

Pour le mardi 17/09

DM1 de Physique

Problème 1 – Traitement d'un signal

Agrégation 2015

A. Modulation

Les ondes électromagnétiques sont le support permettant la communication entre un satellite et une station terrestre, qui reçoit et interprète le signal émis par le satellite. Mais, pour transporter une information, la structure de l'onde doit être plus complexe qu'une simple onde plane progressive sinusoïdale : les ondes doivent être modulées. Ce problème a pour but d'illustrer le principe de la modulation d'amplitude en supposant que l'information à transporter est un signal audible (une voix, une chanson, un son...) et en considérant une porteuse d'une fréquence de l'ordre du mégahertz dont l'amplitude portera l'information nécessaire. Dans un premier temps, on étudie la modulation, c'est-à-dire la fabrication du signal électrique modulé. Cette étape doit être réalisée avant que le signal soit envoyé sur une antenne émettrice. Puis, dans un second temps, on s'intéresse à la démodulation, qui a lieu après réception du signal : à partir du signal reçu, il faut extraire l'information transportée.

Modulation d'amplitude

On s'intéresse ici à la modulation du signal électrique qui sera envoyé sur l'antenne émettrice. Le signal de fréquence élevée, la porteuse, est une tension qui s'écrit :

$$U_p = U_0 \cos \omega_p t$$

L'information à transmettre est une tension dont la fréquence est audible, que l'on considère pour l'instant sinusoïdale :

$$U_m = U_1 \cos \omega_m t$$

avec U_1 et U_0 deux constantes positives. On injecte ces signaux sur le circuit de la figure 10.

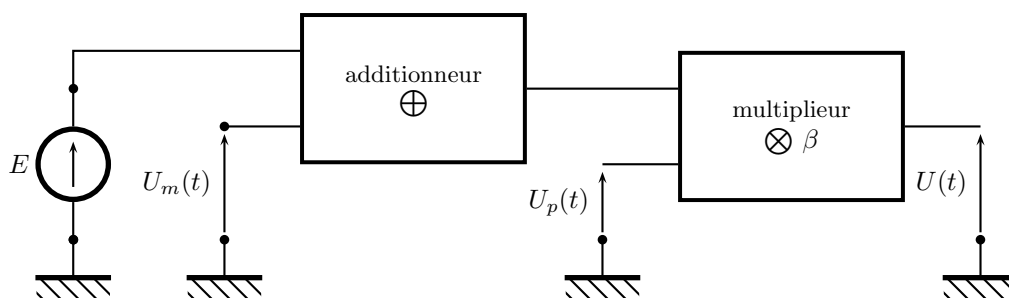


FIGURE 10 – Montage électrique permettant la modulation d'amplitude

La tension E est une tension continue positive. Dans le circuit multiplieur, la tension sortante est le produit des deux tensions entrantes multiplié par une constante β positive.

1. Pourquoi faut-il moduler une onde électromagnétique pour transmettre un signal audible ?
2. Que peut-on dire du rapport ω_p/ω_m ?
3. Déterminer l'expression du signal $U(t)$ en sortie du dispositif de modulation.
4. Tracer l'allure du graphique $U(t)$ dans le cas où $U_1 < E$. On fera figurer les différentes échelles caractéristiques temporelles et les échelles de tension.

5. Montrer que le signal $U(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$U(t) = \beta EU_0 \left(\cos \omega_p t + \frac{m}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t + \frac{m}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t \right)$$

où la grandeur m est à exprimer.

6. Tracer l'allure du spectre de $U(t)$.

Démodulation d'amplitude

La tension $U(t)$ est envoyée sur une antenne émettrice, qui transmet un signal à une antenne réceptrice. On souhaite, à partir du signal détecté, extraire le signal intéressant, à savoir la tension $U_m(t)$. Pour cela on suppose que le signal délivré par l'antenne réceptrice est exactement $U(t)$. On envoie cette tension sur le montage de la figure 11, appelé *détecteur de crête*.

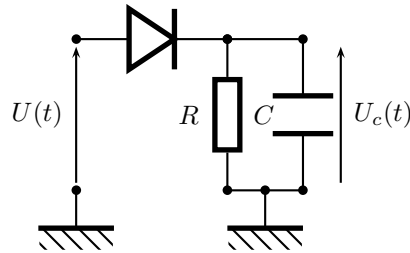


FIGURE 11 – Montage détecteur de crête

Le montage de la figure 11 est constitué d'une diode idéale dont la caractéristique est donnée à la figure 12, puis d'une résistance et d'un condensateur en parallèle. La diode est un composant électronique dont nous donnerons le modèle idéal : elle se comporte comme un interrupteur ouvert lorsque la tension à laquelle on la soumet est négative $u_d < 0$ et comme un interrupteur fermé lorsque le courant qui la traverse est positif $i_d > 0$. Ces informations peuvent aussi être obtenues par l'étude de sa caractéristique courant-tension, voir le schéma de la figure 12. Pour distinguer les deux régimes de fonctionnement de la diode, on dit aussi qu'elle est passante lorsque $i_d > 0$ et qu'elle est bloquée sinon puisqu'alors $i_d = 0$.

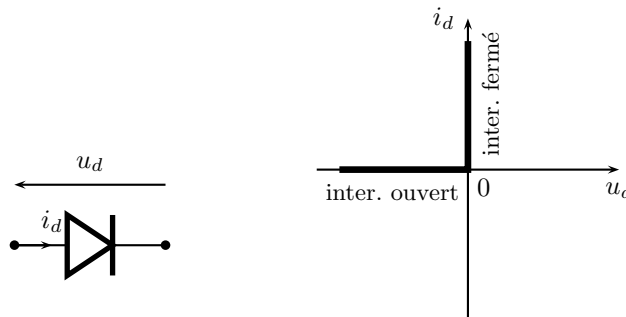


FIGURE 12 – Diode idéale

7. À quelle condition sur $U(t)$ et $U_c(t)$ la diode est-elle passante ? bloquée ?

8. Supposons qu'à $t = 0$, la diode se bloque, la tension U_c vaut alors $U_c(0)$. Établir l'équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$ pour $t > 0$. La résoudre et tracer la courbe $U_c(t)$.

9. Sur le graphique de la figure 13, sont tracées les allures des courbes $U(t)$ et $U_c(t)$. Reproduire sur la copie ces allures en identifiant les deux courbes. Indiquer quand la diode est passante et quand elle est bloquée.

10. Quelle doit être la condition sur ω_p , R et C pour que la tension de sortie $U_c(t)$ reproduise le mieux la crête de la tension $U(t)$? Proposer des valeurs raisonnables pour R et C satisfaisant cette condition.

11. En sortie du détecteur de crête, on obtient donc un signal de la forme suivante :

$$U_c(t) = E + U_m(t) = E + U_1 \cos \omega_m t$$

Proposer un montage pour obtenir le signal $U_m(t) = U_1 \cos \omega_m t$ à partir de la tension $U_c(t)$. Préciser les valeurs numériques des composants utilisés.

12. Le montage détecteur de crête de la figure 11 a été réalisé afin de démoduler un signal de la forme $U(t)$. Pour cette expérience, la valeur de la fréquence de la porteuses a été choisie à 5 kHz, alors que la fréquence de

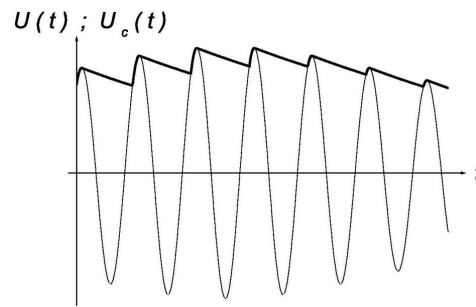


FIGURE 13 – Allure des signaux à l'entrée et à la sortie du détecteur de crête

la tension $U_m(t)$ a été fixée à une valeur de 500 Hz. La figure 14 montre des enregistrements des tensions $U(t)$ et $U_c(t)$ pour différentes valeurs de R et de C . Commenter les signaux obtenus dans le cas où $R = 51 \text{ k}\Omega$ et $C = 20 \text{ nF}$. La courbe $U_c(t)$ est-elle en accord avec l'allure théorique attendue de ces deux courbes, présentée à la figure 13? Expliquer les éventuelles différences.

13. Les autres valeurs de R et de C ont-elles été bien choisies? On justifiera la réponse avec des ordres de grandeurs quantitatifs.

14. Sur toutes les figures, on constate que pour ces trois valeurs différentes de C , après démodulation, on n'a jamais retrouvé exactement l'allure du signal $U_m(t)$ en sortie. Proposer une solution pour améliorer le résultat.

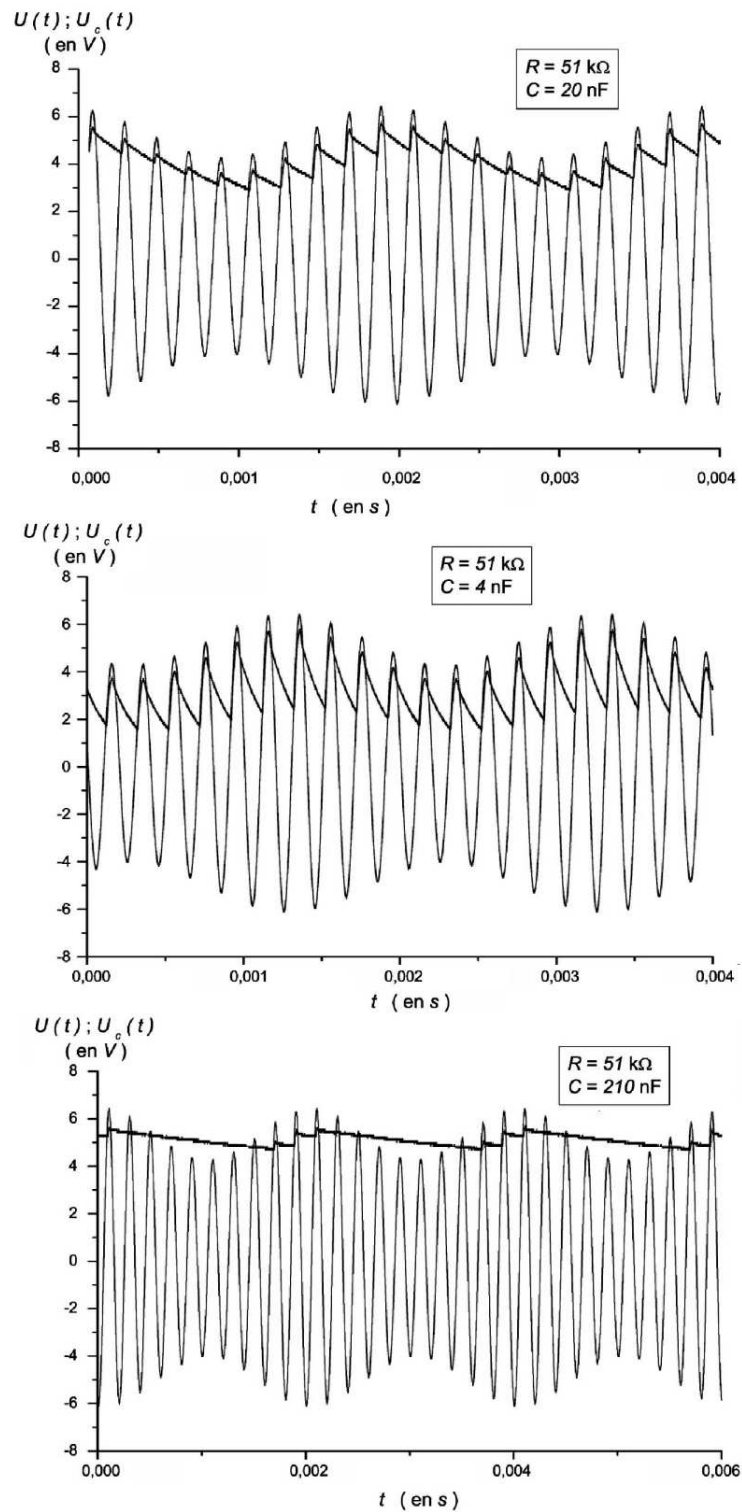


FIGURE 14 – Tensions $U(t)$ et $U_c(t)$ mesurées : visualisation du signal avant et après démodulation pour $R = 51$ k Ω et différentes valeurs de C : 20 nF, 4 nF et 210 nF.