

Partie I : Autour du strontium – Mines PSI 2021

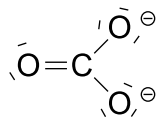
**A) Structure électronique**

1. D'après la première phrase du texte, Sr est  $5s^2$  sur sa couche externe ; donc, en accord avec les règles usuelles, sa configuration électronique est :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2$  ou  $[\text{Kr}]5s^2$ .

La configuration de l'élément situé juste au-dessus de Sr est  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$ , son numéro atomique est donc  $Z = 20$  ; d'après les données, c'est l'élément Ca.

Sr et Ca ont la même configuration électronique externe, donc des propriétés atomiques analogues, d'où la possibilité de substitution.

2.  $\text{Sr}^{2+}$  a la configuration électronique du gaz noble le plus proche (Kr), donc est très stable (couche complète).
3. D'après les données de l'énoncé, il faut prendre en compte les 4 e- de valence de C, les 3 fois 6 e- de valence de O et les 2 e- de charge, soit 24 e- ou 12 doublets ; cela conduit à :

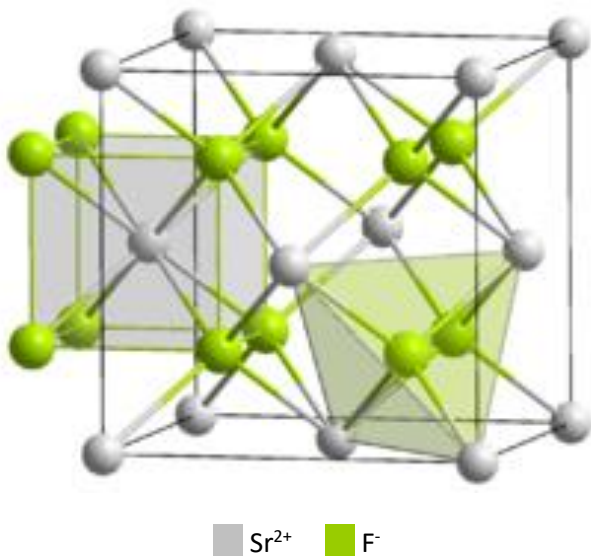


**R :** Il est à noter que les trois oxygènes sont équivalents et que cela implique :

- L'existence de deux autres formes mésomères équivalentes à la précédente,
- Une géométrie plane avec des angles O-C-O de  $120^\circ$ .

**B) Cristallographie**

4. La formule du fluorure de strontium est  $\text{SrF}_2$ .  
Une maille CFC contient  $8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$  ions  $\text{Sr}^{2+}$  et 8 sites tétraédriques (centre des petits cubes d'arête  $a/2$ ).  
Pour respecter la stœchiométrie du composé, tous les sites tétraédriques doivent être occupés par les ions fluorures.
5. Le schéma ci-dessous montre que  $\text{F}^-$  a 4 proches voisins (c'est un site T) et  $\text{Sr}^{2+}$ , 8.

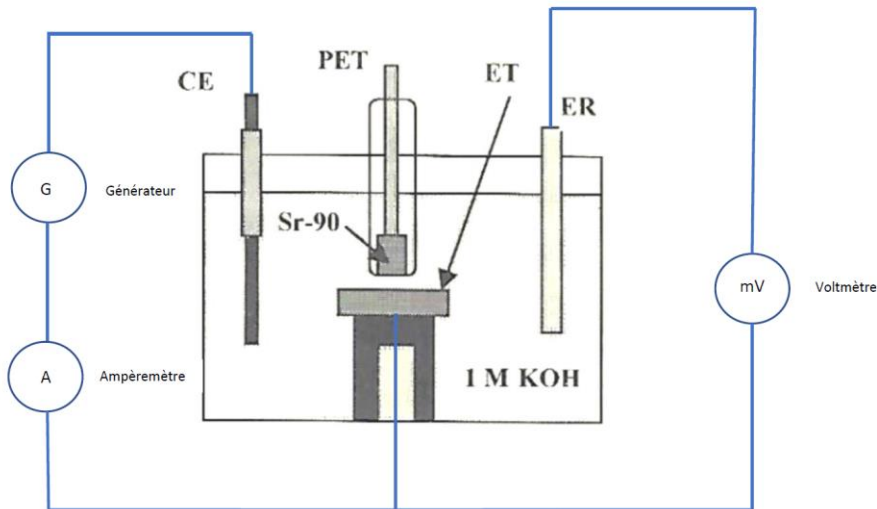


6. Le contact cation-anion se fait suivant la demi-diagonale du petit cube d'arête  $a/2$  :

$$a \frac{\sqrt{3}}{4} = R + r, \text{ d'où } r = 120 \text{ } \mu\text{m}$$

### E) Batterie nucléaire à base d'eau

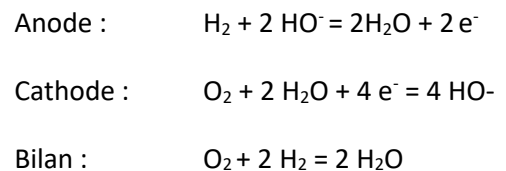
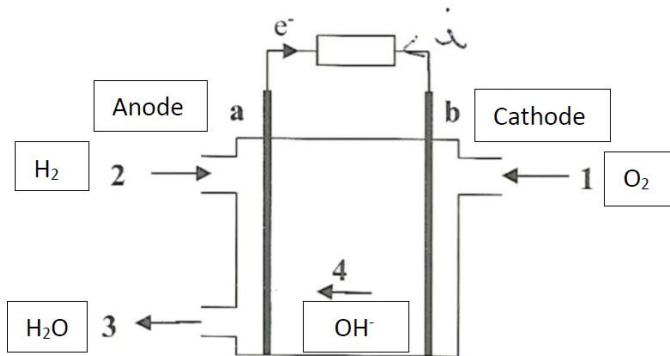
7.



ET : électrode de travail ; CE : contre-électrode ; ER : électrode de référence

Un voltmètre entre ET et ER permet de mesurer le potentiel de ET relativement à l'électrode de référence. Un ampèremètre dans le circuit constitué d'un générateur, de ET et CE permet de mesurer l'intensité du courant qui traverse ET.

8.



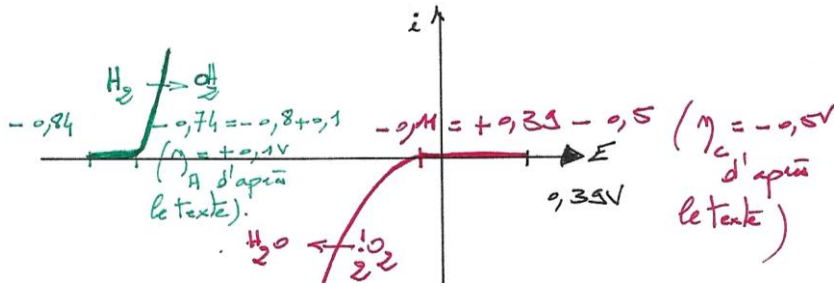
9.  $E_a = 0,00 - 0,06 \text{ pH} = - 0,84 \text{ V}$

$E_b = 1,23 - 0,06 \text{ pH} = 0,39 \text{ V}$

$U = E_b - E_a = 1,23 \text{ V}$

La fem est en réalité plus faible à cause de la cinétique des réactions d'oxydation et de réduction (surtensions anodique et cathodique), de l'irréversibilité de la transformation d'énergie chimique en énergie électrique, etc.

10.



11. Compte tenu des surtensions (cf. ci-dessus),

$$U = (E_b + \eta_b) - (E_a + \eta_a) = (0,39 - 0,5) - (-0,84 + 0,1) = \mathbf{0,63 \text{ V}}$$

12. La charge délivrée par la pile au lithium est :  $Q = i\Delta t = 20 \cdot 10^{-6} \cdot (8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 5 \cdot 10^3 \text{ C}$

Cela correspond à la consommation de :  $n(\text{O}_2) = n(e^-)/4 = Q/4F$

$$\text{Soit } V(\text{O}_2) = QV_m/4F = \mathbf{0,3 \text{ L}}$$

## Partie II : CCINP PC 2021

Corrigé : Q30.  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{terme convectif}$  avec :

- terme convectif : terme d'accélération due au déplacement pendant  $dt$ , de la particule dans un champ de vitesse non uniforme.

- $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  = accélération locale, due en 1 point fixe, au caractère instationnaire de l'écoulement

33.  $Re = \rho \frac{v d}{\mu} = 10^{-2} \ll 1 \Rightarrow$  la convection est négligeable

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{terme convectif} = \vec{0}$$

$\vec{0}$  car  $Re \ll 1$

Q31. cf cours

$$Q32. d\vec{f}_{\text{visc}} = d\vec{f}_i + d\vec{f}_e$$

$$d\vec{f}_i = \gamma \frac{\partial v_x}{\partial z} (y+dz) ds \vec{e}_x$$

$$d\vec{f}_e = -\gamma \frac{\partial v_x}{\partial z} (y) ds \vec{e}_x$$

avec  $ds = dz dx$

$$d\vec{f}_{\text{visc}} = \gamma ds \vec{e}_x \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} (y+dz) - \frac{\partial v_x}{\partial z} (y) \right)$$

$$= \gamma \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \vec{e}_x \underbrace{dz dx dy}_{dV}$$

$\leftarrow f_{v,u}$

34.  $Re \ll 1$ : trajectoire  $\equiv$  ldc. La pdf se déplace donc  $z = \text{const} \Rightarrow v_x(z)$  est constante

le terme d'accélération convective est donc nul, ainsi que le terme local ( $Re \ll 1$ )

35. il vient en projetant sur  $Ox$ .  $\frac{\partial E}{\partial x} = \gamma \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \Rightarrow f(x) = g(z) = k'$  une constante.

$$36. \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = \frac{k'}{\gamma} \Rightarrow v_x(z) = \frac{k'}{2\gamma} z^2 + A_1 z + B$$

hyp. de Navier / Maxwell:  $v_x(h/2) = \frac{\kappa'}{2\eta} \left(\frac{h}{2}\right)^2 + A \frac{h}{2} + B = -\eta \left(\frac{\kappa' h}{2\eta} + A\right)$

$$v_x(-h/2) = \frac{\kappa'}{2\eta} \left(\frac{h}{2}\right)^2 - A \frac{h}{2} + B = +\eta \left(-\frac{\kappa' h}{2\eta} + A\right)$$

Subtract:  $Ah = -2\eta A \Rightarrow A=0$

et  $B = -\eta \frac{\kappa' h}{2\eta} - \frac{\kappa' h^2}{8\eta} \Rightarrow v_x(\eta) = -\frac{\kappa' \eta}{2\eta} h + \frac{\kappa'}{2\eta} \left(\eta^2 - \frac{h^2}{4}\right)$

en fin il est précisé au début des quest que  $\frac{\partial P}{\partial x} = -\kappa$  (on retrouve le coefficient  $\kappa$ )

$$\kappa' = -\kappa \Rightarrow v_x(\eta) = \frac{\kappa \eta}{2\eta} h + \frac{\kappa}{2\eta} \left(\frac{h^2}{4} - \eta^2\right)$$

37.  $v_x=0$  en  $\eta_0$  /  $\eta_0^2 = \frac{h^2}{4} + \eta h \Rightarrow \eta_0 = \pm \sqrt{\frac{h^2}{4} + \eta h} = \pm \frac{h}{2} \sqrt{1 + 4\eta/h}$

$$\eta < h \Rightarrow \frac{\eta}{h} < 1 \quad \eta_0 = \pm \frac{h}{2} (1 + 2\eta/h) \Rightarrow |\eta_0| = \frac{h}{2} + \eta \Rightarrow \eta = |\eta_0| - h/2$$

le glissement a lieu car  $|\eta_0| > h/2$ . Au lieu de s'annuler en  $h/2$ , le vitesse s'annule en  $h/2 + \eta$

38.  $Dv = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S} = \rho \int_{-h/2}^{h/2} \left( \frac{\kappa \eta}{2\eta} h + \frac{\kappa}{2\eta} \left(\frac{h^2}{4} - \eta^2\right) \right) d\eta = \frac{\kappa \rho}{2\eta} h^2 \eta + \frac{\rho \kappa}{8\eta} h^3 - \frac{\rho \kappa}{2\eta} \left[\frac{\eta^3}{3}\right]_{-h/2}^{h/2}$

$$Dv = \frac{\rho \kappa h^2}{2\eta} \left(\eta + \frac{h}{6}\right)$$

39.  $\frac{\partial P}{\partial x} = -\kappa \Rightarrow P(0) - P(L) = \kappa L \Rightarrow \kappa = \frac{\Delta P}{L}$

40.  $Dv = \frac{\Delta P}{L} \frac{\rho h^2}{2\eta} \left(\eta + \frac{h}{6}\right) \Rightarrow R_h = \frac{2L\eta}{\rho h^2 (\eta + h/6)}$  cause conséquence

$$\Delta P = R_h Dv = R_h \iint \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

$$\Delta V = R I = R \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

donc le mm.

41. pour  $\eta = h/2$  il vient:  $\frac{R_h}{R_{h/2}} = \frac{1}{4}$

la résistance hydraulique est 4 fois moins drce

La perte de charge  $\Delta P$  est soit 4 fois moins drce

### Partie III : Centrale Supélec PSI 2021

Q1. Le doc 2 fournit le produit d'électricité en TWh

le doc 3 permet d'estimer la consommation énergétique

annuelle d'1 million de voitures:  $C_V = 30 \text{ V} \cdot 10^6 \times 3600 \times 24 \times 365$

$\Leftrightarrow$

pour  $37,5 \cdot 10^6$  véhicules,  $C_{V, \text{Tot}} = 300 \cdot 10^6 \text{ GJ/an}$

$$\approx 83 \cdot 10^3 \text{ MWh} = 83 \text{ TWh}$$

(1 Wh = 1 watt pendant 1 hr = 3,6 kJ)

Le passage tout électrique coûte environ  $83 \text{ TWh} = 15\%$

de la production totale  $\Rightarrow$  de nouveaux équipements sont nécessaires.

rem: la question n'est pas très bien posée dans le sens où le doc 1 n'est pas utilisé. Il permet d'estimer le converti énergétique annuelle des véhicules essence/diesel  $\approx 250 \text{ TWh} \approx 3 \times \text{sup. à l'équivalent elec}$

Q2. Dans le pire scénario: Forte, pic le + élevé:  $P_{\text{max}} = 860 \times 37,5 = 28 \text{ GW}$   
(doc 3) (MW)

doc 5 et 4: + grandes éoliennes terrestres:  $R=100 \text{ m}$ ,  $P=3 \text{ MW}$  et surface 1 éolienne =  $1 \text{ km}^2$

Il faut donc:  $28 \cdot 10^3 / 3 = 9,4 \times 10^3$  éoliennes donc une superficie d'environ  $9,3 \cdot 10^3 \text{ km}^2$

$1,7\%$  de la surface française!  $\Rightarrow$  difficile à réaliser!

3. Il faut extrapoler les résultats de 6 mois à 1 année

$$\langle P \rangle = \sum d_i P_i = 0,37 \times 867 + 0,54 \times 532 + 0,09 \times 10236$$

↳ % temporel

$$= 4,1 \text{ kW} \Rightarrow E = \langle P \rangle \Delta t = \langle P \rangle \times 24 \times 365 = 36 \text{ MWh.}$$

4.  $\vec{\omega} = \vec{v}_0 - \vec{u}$

On calcule

$$v_0 = (1-a)v_{00}$$

$$v_0 = 3,8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$u = R\omega = \lambda v_0 = 14,4 \text{ m.s}^{-1}$$

Le respect des valeurs des normes influe sur la posit. exacte de

$\vec{\omega}$

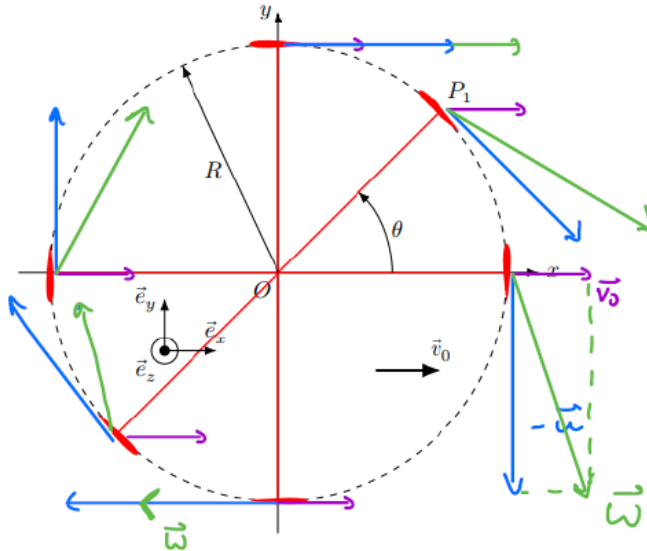


Figure A Figure à compléter avec les vitesses  $\vec{v}_0$ ,  $\vec{u}$  et  $\vec{\omega}$

Q5.  $\|\vec{\omega}\| = \sqrt{\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}} = \sqrt{v_0^2 + u^2 - 2\vec{v}_0 \cdot \vec{u}} = v_0 \sqrt{1 + \lambda^2 + 2\lambda_0 \sin\theta}$

$- v_0 u \sin\theta$

$\left( \frac{u}{v_0} = \frac{R\omega}{(1-a)v_0} = \frac{\lambda}{1-a} = \lambda_0 \right)$

Q6. On a:

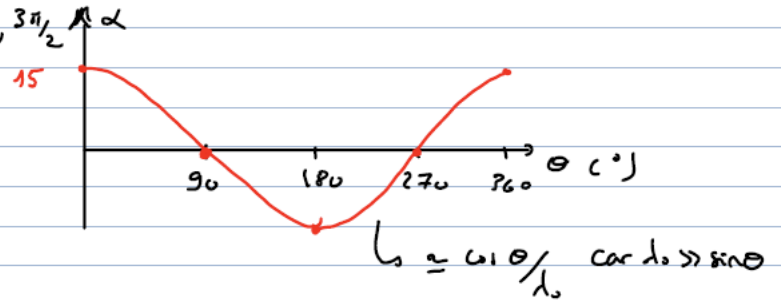
$$\vec{\omega} = \vec{v}_0 - \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} \vec{\omega} \cdot \vec{e}_r = \vec{v}_0 \cdot \vec{e}_r = v_0 \cos\theta = \omega \sin\alpha \\ \text{autre} \\ \vec{\omega} \cdot \vec{e}_\theta = \vec{v}_0 \cdot \vec{e}_\theta - \vec{u} \cdot \vec{e}_\theta = -v_0 \sin\theta - u = -\omega \cos\alpha \\ \text{autre} \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_0 \cos\theta}{u + v_0 \sin\theta} = \frac{\omega \sin\theta}{\sin\theta + \frac{u}{v_0}} = \frac{\omega \sin\theta}{\lambda_0 + \sin\theta} = \tan(\alpha)$$

Q7.  $\lambda_0 = 3,8$   $\tan d = 0 \Rightarrow \theta = +\pi/2, 3\pi/2$

$\theta = 0 \Rightarrow \tan d = \frac{1}{3,8} \Rightarrow d = 15^\circ$

$\theta = \pi \Rightarrow \tan d = -\frac{1}{3,8} \Rightarrow d = -15^\circ$



$-15^\circ < d < 15^\circ$

Q8.  $Re = \frac{\rho \ell \omega}{3} \Rightarrow 3,2 \cdot 10^7 < Re < 5,5 \cdot 10^7$  avec les valeurs numériques et  $Q_5$   
 $\theta = -\pi/2$   $\theta = \pi/2$

on étudie donc les courbes en coupe,  $Re = 3,0 \cdot 10^7$   $0 < C_D < 0,05$

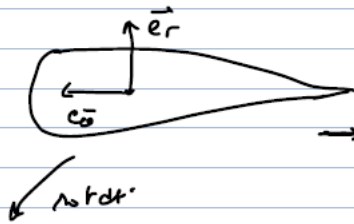
et coupe  $-15^\circ < d < 15^\circ$ , on peut approximer la courbe par 1 droite

$C_L = k d \approx 0,1 d$  ( $e^{-1}$ )

$L_0$  l'approximation est grossière

numérique  $C_D \ll C_L$  sauf au voisinage de  $d = 0$

Q9. on a:  $\vec{F}_1 = \vec{F}_L + \vec{F}_D = \vec{F}_L = \frac{1}{2} (k d) \rho S \omega^2 \vec{n}$  avec  $\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos d \\ \sin d \\ \vec{e}_r, \vec{e}_\theta \end{pmatrix}$



seule la composante orthogonale a 1 effet sur la rotation, le bras de levier de la radiale étant nul.

$d \sin d > 0 \forall d \Rightarrow$  la force a 1 effet moteur  $\forall d$

Q10.  $\mathcal{M}_{3,1} = (\vec{OP}_1 \wedge \vec{F}_1) \cdot \vec{e}_z = \frac{1}{2} k d \rho_{air} S \omega^2 \sin d R$

$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi}$

$= \frac{1}{2} k R \rho_{air} S \omega^2 (1 + 2 \lambda_0 \sin \theta + \lambda_0^2) \int d \sin d$   
 $= \tan^2(\alpha)$  car  $d$  "pas trop grand"

Q11.  $\Gamma_j = \sum_i \mathcal{M}_{j,i} = k F(\theta)$  car chaque pale fait un angle de  $2\pi/3$  / présente

Q12.  $\lambda_0 = 3,8$  et  $\langle P \rangle = \langle \Gamma_j \rangle \omega$  on lit  $\langle F(\theta) \rangle = 1,58$ ,  $\omega = \frac{\lambda v_0}{R} = 3,6 \text{ rad.s}^{-1}$   
 $L_0$  courbe en trait plein.

$\langle P \rangle = \frac{1}{2} k R \rho_{air} S v_0^2 \langle F(\theta) \rangle \omega$

$= 0,79 k \rho_{air} L \lambda_0 (1-a)^3 v_0^3$

$= 4,4 \text{ kW} \rightarrow$  petite installation domestique

Q13. cf fig 3  $D_{Ec} = \frac{dE_c}{dt}$   $dE_c$  étant l'énergie cinétique traversant le sect. du cylindre pdt dt

$$dE_c = dm \cdot \frac{1}{2} v_0^2 \Rightarrow D_{Ec} = Dm \frac{v_0^2}{2} = \rho S v_0^3$$

$$D_{Ec} = \frac{1}{2} \rho_{air} (2R) L v_0^3 = \rho_{air} R L v_0^3 = 8,3 \text{ kW}$$

C'est la puissance du vent disponible au niveau de l'éolienne

Q14:  $\eta = \frac{P \rightarrow \text{utile}}{D_{Ec} \rightarrow \text{disponible}} = 53\%$  Commentaire: C'est le rendement d'un cycle de Rankine,  $\approx 30\%$

Q15.  $F(\theta)$  est  $2\pi/3$  périodique,  $\theta = \omega t \Rightarrow t = \frac{\theta}{\omega}$  avec:  $0 < \omega < \frac{1}{R} v_{0, \max}$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{3} \frac{1}{\omega}\right)} = \frac{3\omega}{2\pi} \quad \text{avec } 0 < f < \frac{3\omega_{\max}}{2\pi} = 4,6 \text{ Hz}$$

$F(\alpha)$  n'est pas sinusoïdale, il y a en + les harmoniques  $f_n = n f_1$

$$\begin{aligned} \text{Q16. } \vec{F}_D &= \frac{1}{2} \rho_{air} C_D S \omega^2 \vec{t}, \quad P_{D1} = \vec{F}_{D1} \cdot R \omega \vec{e}_\theta = \frac{1}{2} \rho_{air} C_D S \omega^2 (\sin \alpha \vec{e}_r - \cos \alpha \vec{e}_\theta) \cdot R \omega \vec{e}_\theta \\ &= -\frac{1}{2} \rho_{air} C_D S \omega^2 (\cos \alpha) (R \omega) \end{aligned}$$

$$< 0 \quad \text{car } -1 \leq \alpha \leq 1 \text{r}$$

Si  $C_D \neq 0$  alors cette puissance  $\uparrow$  aussi entraînant une  $\uparrow$  de la vitesse de l'éolienne