$            |
| $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $F(x) = \sqrt{x}$            |
| $f(x) = \cos(x)$             | $F(x) = \sin(x)$             |
| $f(x) = \sin(x)$             | $F(x) = -\cos(x)$            |

## Formulaire des formes particulières de primitives

Dans le tableau ci-dessous  $u$  désigne une fonction et  $n$  un entier différent de  $-1$ .

| expression de $f$                   | une primitive $F$                 |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| $f(x) = u'(x)(u(x))^n$              | $F(x) = \frac{(u(x))^{n+1}}{n+1}$ |
| $f(x) = u'(x)e^{u(x)}$              | $F(x) = e^{u(x)}$                 |
| $f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$         | $F(x) = \ln( u(x) )$              |
| $f(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ | $F(x) = \sqrt{u(x)}$              |

|  |  |  |                         |  |
|--|--|--|-------------------------|--|
| <b>Règles de calcul avec les fractions :</b>       |  |  |                         |  |
| $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$        | $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ | $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ |                         |  |
| <b>Règles de calcul sur les puissances :</b>       |  |  |                         |  |
| $a^m \times a^n = a^{m+n}$                         | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$                      | $(a^m)^n = a^{m \times n}$   | $a^n b^n = (ab)^n$      | $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ |
| <b>Règles de calcul avec les racines carrées :</b> |  |  |                         |  |
| $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$                     | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ | $(\sqrt{a})^2 = a$   | mais $\sqrt{a^2} =  a $ |  |
| <b>Règles de calcul avec les logarithmes :</b>     |  |  |                         |  |
| $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$                        | $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$  | $\ln(a^n) = n \ln(a)$  | $\ln(1) = 0$            | $\ln(e) = 1$                                   |
| <b>Règles de calcul avec les exponentielles :</b>  |  |  |                         |  |
| $e^a e^b = e^{a+b}$                                | $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$                      | $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$   | $e^0 = 1$               |  |

**ATTENTION :** On ne peut pas écrire n'importe quoi ! Voici quelques grosses erreurs classiques...

|  |
|--|
| $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$          |
| $\ln(a+b) \neq \ln(a) + \ln(b)$                |
| $e^a + e^b \neq e^{a+b}$                       |
| $\frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ |
| etc ...  |

# EXERCICES

**Exercice 1.** Déterminer la dérivée de chacune des fonctions suivantes en indiquant le domaine de dérivabilité.

- $f_1 : x \mapsto x^5 + \frac{x^4}{2} - 3x^2 + x - 1$
- $f_2 : x \mapsto (3x - 1)\sqrt{x}$
- $f_3 : x \mapsto \frac{x - 1}{x + 2}$
- $f_4 : x \mapsto \frac{x^2 + x + 1}{x + 2}$
- $f_5 : x \mapsto (2x^2 + x - 1)^4$
- $f_6 : x \mapsto \cos(3x - \frac{\pi}{4})$
- $f_7 : x \mapsto \left(\frac{3x - 4}{x - 1}\right)^3$
- $f_8 : x \mapsto \sqrt{x^2 - 1}$
- $f_9 : x \mapsto \ln(x^2 + 1)$

**Exercice 2.** Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle  $I$  indiqué :

- $g_1 : x \mapsto x^4 - 4x^3 + 2x + 1$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_2 : x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 3}{2}$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_3 : x \mapsto \frac{4}{x^2} - \frac{1}{x}$  sur  $I = \mathbb{R}_+^*$  ;
- $g_4 : x \mapsto (x + 2)^3$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_5 : x \mapsto 2x(3x^2 - 1)^4$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_6 : x \mapsto \frac{1}{x - 4}$  sur  $I = ]4, +\infty[$  ;
- $g_7 : x \mapsto \frac{2x - 1}{x^2 - x}$  sur  $I = ]0, 1[$  ;
- $g_8 : x \mapsto \frac{1}{(3x - 1)^2}$  sur  $I = ]1/3, +\infty[$  ;
- $g_9 : x \mapsto \frac{2}{\sqrt{2x + 1}}$  sur  $I = ]-1/2, +\infty[$  ;
- $g_{10} : x \mapsto e^{-x+1}$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_{11} : x \mapsto x e^{-x^2+1}$  sur  $I = \mathbb{R}$  ;
- $g_{12} : x \mapsto \cos(3x)$  sur  $I = \mathbb{R}$ .

**Exercice 3.**

1. Factoriser  $A = (x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 1)$ .
2. Simplifier les expressions suivantes :

$$(e^{2x+3})^{-3} \times (e^{3x-1})^{-2} \qquad (e^{\pi x} + e^{-\pi x})^2 - (e^{\pi x} - e^{-\pi x})^2 \qquad \frac{e^x + e^{-x}}{e^x}$$

3. Simplifier au maximum :

$$\ln(a + b) + \ln(a - b) - \ln(a^2 - b^2) \qquad \ln\left(\frac{25\sqrt{5}}{9}\right) \qquad \ln\left(\frac{1}{a}\right) + \ln(a^4) - \ln(a^3) + \ln(1)$$

**Exercice 4 (récurrence).** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 0$  et,

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = u_n + n$$

À l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $u_n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

### Problème.

On considère la fonction  $f$  d'expression

$$f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$$

On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . L'unité graphique est 1 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

#### Partie A : étude des limites de $f$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$ .
2. (a) Vérifier que pour tout nombre réel  $x$ , on a l'égalité

$$f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x})$$

- (b) Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
3. On admet que  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$ . Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
4. En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet deux asymptotes que l'on précisera.

#### Partie B : étude des variations de $f$ et construction de $\mathcal{C}$

On considère la fonction  $g$  d'expression

$$g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$$

1. Déterminer le domaine de définition de  $g$ .
2. (a) Démontrer que la fonction  $g$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $[0, +\infty[$ .  
(b) En déduire le signe de  $g(t)$  lorsque  $t > 0$ .
3. (a) Pour tout nombre réel  $x$ , calculer  $f'(x)$  et l'exprimer en fonction de  $g(e^x)$ .  
(b) En déduire le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation.
4. Tracer les asymptotes à la courbe  $\mathcal{C}$  et la courbe  $\mathcal{C}$ .



# Corrigés

## Exercice 1.

- $f_1$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  en tant que polynôme donc  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_1(x) = 5x^4 + 2x^3 - 6x + 1$
- $x \mapsto 3x - 1$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  en tant que polynôme et  $x \mapsto \sqrt{x}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  donc par produit  $f_2$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$ .  
 $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, f'_2(x) = \frac{9x - 1}{2\sqrt{x}}$ .
- $f_3$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  comme quotient de polynômes avec le dénominateur qui s'annule en  $-2$  donc  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, f'_3(x) = \frac{3}{(x + 2)^2}$ .
- $f_4$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  comme quotient de polynômes avec le dénominateur qui s'annule en  $-2$  donc  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, f'_4(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x + 2)^2}$ .
- $f_5$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  en tant que polynôme et  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_5(x) = 4(4x + 1) \times (2x^2 + x - 1)^3$
- $f_6$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme composée de fonctions qui le sont et  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_6(x) = -3 \sin(3x - \frac{\pi}{4})$
- $f_7$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  comme quotient de polynômes avec le dénominateur qui s'annule en  $1$  donc  
 $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, f'_7(x) = \frac{3(3x - 4)^2}{(x - 1)^4}$
- La fonction racine carrée est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  donc  $f_8$  sera dérivable en  $x$  si et seulement si  $x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  donc  $f_8$  est dérivable sur  $] -\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  et  $\forall x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[, f'_8(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- La fonction logarithme est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  donc  $f_9$  sera dérivable en  $x$  si et seulement si  $x^2 + 1 > 0$ , ce qui est vrai pour tous les réels donc  $f_9$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $\forall x \in \mathbb{R}, f'_9(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

## Exercice 2.

- $G_1(x) = \frac{x^5}{5} - x^4 + x^2 + x$
- $G_2(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{3x^2}{4} + \frac{3x}{2}$
- $G_3(x) = \frac{-4}{x} - \ln(|x|)$
- $G_4(x) = \frac{x}{(x + 2)^4}$
- $G_5(x) = \frac{(3x^2 - 1)^5}{15}$
- $G_6(x) = \ln(|x - 4|)$
- $G_7(x) = \ln(|x^2 - x|)$
- $G_8(x) = \frac{-1}{3(3x - 1)}$
- $G_9(x) = 2\sqrt{2x + 1}$
- $G_{10}(x) = -e^{-x+1}$
- $G_{11}(x) = \frac{-1}{2} e^{-x^2+1}$
- $G_{12}(x) = \frac{1}{3} \sin(3x)$

## Exercice 3.

1.  $A = 2x(x - 1)$  (pensez aux identités remarquables)
2.  $(e^{2x+3})^{-3} \times (e^{3x-1})^{-2} = e^{-12x-7}$   
 $(e^{\pi x} + e^{-\pi x})^2 - (e^{\pi x} - e^{-\pi x})^2 = 4$   
 $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x} = 1 + e^{-2x}$

3.  $\ln(a+b) + \ln(a-b) - \ln(a^2 - b^2) = 0$  (pensez encore aux identités remarquables et aux règles de calcul sur les logarithmes)

$$\ln\left(\frac{25\sqrt{5}}{9}\right) = \frac{5}{2}\ln(5) - 2\ln(3)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) + \ln(a^4) - \ln(a^3) + \ln(1) = 0$$

**Exercice 4.** Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la proposition  $\mathcal{P}_n : \ll u_n = \frac{n(n-1)}{2} \gg$ . Montrons que pour tout entier naturel  $n$ , la proposition  $\mathcal{P}_n$  est vraie à l'aide d'un raisonnement par récurrence simple.

★ **Initialisation :** Montrons que la proposition  $\mathcal{P}_0$  est vraie. D'une part,  $u_0 = 0$  (énoncé) et  $\frac{0 \times (0-1)}{2} = 0$  donc on a l'égalité. Donc  $\mathcal{P}_0$  est vraie.

★ **Hérédité :** Soit  $n \in \mathbb{N}$  (fixé). On suppose que la proposition  $\mathcal{P}_n$  est vraie. Montrons qu'elle entraîne la proposition  $\mathcal{P}_{n+1}$ . D'après l'énoncé, on a  $u_{n+1} = u_n + n$  et par hypothèse de récurrence est vraie, on a  $u_n = \frac{n(n-1)}{2}$ . Par conséquent,

$$u_{n+1} = \frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n-1) + 2n}{2} = \frac{n(n-1+2)}{2} = \frac{(n+1)n}{2} = \frac{(n+1)(n+1-1)}{2}$$

Donc la proposition  $\mathcal{P}_{n+1}$  est vraie.

Ainsi  $\mathcal{P}_n \Rightarrow \mathcal{P}_{n+1}$

★ **Conclusion :** D'après le principe de récurrence, pour tout entier naturel  $n$ , la proposition  $\mathcal{P}_n$  est vraie, c'est-à-dire

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \frac{n(n-1)}{2}}$$

## Problème.

### Partie A : étude des limites de $f$

1. Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Alors

$$\begin{aligned} f \text{ est définie en } x &\iff \begin{cases} x \mapsto e^{-x} \text{ est définie en } x \\ x \mapsto \ln(1 + e^{-x}) \text{ est définie en } x \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \mapsto 1 + e^{-x} \text{ est définie en } x \\ 1 + e^{-x} > 0 \text{ (toujours vrai) car le logarithme est défini sur } \mathbb{R}_+^* \end{cases} \\ &\iff x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Donc  $\boxed{\mathcal{D}_f = \mathbb{R}}$ .

2. (a) Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En factorisant par  $e^x$  à l'intérieur du logarithme, il vient :

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-x} \ln(e^x(e^{-x} + 1)) = e^{-x} (\underbrace{\ln(e^x)}_{=x} + \ln(1 + e^{-x})) \\ &= x e^{-x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x}) \end{aligned}$$

et comme  $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ , on obtient le résultat souhaité :

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x})}$$

(b) On sait que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$  (croissances comparées).

De plus,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$  et  $\lim_{y \rightarrow 0} \ln(1+y) = \ln(1) = 0$ . D'après le théorème concernant la limite d'une fonction composée, on a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-x}) = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \ln(1 + e^{-x}) = 0 \times 0 = 0$ . Par conséquent,

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$

3. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a  $f(x) = \frac{\ln(1 + e^x)}{e^x}$ . Or, quand  $x$  tend vers  $-\infty$ ,  $h = e^x$  tend vers 0. En utilisant le théorème concernant la limite d'une fonction composée, on a donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$  d'après le rappel de l'énoncé. Finalement,

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1}$$

4. Conséquences graphiques :

la courbe  $\mathcal{C}$  admet deux asymptotes horizontales, la droite d'équation  $y = 1$  en  $-\infty$  et la droite d'équation  $y = 0$  en  $+\infty$ .

### Partie B : étude des variations de $f$ et construction de $\mathcal{C}$

1. Soit  $t \in \mathbb{R}$ . Alors

$$\begin{aligned} g \text{ est définie en } t &\iff \begin{cases} t \mapsto \frac{t}{1+t} \text{ est définie en } t \\ t \mapsto \ln(1+t) \text{ est définie en } t \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} t \neq -1 \\ t > -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc  $\mathcal{D}_g = ]-1, +\infty[$ .

2. (a) La fonction  $g$  est dérivable sur l'intervalle  $[0, +\infty[$  comme somme de fonctions dérivables sur cet intervalle. Pour démontrer que  $g$  est strictement décroissante sur  $[0, +\infty[$ , on étudie le signe de sa dérivée. Pour tout  $t \in [0, +\infty[$ ,

$$g'(t) = \frac{1}{(1+t)^2} - \frac{1}{1+t} = -\frac{t}{(1+t)^2}$$

Ainsi,  $g'(0) = 0$  et pour tout  $t > 0$ , on a  $g'(t) < 0$ . On en conclut donc bien que :

la fonction  $g$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $[0, +\infty[$

(b) La fonction  $g$  étant strictement décroissante sur  $[0, +\infty[$ , on sait en particulier que pour tout  $t > 0$ ,  $g(t) < g(0)$  et donc  $g(t) < 0$  (puisque  $g(0) = 0$ ). Ainsi,

$$\boxed{\forall t > 0, \quad g(t) < 0}$$

3. (a) La fonction  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme composée et produit de fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$  et pour tout nombre réel  $x$ , on a

$$f'(x) = -e^{-x} \ln(1 + e^{-x}) + e^{-x} \frac{e^x}{1 + e^x} = e^{-x} \underbrace{\left( \frac{e^x}{1 + e^x} - \ln(1 + e^{-x}) \right)}_{=g(e^x)}$$

Finalement,  $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = e^{-x} g(e^x)}$ .

- (b) Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Comme  $e^x \in ]0, +\infty[$ , on a  $g(e^x) < 0$  (car la fonction  $g$  est strictement négative sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  d'après la question 2. (b)). De plus,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x) = e^{-x}g(e^x) < 0$ . Il s'ensuit donc que

la fonction  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$

En reprenant les limites de la fonction  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$  obtenues aux questions 2. (b) et 3. de la **Partie A**, on obtient le tableau de variation de  $f$  suivant :

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
| $x$ | $-\infty$  | $+\infty$ |
| $f$ | $1$ <span style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">↘</span> $0$ |           |

4. **Grphe  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$**  (pour gagner de la place, l'unité graphique n'est pas respectée dans le corrigé) :

