

## Traitement d'un signal

Agrégation 2015

### A. Modulation

#### Modulation d'amplitude

1. La propagation d'une onde sonore serait très vite amortie si l'on n'utilisait pas un autre type d'onde pour transmettre l'information. De plus lorsqu'il y aurait nécessité de transmettre plusieurs ondes sonores dans un même milieu de propagation, il y aurait superposition plutôt néfastes des différentes ondes. Il est indispensable d'utiliser une porteuse qui va se propager loin sans beaucoup d'amortissement à une fréquence de porteuse bien précise et différente d'une autre porteuse d'onde. Pour que cette porteuse transporte de l'information il faut la moduler avec le signal sonore. On peut procéder à une modulation sur la fréquence mais aussi à une modulation de l'amplitude, type de modulation étudié par la suite.

2. On doit nécessairement avoir  $\frac{\omega_p}{\omega_m} \gg 1$ . Ainsi la bande spectrale occupée par l'onde est petite, ce qui permet d'éviter les superpositions entre des ondes différentes.

3. À la sortie de l'additionneur, on a une tension  $V_A = E + U_1 \cos \omega_m t$ . Ensuite, le circuit multiplieur permet d'obtenir  $U(t) = \beta U_0 \cos \omega_p t (E + U_1 \cos \omega_m t)$ .

4. L'allure du graphique  $U(t)$  est fournie sur le graphique de la figure 2. Il est réalisé dans le cas  $U_1 < E$  comme demandé, ce cas permet d'éviter d'être dans une situation dit de *surmodulation* où l'amplitude de la tension modulante serait plus grande que la tension continue.

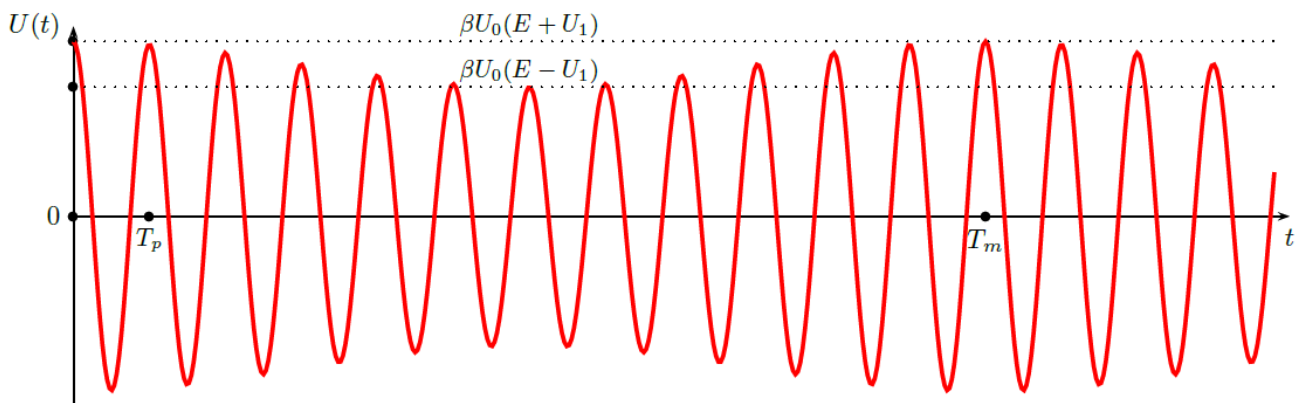


FIGURE 2 – Tension modulée en amplitude

5. On utilise la formule de calcul trigonométrique  $\cos p \times \cos q = \frac{1}{2} [\cos(p + q) + \cos(p - q)]$ . On obtient alors  $U(t) = \beta U_0 E \cos \omega_p t + \frac{\beta U_0 U_1}{2} [\cos(\omega_p + \omega_m)t + \cos(\omega_p - \omega_m)t]$ . Pour obtenir la formule proposée dans l'énoncé à savoir  $U(t) = \beta E U_0 (\cos \omega_p t + \frac{m}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t + \frac{m}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t)$ , on doit factoriser  $E$  et on obtient alors :

$m = \frac{U_1}{E}$ .  $m$  est ce que l'on appelle le taux de modulation.

6. Le spectre du signal modulé en amplitude est un diagramme bâtons présentant trois fréquences. La fréquence  $f_p = \omega_p/2\pi$  centrale d'une hauteur fonction de l'échelle choisie et de part et d'autre, symétriquement,

les fréquences  $f_p - f_m$  et  $f_p + f_m$  avec  $f_m = \omega_m/2\pi$  d'amplitude  $m/2$  par rapport à l'amplitude de la fréquence centrale.

#### Démodulation d'amplitude

7. On peut constater, sur la caractéristique fournie, que la diode est bloquée lorsque  $u_d < 0$ . Comme par la loi des mailles, on a  $u_d = U(t) - U_c(t)$ , la diode est bloquée lorsque  $U(t) < U_c(t)$ . Lorsque la diode est passante, on a  $U(t) = U_c(t)$  et  $i_d > 0$ .

8. Si la diode est bloquée, le condensateur ne peut se décharger que dans la résistance qui se trouve en parallèle. L'intensité du courant qui circule dans la branche contenant le condensateur est  $i_c = C \frac{dU_c}{dt}$ , cette même intensité traverse la résistance avec une orientation en convention générateur par rapport à la définition de la tension  $U_c(t)$ . On a donc  $i_c = -\frac{U_c}{R}$ . L'égalité entre ces deux expressions de l'intensité conduit à l'équation différentielle  $\frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{RC} = 0$ . La solution est simple. On pose  $\tau = RC$  le temps caractéristique de l'évolution de la tension et, en prenant en compte la condition initiale proposée, on obtient la solution :  $U_c(t) = U_c(0) \exp -\frac{t}{\tau}$ . La représentation de l'évolution de la tension  $U_c(t)$  est donnée sur le graphique de la figure 3.

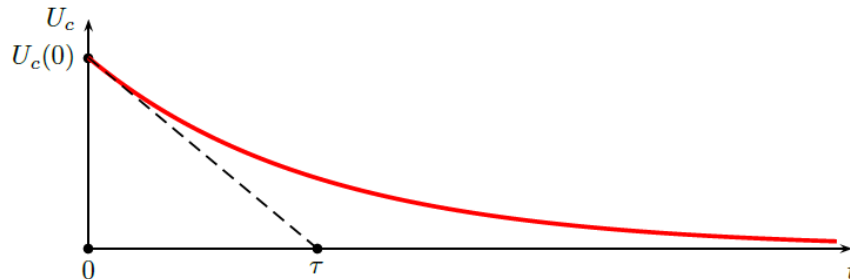


FIGURE 3 – Évolution de  $U_c(t)$

9. La courbe de  $U(t)$  est la tension d'allure globalement sinusoïdale dont l'amplitude varie.  $U_c(t)$  est bien sûr l'autre tension. Lorsque la diode est passante, les deux courbes  $U(t)$  et  $U_c(t)$  sont confondues. Lorsqu'elle est bloquée, on voit la décroissance de  $U_c(t)$ . Cette décroissance ne paraît guère exponentielle mais cela est normal car dans l'exemple proposé, la période du signal modulé - si l'on peut parler ainsi puisque l'amplitude varie lentement - est petite devant le temps de décroissance :  $T_p \ll \tau$ . Dans l'intervalle entre deux crêtes, la décharge du condensateur est assez modeste et ne laisse pas bien le loisir d'apprécier la décroissance exponentielle de  $U_c(t)$ .

10. Pour reproduire au mieux la crête de la tension  $U(t)$ , il faut à la fois avoir une évolution nettement plus lente que celle fixée par  $\omega_p$  mais aussi nettement plus rapide que celle due à  $\omega_m$ . On doit donc observer :  $\omega_m \ll \frac{1}{RC} \ll \omega_p$ . D'après l'énoncé, on a  $\omega_p = 2\pi f_p$  avec  $f_p \simeq 10^6$  Hz et  $\omega_m = 2\pi f_m$  avec  $f_m \simeq 10^4$  Hz. Il n'y a pas suffisamment d'écart entre ces deux fréquences pour obtenir une fréquence caractéristique du détecteur de crête qui respecte la condition précédente. On va choisir  $\frac{1}{2\pi RC} \simeq 10^5$  Hz. On peut donc proposer  $R = 1 \text{ k}\Omega$  et  $C = 1,5 \text{ nF}$ .

11. Ici, il faut utiliser une filtre passe-haut. Le plus simple est d'alimenter un circuit série  $R'C'$  avec la tension  $U_c(t)$  et de récupérer la tension aux bornes de la résistance  $R'$ . La fréquence de coupure du filtre sera choisie entre la fréquence nulle correspondant à  $E$  et la fréquence  $f_m \simeq 10^4$  Hz, par exemple  $f_c \simeq 10^2$  Hz. Cela revient à choisir  $R' = 10 \text{ k}\Omega$  et  $C' = 150 \text{ nF}$ .

12. Il n'y a pas beaucoup de marge entre la fréquence  $f_p$  et la fréquence  $f_m$  puisque l'on a seulement  $f_p = 10f_m$ . Il est difficile avec le montage détecteur de crêtes proposé de bien réaliser la démodulation. Quoi qu'il en soit, on constate qu'avec les valeurs de  $R$  et de  $C$  fournies pour le premier graphique,  $U_c(t)$  suit relativement bien les crêtes du signal  $U(t)$ . On relève toutefois le fait que lorsque la diode est passante, on n'a pas exactement  $U_c(t) = U(t)$ . Cela est dû au fait que la caractéristique de la diode a été simplifiée. En réalité, il existe une tension de seuil en dessous de laquelle la diode est bloquée :  $u_d < 0,7 \text{ V}$  et non pas pour  $u_d < 0$ . Lorsque la diode est passante  $i_d > 0$ , on a  $u_d = 0,7 \text{ V}$ . La valeur présentée ici pour la tension de seuil est très réaliste, elle correspond à une diode basée sur du silicium ce qui est très courant.

13. Sur les deux autres graphiques, les valeurs proposées pour  $R$  et  $C$  ne conviennent pas. Tout d'abord pour  $R = 51 \text{ k}\Omega$  et  $C = 4 \text{ nF}$ , on a une fréquence caractéristique du détecteur de crêtes  $f_d = \frac{1}{2\pi RC} = 780 \text{ Hz}$ . Cette fréquence est supérieure la fréquence de modulation  $f_m = 500 \text{ Hz}$ , le condensateur se décharge trop vite entre deux crêtes. Le taux d'ondulation du signal crête est trop important. Au contraire, dans le cas où  $R = 51 \text{ k}\Omega$  et  $C = 210 \text{ nF}$ , la fréquence  $f_d = 15 \text{ Hz}$  est beaucoup trop inférieure à la fréquence  $f_m = 500 \text{ Hz}$ , du coup la

décharge du condensateur est beaucoup trop lente et le détecteur de crêtes rate pas mal de crêtes comme on peut le voir sur le graphique.

14. Pour que le détecteur de crêtes puisse être ajusté correctement, il faut que le rapport  $f_p/f_m$  soit au moins de 100 et mieux de 1000. Si cela n'est pas le cas, on peut toujours essayer avec un montage électronique dit de détection synchrone.

Nous étudierons ce montage en TP prochainement