

V Prospection électrique des sols

V.A Sol homogène

33. C'est un résultat du cours, $R = \rho \frac{L}{A}$.
34. On veut éviter de réaliser l'électrolyse des solutions aqueuses dans le sous-sol.
35. Les lignes de courant sont radiales de centre A , il y a de plus invariance de révolution de la demi-sphère, $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$; Le flux de \vec{j} à travers une demi-sphère dans le sous-sol est donc égal au courant total I (loi des nœuds, en régime quasi-stationnaire) donc $\vec{j} = \frac{I}{2\pi r^2}\vec{e}_r$.
36. La loi d'Ohm s'écrit ici $\vec{E} = \rho\vec{j}$ donc $\vec{E} = \frac{\rho I}{2\pi r^2}\vec{e}_r$ et le potentiel V_A s'en déduit par circulation du champ électrique, $dV_A = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E(r)dr$ donc $V_A = \frac{\rho I}{2\pi r} + \text{cte}$ ou enfin, compte tenu du choix de constante imposé par l'énoncé, $V_A(r) = \frac{\rho I}{2\pi r}$.
37. La superposition de deux potentiels $V_A = \frac{\rho I}{2\pi r_A}$ et $V_B = -\frac{\rho I}{2\pi r_B}$ convient du fait de la linéarité des équations de l'électrostatique donc $V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$.
38. $V_M = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right]$ et $V_N = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right]$ donc $\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{AM} + \frac{1}{BN} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} \right]$ qui permet d'écrire $\rho = \frac{2\pi\Delta V}{If}$ en posant $f = \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM}$.
39. Dans ce cas, $f = \frac{1}{\ell} + \frac{1}{\ell} - \frac{1}{2\ell} - \frac{1}{2\ell}$ donc $f = \frac{1}{\ell}$.
40. Ici $f = 1/\ell$ où $3\ell = 10\text{ m}$ donc $f = 0,3\text{ m}^{-1}$. On s'attend donc à une différence de potentiel $\Delta V = \frac{\rho If}{2\pi}$ soit $\Delta V = 2,39\text{ V}$; les points M et N , situés à $\frac{10}{6} = 1,67\text{ m}$ de part et d'autre du centre de symétrie sont, d'après la simulation, aux potentiels $\pm 1,2\text{ V}$ donc $\Delta V \simeq 2,4\text{ V}$: la simulation est en accord avec le calcul proposé.
41. Les lignes de courant sont confondues avec les lignes de champ électrique, donc perpendiculaires aux équipotentielles, et bien sûr dirigées de A vers B :

