

## Sujet 1 Centrale MP 2022, extrait

La partie descriptive est un peu longue, notamment le début de la page 2 détaillant les divers éléments  $B, V, F_1, \dots$  qui sont simplifiés ensuite.

### *Les bouées houlographes Waverider*

Depuis la fin des années 1960, la société néerlandaise Datawell développe des bouées houlographes commercialisées sous le nom de Waverider. Flottant à la surface de la mer, une telle bouée se déplace au gré des vagues de sorte qu'en enregistrant son mouvement, on accède aux caractéristiques de la houle. Le fonctionnement du Waverider repose sur une ingénieuse combinaison de principes physiques que ce problème aborde au travers de modèles simples.

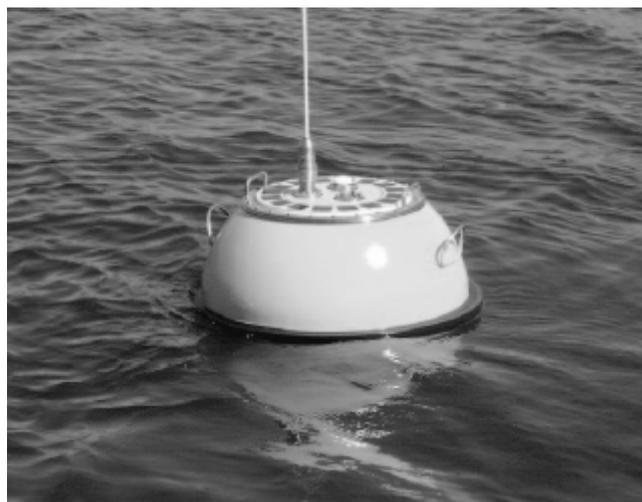


Figure 1 Photographies d'une bouée houlographe Waverider

## II La plateforme stabilisatrice

Le Waverider est muni d'un accéléromètre uniaxe qui mesure la projection de l'accélération  $\vec{a}_W$  de la bouée sur une direction particulière  $\vec{u}_z$ . Cette direction est liée à l'accéléromètre : si celui-ci se réoriente dans l'espace, le vecteur  $\vec{u}_z$  se modifie généralement et l'accéléromètre mesure la projection de  $\vec{a}_W$  sur une nouvelle direction. Cependant, afin d'accéder à la hauteur des vagues, ce sont les accélérations *verticales* qu'il convient de mesurer et il est donc impératif que la direction sensible de l'accéléromètre, définie par le vecteur  $\vec{u}_z$ , demeure en permanence colinéaire à l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$ . Il s'agit d'une véritable gageure, car l'accéléromètre est embarqué dans une bouée sujette à des mouvements complexes provoqués par les vagues. Pour maintenir fixe l'orientation de l'accéléromètre malgré ces mouvements perturbateurs, celui-ci est placé sur une plateforme stabilisatrice pendulaire. Ce dispositif, protégé par des brevets, est au cœur de la technologie Waverider. La figure 3 montre une photographie et donne une description sommaire de la plateforme stabilisatrice.

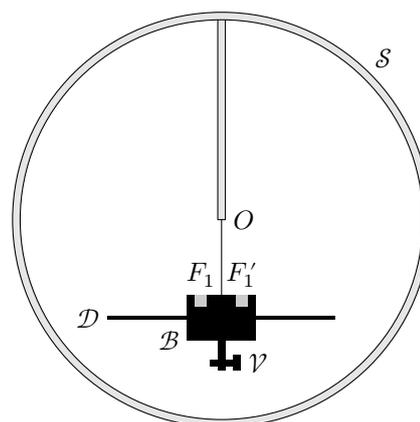


Figure 3 Plateforme stabilisatrice

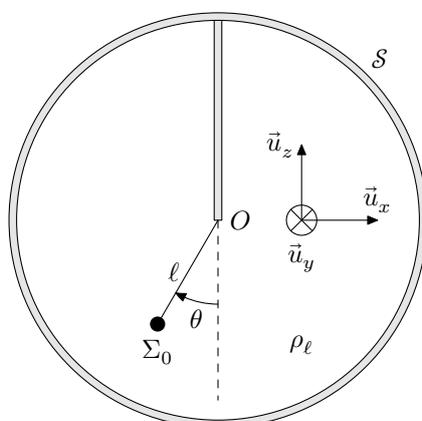
La plateforme stabilisatrice est enfermée dans une sphère transparente  $\mathcal{S}$  (figure 3), elle-même placée dans la bouée. Attention à ne pas confondre la sphère  $\mathcal{S}$  et la coque de la bouée qui est, elle aussi, grossièrement sphérique.

L'accéléromètre (non représenté) est solidaire d'un bloc en plastique  $\mathcal{B}$  prolongé vers le bas par une tige du même matériau, elle-même traversée par une vis en métal  $\mathcal{V}$  que l'on peut enfoncer plus ou moins pour la déplacer de droite à gauche. Dans sa partie supérieure, le bloc est évidé sur deux régions  $F_1$  et  $F_1'$  et les cavités sont comblées avec un matériau moins dense. L'ensemble est fixé sur un disque  $\mathcal{D}$  constituant la plateforme proprement dite, puis suspendu par un fil très fin au centre  $O$  de la sphère  $\mathcal{S}$ , lui-même lié rigidement à la paroi sphérique par une tige. La sphère est enfin remplie d'un liquide judicieusement choisi.

$\mathcal{R}_T$  est le référentiel terrestre supposé Galiléen.

Dans ce qui suit, on se place dans  $\mathcal{R}_T$  et on étudie un mouvement pendulaire de la plateforme  $\mathcal{D}$  dans le cadre d'un modèle simplifié :

- La plateforme et ses accessoires sont remplacés par un solide  $\Sigma_0$  quasi ponctuel de volume  $V_0$  et de masse volumique  $\rho_0$  immergé dans le liquide de masse volumique  $\rho_\ell < \rho_0$ , suspendu en  $O$  par un fil souple de longueur  $\ell$  et de direction indiquée par un angle  $\theta$  (figure 5).



**Figure 5** Modélisation de la plateforme en pendule simple (d'après l'orientation du vecteur  $\vec{u}_y$ , l'angle  $\theta$  représenté sur cette figure est positif)

Une partie mécanique, non traitée ici, permet d'établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle theta, dans l'approximation des petits angles.

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \frac{a(t)}{\ell_{\text{eff}}}$$

Avec  $\boxed{\omega_0 = \sqrt{g/\ell_{\text{eff}}}}$  et  $\boxed{Q = m_{\text{eff}}\omega_0/\beta}$

$a(t)$  est l'accélération que subit le point  $O$  de fixation (par rapport à un référentiel d'étude), suite aux mouvements engendrés par la houle.

le coefficient beta traduit les frottements fluide entre la plateforme et le liquide dans lequel elle est immergée

enfin,  $\ell_{\text{eff}}$  et  $m_{\text{eff}}$  sont deux grandeurs caractéristiques du système, respectivement homogènes à une longueur et une masse.

On procède à une étude de la réponse harmonique du pendule.  
L'accélération  $a(t)$  est de la forme  $a(t) = \text{Re}(a_0 e^{j\omega t})$  et on pose  $\theta = \text{Re}(\theta_m e^{j\omega t})$ .

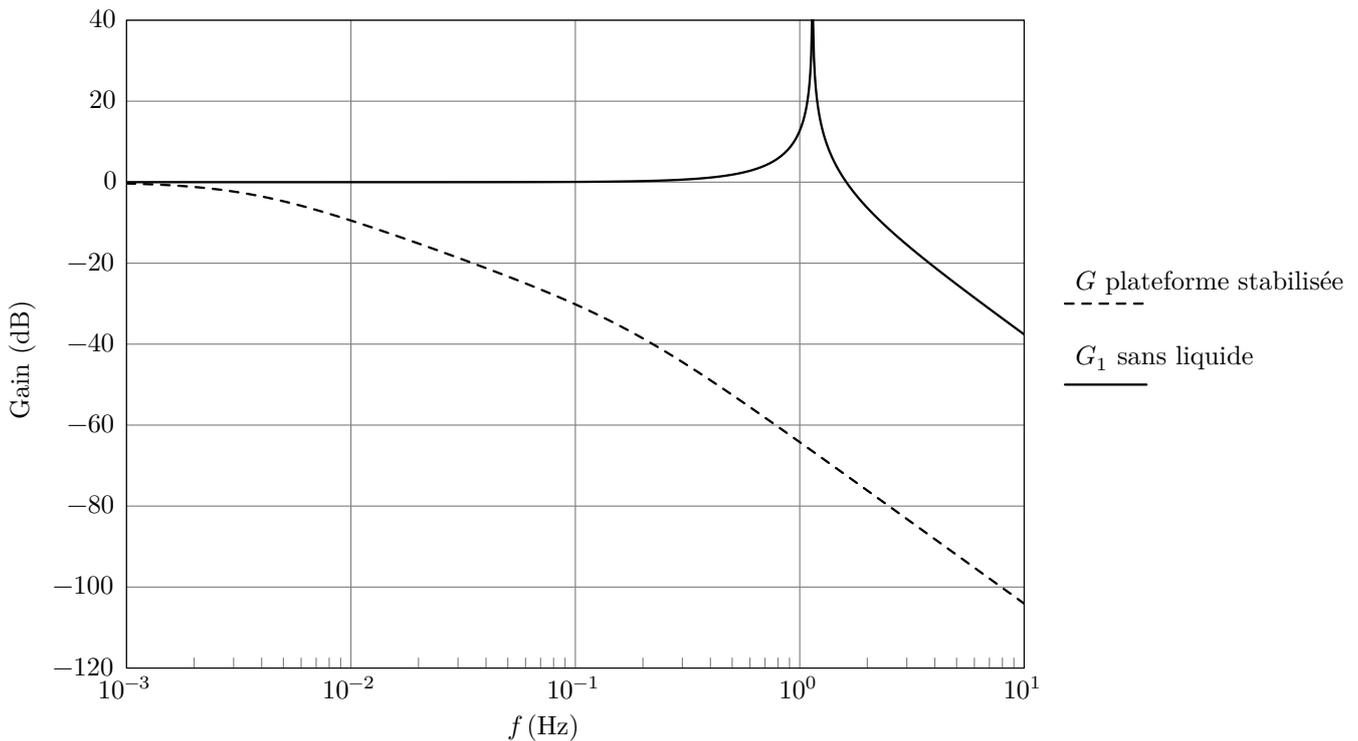
**Q 27.** Exprimer  $\theta_m$  en fonction de  $a_0$ ,  $\ell_{\text{eff}}$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $Q$ .

On note  $\theta_0$  la valeur de  $\theta_m$  obtenue pour  $\omega = 0$  puis on pose  $\underline{H}(j\omega) = \theta_m / \theta_0$ .

**Q 28.** Donner l'expression de  $\underline{H}$ . À quel type de filtre une telle fonction de transfert est-elle associée ?

**Q 29.** Quelle expression  $\underline{H}_1$  (en fonction de  $\omega$ ,  $g$  et  $\ell$ ) la fonction de transfert prendrait-elle si le pendule oscillait dans l'air, le liquide étant absent ? On néglige dans ce cas les effets de viscosité et tout autre phénomène dissipatif. De plus  $\ell = \ell_{\text{eff}}$  dans ce cas.

Le Waverider est conçu pour détecter une houle de fréquence comprise entre 0,03 et 1 Hz. La figure 6 représente la partie gain des diagrammes de Bode correspondant aux fonctions de transfert  $\underline{H}$  et  $\underline{H}_1$ .



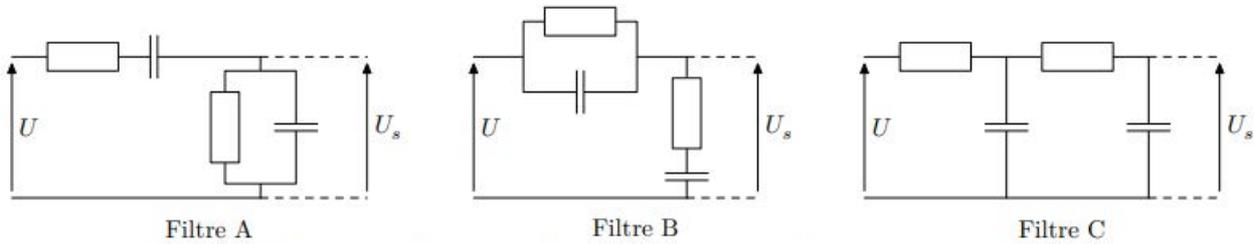
**Figure 6** Diagrammes de Bode

**Q 30.** Commenter ces courbes. Quelle inclinaison maximale (en degrés) atteint-on si  $a_0 = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  ?

### III Traitement du signal

L'accéléromètre fournit un signal analogique de tension  $U$ , pollué par du bruit dont les composantes spectrales de fréquence supérieure à 1 Hz nuisent aux mesures sans apporter aucune information sur l'état de la mer. On applique donc un filtrage analogique sur cette tension pour obtenir une tension  $U_s$  à exploiter.

**Q 31.** Parmi les trois types de filtres A, B et C représentés sur la figure 7, lequel convient ? Justifier la réponse.



Filtre A

Filtre B

Filtre C

**Figure 7** Exemples de filtre analogiques composés de résistors et de condensateurs

**Q 32.** Les deux résistors présentent la même résistance  $R$  et les deux condensateurs la même capacité  $C$ . Donner, en la justifiant, l'expression non simplifiée de la fonction de transfert  $\underline{H}_F(j\omega)$  du filtre choisi, en fonction de  $R$ ,  $C$  et  $j\omega$ .

Dans la suite, en admet que cette fonction se simplifie en

$$\underline{H}_F(j\omega) = \frac{1}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2}$$

**Q 33.** Quelles valeurs proposez-vous pour  $R$  et  $C$  ?

## Problème n° 2 – Détecteurs de véhicules à boucle inductive *Centrale PSI*

Les détecteurs de véhicules dits à boucle inductive sont actuellement de loin les plus répandus, tant pour le contrôle des flux sur autoroutes que pour la détection automatique pour le déclenchement de feux tricolores ou de barrières de sécurité. Le principe de fonctionnement d'un détecteur à boucle inductive est le suivant : un enroulement de fil électrique placé dans une tranchée rectangulaire en travers de la chaussée est relié à une borne contenant un oscillateur quasi-sinusoïdal. Ce dernier génère dans la boucle un courant sinusoïdal à l'origine du phénomène d'induction électromagnétique. Lorsque qu'un véhicule est à proximité immédiate de la boucle, le coefficient d'inductance de cette boucle est modifié et donc la fréquence de l'oscillateur aussi. Un fréquencemètre permet ainsi de détecter le véhicule passant au-dessus de la boucle.

### A. Étude de l'oscillateur quasi-sinusoïdal

La boucle rectangulaire enterrée dans la chaussée est constituée de plusieurs tours (généralement compris entre 3 et 5). Son schéma électrique équivalent est celui représenté sur la figure 4.  $L$ ,  $R_b$  et  $C_b$  représentent respectivement l'inductance, la résistance et la capacité de la boucle.

La résistance  $R_b$  modélise l'ensemble des pertes engendrant une dissipation d'énergie du fait du passage d'un courant dans la boucle enterrée. On peut distinguer dans  $R_b$  deux contributions : une provenant du câble lui-même et une autre provenant de son environnement.

1. Quel phénomène est à l'origine de la dissipation d'énergie dans le câble ?

#### Simulation d'une résistance négative

Pour compenser les pertes dues à la résistance  $R_b$ , l'oscillateur doit comporter une source d'énergie. Pour cela, on utilise le dipôle de la figure 5.

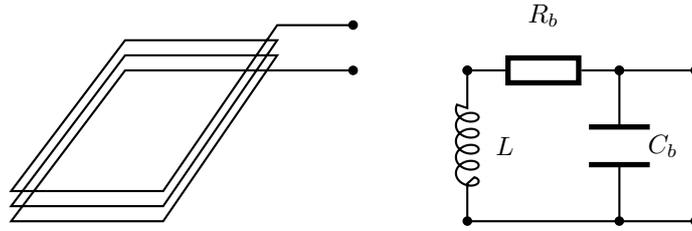


FIGURE 4 – Modélisation de la boucle inductive

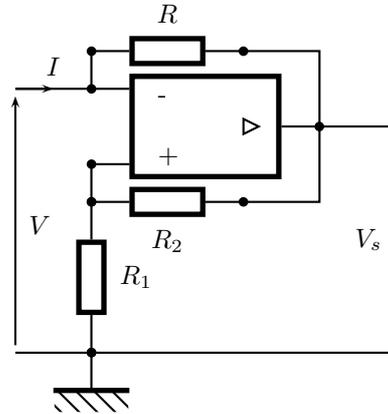


FIGURE 5 – Résistance négative

2. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, déterminer les relations donnant  $V$  en fonction de  $I$  et  $V_s$  en fonction de  $I$ .

3. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime saturé avec  $V_s = +V_{sat}$ , déterminer la relation donnant  $V$  en fonction de  $I$ . Faire de même si  $V_s = -V_{sat}$ .

4. Tracer la caractéristique statique  $V$  en fonction de  $I$  du dipôle de la figure 5. Montrer que dans un intervalle donné de  $V$  :  $V \in [-V_0, V_0]$  le circuit se comporte comme une résistance négative de valeur  $-R_n$  avec  $R_n > 0$ . Exprimer  $R_n$  et  $V_0$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  et  $V_{sat}$ .

#### Étude de l'oscillateur

L'oscillateur est constitué par la mise en parallèle de la boucle inductive enterrée, d'un condensateur de capacité  $C_s$  et du dipôle étudié à la question précédente. On suppose que ce dernier est en régime linéaire de sorte que l'on peut l'assimiler à une résistance négative  $-R_n$ . On peut ainsi dessiner le schéma électrique équivalent de l'oscillateur, représenté sur la figure 6.

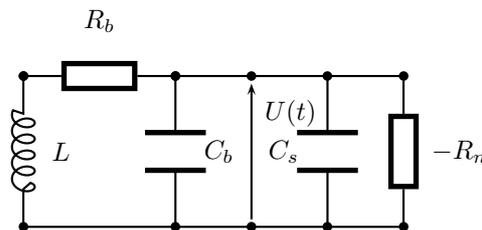


FIGURE 6 – Circuit complet

5. Justifier que l'on puisse remplacer les deux condensateurs par un seul de capacité  $C_{eq}$  dont on donnera l'expression en fonction de  $C_b$  et  $C_s$ .

6. Montrer que la tension  $U(t)$  aux bornes de la boucle vérifie une équation différentielle de la forme :

$$a \frac{d^2 U}{dt^2} + b \frac{dU}{dt} + (1 - c)U(t) = 0$$

Donner l'expression de  $a$ ,  $b$  et  $c$  en fonction de  $L$ ,  $C_{eq}$ ,  $R_b$  et  $R_n$ .

7. Quelle est la condition nécessaire sur  $b$  pour que les solutions de l'équation différentielle soient sinusoïdales ? En déduire la valeur à fixer à  $R_n$  en fonction de  $R_b$  et  $Q$ , avec :

$$Q = \frac{1}{R_b} \sqrt{\frac{L}{C_{eq}}}$$

8. Montrer que les solutions sont effectivement des sinusoïdes si  $Q > Q_{lim}$ , inégalité que l'on supposera vérifiée pour la suite. Que vaut  $Q_{lim}$  ?

9. Calculer la fréquence  $f$  des oscillations en fonction de  $L$ ,  $C_{eq}$  et  $Q$ .

En pratique, la condition  $Q > Q_{lim}$  n'est pas suffisante pour assurer une bonne stabilité et une bonne fiabilité du montage. La valeur de  $Q$  minimale recommandée est de l'ordre de 8.

10. En déduire dans ce cas que l'on peut écrire la relation approchée :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$

avec une erreur relative inférieure à 1%.

On désire que la fréquence d'oscillation  $f$  soit de 50 kHz avec une boucle enterrée ayant une inductance  $L = 150 \times 10^{-6}$  H, une capacité  $C_b = 10$  nF et une résistance  $R_b = 0,7 \Omega$ .

11. Calculer la valeur de la capacité  $C_s$  à intégrer dans le circuit oscillant. La valeur de  $Q$  est-elle satisfaisante ? En pratique, la condition  $b = 0$  ne permet pas d'amorcer les oscillations.

12. Quel est le signe de  $b$  permettant l'amorçage de l'oscillateur ?  $R_n$  doit-il ainsi être plus petit ou plus grand que  $Q^2 R_b$  ?

13. Par quoi est limitée l'amplitude des oscillations générées par le circuit ?

## B. Étude du fréquencemètre

Les fréquencemètres actuels sont majoritairement numériques. Cette partie étudie le fonctionnement d'un fréquencemètre de type analogique qui va permettre de mesurer les variations de fréquence de l'oscillateur dues à la présence d'un véhicule au-dessus de la boucle enterrée permettant ainsi sa détection. Pour l'ensemble des chronogrammes demandés, il est recommandé de faire figurer les éléments qui vous semblent importants (valeurs particulières, tangentes...).

### Étude d'une cellule $R'C'V_0$

On considère le montage de la figure 7, où  $V_0$  symbolise un générateur de tension continue. On suppose nul le courant de sortie  $i_s$ .

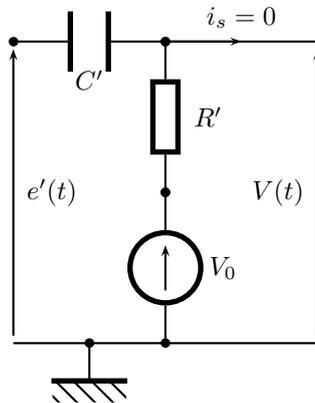


FIGURE 7 – Cellule  $R'C'V_0$

14. Déterminer l'équation différentielle reliant  $e'(t)$  et  $V(t)$ .

On s'intéresse à la réponse à une discontinuité de tension :  $e'(t) = +E$  pour  $t < 0$ ,  $e'(t) = -E$  pour  $t > 0$ . On suppose que  $E > V_0/2$  et l'on se place en régime permanent pour  $t < 0$ .

15. Que vaut  $V(t)$  pour  $t < 0$  ? Que vaut  $V(t = 0^+)$  (on précisera également son signe) ?

16. Déterminer pour  $t > 0$  l'expression du signal de sortie  $V(t)$  de la cellule  $R'C'V_0$  attaquée par cette discontinuité de tension.

17. Dessiner sur un même graphe les évolutions de  $e'(t)$  et  $V(t)$ .

### Étude du module d'entrée du fréquencemètre

On considère le module d'entrée du fréquencemètre représenté sur la figure 8. Il est attaqué par un signal sinusoïdal  $e(t)$  de fréquence  $f$  avec  $f \ll 1/R'C'$ . Par ailleurs, la tension continue du générateur est réglée telle que  $0 < V_0 < 2V_{sat}$ .

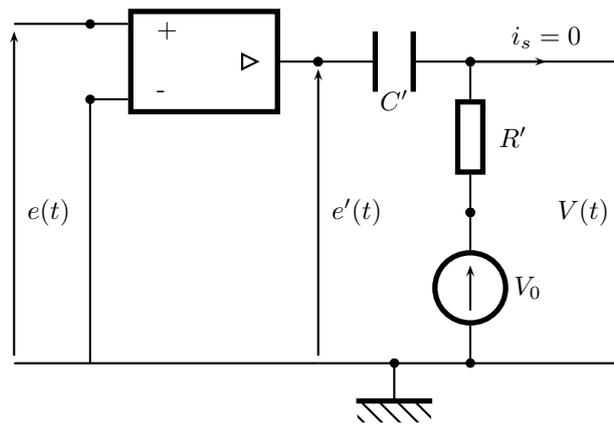


FIGURE 8 – Module d'entrée du fréquencemètre

18. Dessiner sur un même graphe les chronogrammes représentant les évolutions de  $e(t)$ ,  $e'(t)$  et  $V(t)$  sur une durée supérieure à une période.

### Étude du module de sortie

On considère le module de sortie du fréquencemètre représenté sur la figure 9.

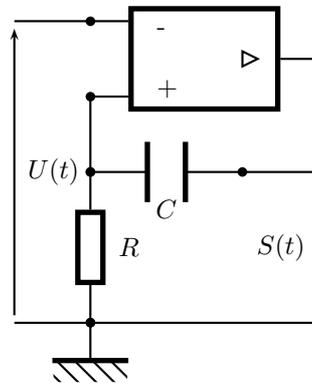


FIGURE 9 – Module de sortie du fréquencemètre

19. L'amplificateur opérationnel fonctionne-t-il en mode linéaire ou non ? Justifier votre réponse.

On suppose qu'à  $t = 0$ , la charge du condensateur est terminée. On attaque ce module par le signal  $U(t)$  de période  $T$ , formé d'impulsions rectangulaires alternatives (avec la double inégalité  $0 < V_0 < 2V_{sat}$ ) :

$$\begin{cases} U(t) = -2V_{sat} + V_0 & 0 < t < \tau \\ U(t) = V_0 & \tau < t < T/2 \\ U(t) = 2V_{sat} + V_0 & T/2 < t < T/2 + \tau \\ U(t) = V_0 & T/2 + \tau < t < T \end{cases}$$

On suppose par ailleurs que  $\tau \ll RC$ .

20. Que vaut la tension en sortie  $S(t = 0^-)$  juste avant le front descendant de l'entrée  $U(t)$ .

21. Montrer que la sortie de l'amplificateur opérationnel bascule entre  $t = 0^-$  et  $t = 0^+$ . Que vaut  $V^+(t = 0^+)$  ? Puisque  $\tau \ll RC$ , la tension  $V^+$  n'a quasiment pas varié entre les dates  $t = 0^+$  et  $t = \tau$ .

22. La sortie de l'amplificateur opérationnel bascule-t-elle à nouveau entre  $t = \tau^-$  et  $t = \tau^+$  ?

23. Étape 1 :  $0 < t < t_1$  (l'instant  $t_1$  est défini à la question suivante). Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $V^+(t)$  pour  $0 < t < t_1$  et la résoudre.

24. Calculer la date de basculement de la tension  $S(t)$ , notée  $t_1$ , en fonction de  $V_{sat}$ ,  $V_0$ ,  $R$  et  $C$ . Préciser la valeur de la tension  $V^+(t = t_1^+)$  juste après la date  $t_1$ .

25. Étape 2 :  $t_1 < t < T$ . Donner l'expression de  $V^+(t)$  dans l'étape 2 définie par  $t_1 < t < T/2$ .

26. L'impulsion rectangulaire positive entre  $t = T/2$  et  $T/2 + \tau$  envoyée en entrée fait-elle une nouvelle fois basculer la sortie de l'amplificateur opérationnel ?

27. Établir les trois chronogrammes représentant les trois graphes  $V^-(t)$ ,  $V^+(t)$  et  $S(t)$  sur une période complète  $T$ .

28. La forme rectangulaire des impulsions alternatives est-elle déterminante pour le fonctionnement du module de sortie ?

### Étude du fréquencemètre analogique

On considère le fréquencemètre analogique décrit sur la figure 10. On envoie en entrée un signal  $e(t)$  sinusoïdal de fréquence  $f$  :  $e(t) = E^* \cos 2\pi ft$ .

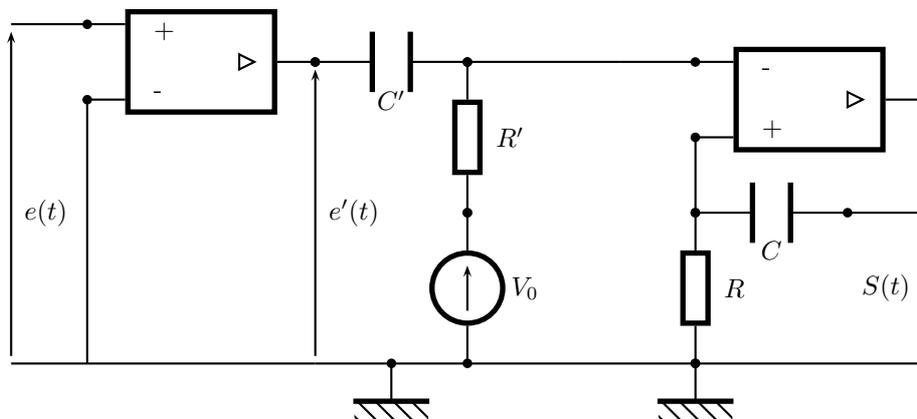


FIGURE 10 – Fréquencemètre analogique

**29.** Quelle inégalité doivent vérifier les constantes  $R$ ,  $C$ ,  $R'$  et  $C'$  pour appliquer les résultats précédents lorsque le module de sortie est relié à l'entrée du fréquencemètre ?

**30.** Établir sur une période les cinq chronogrammes représentant les signaux  $e(t)$ ,  $e'(t)$ ,  $V^-(t)$ ,  $V^+(t)$  (tensions d'entrée du second amplificateur opérationnel) et  $S(t)$  en respectant une même échelle de temps.

**31.** On note  $\langle S \rangle$  la valeur moyenne de  $S(t)$  sur une période. Utiliseriez-vous, en pratique, un voltmètre  $AC$  ou  $DC$  pour mesurer  $\langle S \rangle$  ?

**32.** Exprimer simplement  $f = 1/T$  en fonction de  $\langle S \rangle$ ,  $V_{sat}$  et  $t_0$  défini par :

$$t_0 = RC \ln \frac{2V_{sat}}{V_0}$$

Conclure en expliquant la mesure de la fréquence.

## DOSAGE DU GLUCOSE DANS LE *RED BULL*<sup>®</sup>

Dans cette partie, on s'intéresse à un protocole permettant de déterminer la quantité de glucose dans une canette de *Red Bull*<sup>®</sup>. Cette méthode, dite indirecte, consiste à faire réagir le glucose avec une solution aqueuse de diiode en excès (de concentration connue), puis à doser le diiode restant avec une solution de thiosulfate de sodium.

### J / L'iode en solution aqueuse

On analyse dans un premier temps le diagramme potentiel-pH de l'élément iode représenté sur la figure 12. On se limite dans cette étude aux espèces suivantes : diiode  $I_{2(aq)}$ , ions iodate  $IO_3^-$  et ions iodure  $I^-$ . La concentration de chacune des espèces iodées est égale à  $c_T = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  sur les frontières.

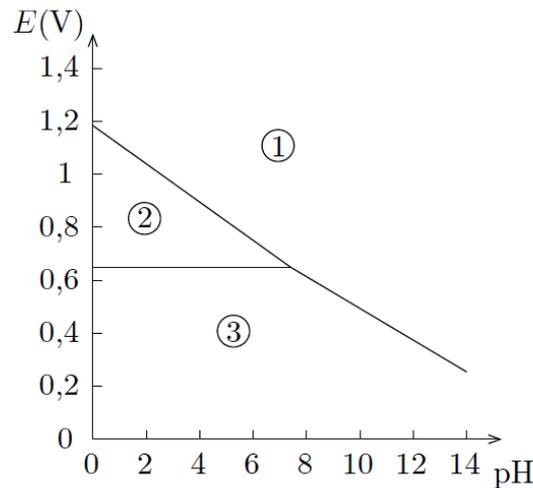


FIGURE 12 – Diagramme potentiel-pH de l'iode.

En notant  $T$  la température, on pourra utiliser l'approximation suivante dans les calculs :

$$\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln x \simeq 0,06 \log x \quad (\text{en V})$$

- J1.** Calculer le nombre d'oxydation de l'élément iode dans les trois espèces citées. En déduire l'espèce prédominante dans chacun des domaines (①, ②, ③) du diagramme.
- J2.** En utilisant la relation de Nernst et la convention de tracé du diagramme, établir l'équation  $E_{2-3} = f(\text{pH})$  de la frontière séparant les domaines ② et ③.
- J3.** De la même manière, établir l'équation  $E_{1-2} = f(\text{pH})$  de la frontière séparant les domaines ① et ②.
- J4.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des frontières, et vérifier les valeurs obtenues à l'aide du diagramme.

## K / Principe du dosage

On détaille ci-dessous le protocole expérimental du dosage :

- Étape 1 : on introduit dans un erlenmeyer un volume  $V_1 = 20$  mL d'une solution de diiode de concentration  $c_1 = 0,05$  mol.L<sup>-1</sup>.
- Étape 2 : on ajoute dans l'erlenmeyer 5 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium ( $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ ) à 2,5 mol.L<sup>-1</sup>. La solution se décolore.
- Étape 3 : on ajoute au mélange précédent un volume  $V_0 = 2$  mL de *Red Bull*<sup>®</sup> de concentration en glucose  $c_0$  inconnue. On bouche l'erlenmeyer, on l'agite et on laisse agir 30 minutes à l'obscurité.
- Étape 4 : après cette attente, on ajoute dans l'erlenmeyer 10 mL d'acide chlorhydrique ( $\text{H}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ ) à 2 mol.L<sup>-1</sup>. La coloration brune réapparaît.
- Étape 5 : on remplit une burette d'une solution de thiosulfate de sodium ( $2 \text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$ ) de concentration  $c_2 = 0,10$  mol.L<sup>-1</sup> et on titre le contenu de l'erlenmeyer en présence d'empois d'amidon. On observe une décoloration complète de la solution pour un volume versé de thiosulfate de sodium noté  $V_2$ .

On indique que  $\text{I}_{2(\text{aq})}$  a une coloration brune en solution ; les ions  $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$  et  $\text{I}_{(\text{aq})}^-$  sont incolores en solution.

**K1.** À la lumière du diagramme  $E$ -pH de l'iode (voir figure 12), quelle réaction s'est produite lors de l'étape 2 ? Écrire l'équation de cette réaction.

**K2.** Comment se nomme ce type de réaction ? En donner une définition précise.

**K3.** Lors de l'étape 3, le glucose  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_{6(\text{aq})}$  est oxydé en ions gluconate  $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{O}_{7(\text{aq})}^-$  par les ions iodate  $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$  en milieu basique. Écrire les demi-équations d'oxydo-réduction des couples concernés, puis la réaction bilan qui se produit pendant cette étape.

**K4.** À la lumière du diagramme  $E$ -pH, quelle réaction s'est produite au cours de l'étape 4 ? Écrire l'équation de cette réaction, puis nommer ce type de réaction.

**K5.** Lors du dosage (étape 5), le diiode  $\text{I}_{2(\text{aq})}$  restant est réduit en ions iodure  $\text{I}_{(\text{aq})}^-$  par les ions thiosulfate  $\text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$  ; il se forme au cours de cette réaction des ions tétrathionate  $\text{S}_4\text{O}_{6(\text{aq})}^{2-}$ . Écrire l'équation bilan du titrage.

**K6.** En exploitant les potentiels standard des couples en présence, déterminer, littéralement puis numériquement, la constante d'équilibre  $K^0$  de la réaction de titrage. Cette dernière peut-elle être considérée comme totale ?

## L / Exploitation des résultats expérimentaux

Après avoir répété ce protocole trois fois, l'expérimentateur mesure un volume moyen  $V_2 = 15,4$  mL. On cherche à en déduire la concentration en glucose  $c_0$  dans le volume  $V_0$  de *Red Bull*<sup>®</sup>.

- L1.** Exprimer littéralement, en fonction de  $c_1$  et  $V_1$ , la quantité de diiode  $n_1$  initiale (étape 1).
- L2.** Exprimer littéralement, en fonction de  $c_2$  et  $V_2$ , la quantité de diiode  $n_2$  présente dans l'erlenmeyer avant le titrage (étape 5).
- L3.** Exprimer littéralement, en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ , la quantité d'ions iodate  $n_3$  ayant réagi avec le glucose (étape 3). En supposant cette réaction totale, et en considérant que le glucose est le réactif limitant de cette réaction, en déduire la quantité de glucose  $n_0$  ayant réagi.
- L4.** En déduire enfin la concentration  $c_0$  en fonction de  $c_1$ ,  $V_1$ ,  $c_2$ ,  $V_2$  et  $V_0$ . Calculer numériquement  $c_0$ .
- L5.** Déduire de la question précédente la masse  $m$  de glucose présente dans une canette de *Red Bull*<sup>®</sup> de volume  $V = 250$  mL. Confronter cette valeur expérimentale à celle donnée dans le document 6.

- Potentiels standard à pH=0 :

Couple	$I_{2(aq)}/I_{(aq)}^-$	$IO_{3(aq)}^-/I_{2(aq)}$	$S_4O_{6(aq)}^{2-}/S_2O_{3(aq)}^{2-}$
$E^0(V)$	0,62	1,19	0,09

- Masses molaires :

Atome	H	C	O	Na	Al	Cl
$M(g.mol^{-1})$	1,0	12,0	16,0	23,0	27,0	35,5

**Document 6.** *L'abus de boissons énergisantes présente-t-il un risque ?*, La Presse Médicale, 2015 :

Composition d'une canette de 250 mL de *Red Bull*<sup>®</sup> :

- Taurine : 1000 mg
- Glucuronolactone : 600 mg
- Caféine : 80 mg
- Saccharose : 21,5 g
- Glucose : 5,25 g
- Inosite : 50 mg
- Niacine : 20 mg
- Vitamine B6 : 5 mg
- Acide pantothénique : 5 mg
- Vitamine B12 : 0,005 mg
- Adjuvants et additifs :
  - acide citrique (E 330)
  - arômes naturels et artificiels
  - colorants (caramel et riboflavine)