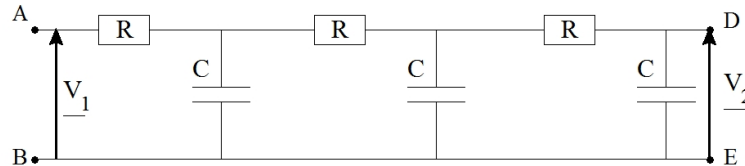


PROBLÈME I : ÉTUDE D'OSCILLATIONS À TRAVERS UN RÉSEAU DÉPHASEUR

I On considère le réseau déphaseur, noté (D), alimenté en régime sinusoïdal à la pulsation ω , et représenté ci-dessous :



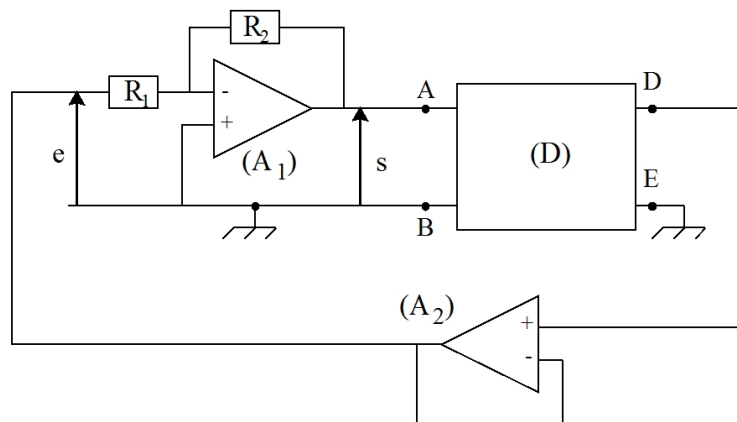
Dire qualitativement quel est le type de ce filtre en considérant les limites $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow +\infty$.

II Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme (on note $x = RC\omega$) :

$$\mathcal{H} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + 6jx - 5x^2 - jx^3}$$

Donner les comportements asymptotiques de \mathcal{H} à basse et haute fréquence, et vérifier la cohérence avec le comportement qualitatif prévu à la question précédente.

III On associe à ce réseau (D) 2 amplificateurs linéaires intégrés (ALI) idéaux notés (A_1) et (A_2) selon le schéma ci-dessous. Ils fonctionnent tous deux en régime linéaire : on a alors un courant nul à chaque entrée ($i_+ = i_- = 0$) et les potentiels d'entrée sont égaux ($V_+ = V_-$).



On s'intéresse à l'apparition d'oscillations de pulsation ω_0 dans le système.

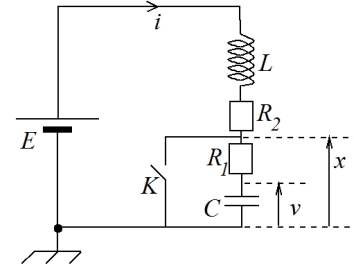
3.1. Calculer la fonction de transfert de (A_1) $\mathcal{I} = \frac{s}{e}$.

3.2. Justifier le rôle de l'amplificateur (A_2).

3.3. Établir la relation entre \mathcal{H} et \mathcal{I} . En déduire la pulsation des oscillations ω_0 , ainsi que la relation vérifiée par R_1 et R_2 .

PROBLÈME II : CIRCUIT OSCILLANT

Le circuit représenté ci-contre est maintenu, l'interrupteur K étant fermé, dans cette configuration durant un temps suffisamment long pour qu'on puisse considérer qu'il est en régime permanent. L'interrupteur K est alors ouvert, cet instant d'ouverture étant considéré comme l'instant $t = 0$.



1. En justifiant vos réponses, reproduire et compléter le tableau ci-contre qui décrit comment se fait la transition à $t = 0$ pour différentes grandeurs mises en jeu dans le circuit. $t \rightarrow 0^-$ signifie que t tend vers zéro par valeurs négatives, et $t \rightarrow 0^+$ par valeurs positives.

grandeur	$t \rightarrow 0^-$	$t \rightarrow 0^+$
$i(t)$		
$v(t)$		
$x(t)$		

2. Écrire pour toute valeur de t postérieure à l'ouverture de K l'équation différentielle en $i(t)$, puis donner celle en $v(t)$.

3. On notera que la résistance R_1 en série avec le condensateur C est précisément égale à la résistance interne R_2 de la bobine d'inductance L . Cette condition restera valable jusqu'à la fin du problème.

3.1. Si R_1 avait une valeur nulle, montrer que l'équation différentielle en $v(t)$ admettrait des solutions sinusoïdales de pulsation ω_0 que l'on exprimera en fonction de L et C .

3.2. En outre, montrer en écrivant l'équation caractéristique qu'il est une valeur particulière de R_1 , à L et C données, conférant à cette équation une racine double.

3.3. Soit R_c cette valeur de R_1 : réorganiser l'écriture de l'équation différentielle afin d'exprimer les coefficients des dérivées de $v(t)$ en fonction exclusivement de ω_0 et du rapport $m = R_1/R_c$.

4. On se propose d'écrire l'équation différentielle du circuit en prenant une variable réduite définie par $\tau = \omega_0 t$. Les dérivées mises en jeu dans l'équation différentielle devront dorénavant être des dérivées successives de v par rapport à τ . Déterminer ainsi la nouvelle équation différentielle régissant l'évolution de la tension v .

5. On définit les valeurs numériques suivantes : $m = 0,5$ et $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$.

5.1. Écrire l'équation différentielle en v .

5.2. Résoudre l'équation caractéristique, et montrer que la solution peut se mettre sous la forme suivante : $v(t) = Q + Ae^{\alpha t} \cos(\beta t + \varphi)$. Achever la résolution en prenant en compte les conditions initiales, et les valeurs de m et ω_0 choisies.

5.3. Vérifier qu'une détermination possible de l'angle φ est $\pi/3 \text{ rad}$.

6. Étude portant sur la solution $v(t)$.

6.1. Déterminer l'ensemble des valeurs de t telles que la courbe représentative de $v(t)$ admette une tangente horizontale, ainsi que la valeur de v au premier de ces points rencontrés sitôt après $t = 0$.

6.2. Montrer que les points à tangente horizontale de $v(t)$ sont situés sur deux courbes représentatives de deux fonctions $y_1(t)$ et $y_2(t)$.

6.3. Vérifier que les courbes représentatives des lois sont des enveloppes de la loi $v(t)$.