

# Étude d'un actionneur électromécanique

La première partie étudie le principe du moteur linéaire synchrone, la seconde concerne son pilotage, la troisième traite de la soudure des connectiques et la quatrième du capteur optique nécessaire à sa commande.

données utiles en fin du sujet

## Partie I - Principe de l'actionneur électromécanique linéaire synchrone

Ce type d'actionneur qui s'affranchit de tout dispositif de transmission mécanique classique est utilisé en robotique. Il est aussi particulièrement bien adapté aux trains à sustentation magnétique comme le SCMaglev japonais (**figure 1**) qui peut atteindre des vitesses de l'ordre de 600 km/h.



Figure 1 - SCMaglev

### I.1 - Multi-pôle magnétique

On considère (**figure 2**) un circuit magnétique composé de deux plaques de fer supposées infinies et distantes d'un entrefer  $e$ . Des conducteurs électriques, de diamètre négligeable, parcourus par des courants d'intensité  $I$  sont placés à l'interface fer-air de la plaque inférieure. Ils sont distants d'une longueur  $L$ . Deux conducteurs voisins sont parcourus par des courants opposés comme le montre le sens des flèches sur la **figure 2**.

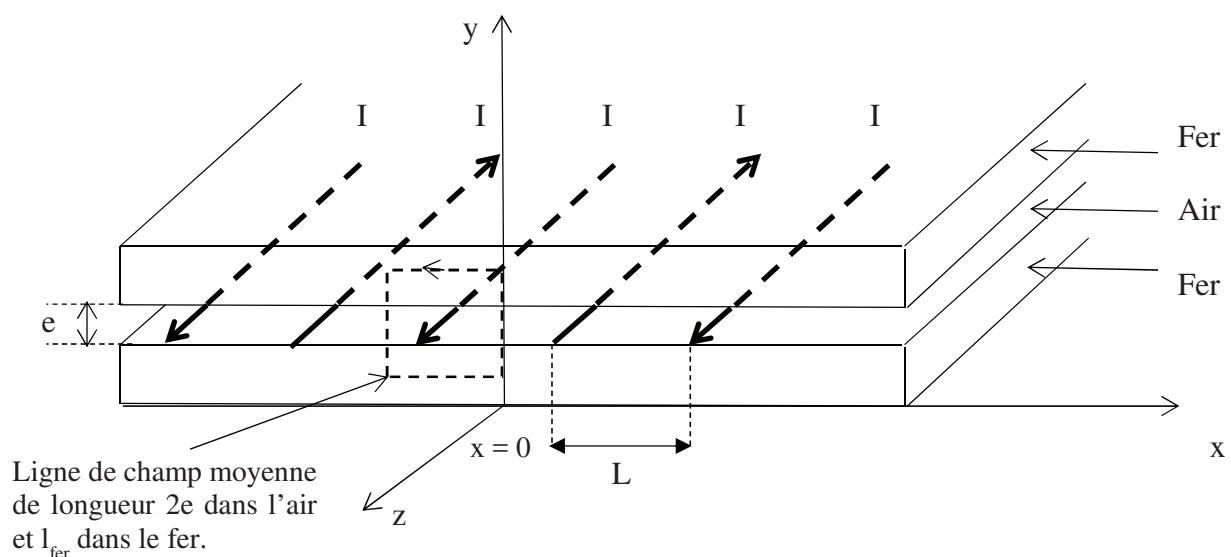


Figure 2 - Circuit magnétique

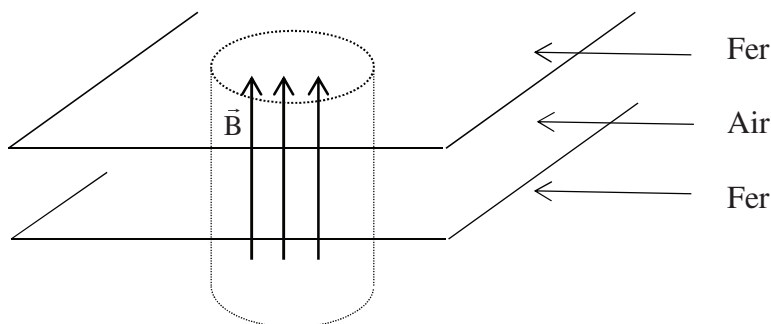
Le module du champ magnétique n'est pas tout à fait uniforme dans l'actionneur. Son intensité moyenne peut être déterminée par application des théorèmes de l'électromagnétisme sur une ligne de champ particulière appelée : ligne de champ moyenne. Cette ligne de champ moyenne est représentée en pointillés sur la **figure 2**.

D'un point de vue magnétique, le fer sera assimilé à un matériau magnétique doux de perméabilité relative  $\mu_r$ . L'air sera assimilé au vide de perméabilité magnétique  $\mu_0$ .

De façon générale, on note  $\vec{H}$ , le champ d'excitation magnétique.

On notera respectivement  $\vec{H}_{\text{air}}$  et  $\vec{H}_{\text{fer}}$  les champs d'excitation magnétique dans l'air et dans le fer,  $\vec{B}_{\text{air}}$  et  $\vec{B}_{\text{fer}}$  les champs magnétiques dans l'air et dans le fer.

- Q1.** Préciser les unités de  $\mu_0$  et de  $\mu_r$ , ainsi qu'un ordre de grandeur de  $\mu_r$  pour le fer.
- Q2.** Par une analyse des invariances, déterminer de quelle(s) variable(s) de l'espace dépendent les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$ .
- Q3.** Ecrire, dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique.  
On considère la ligne de champ moyenne, de longueur  $2e$  dans l'air et  $l_{\text{fer}}$  dans le fer, **figure 2**. Déterminer, en considérant  $H_{\text{air}}$  et  $H_{\text{fer}}$  comme uniforme, l'équation liant  $H_{\text{air}}$ ,  $H_{\text{fer}}$ ,  $e$ ,  $l_{\text{fer}}$  et  $I$ .
- Q4.** On a représenté sur la **figure 3** un tube de champ magnétique traversant l'entrefer.



**Figure 3 - Tube de champ magnétique**

Quelle propriété de  $\vec{B}$  permet d'affirmer que  $B_{\text{fer}} = B_{\text{air}}$  ?

Ecrire l'équation de Maxwell qui traduit cette propriété.

Dans la suite du problème, cette valeur commune sera notée  $B$ .

- Q5.** Rappeler les équations liant d'une part  $H_{\text{air}}$  et  $B$ , puis d'autre part  $H_{\text{fer}}$  et  $B$ .

En remarquant que  $\frac{l_{\text{fer}}}{\mu_r} \ll e$ , déterminer l'expression de  $B$  en fonction de  $e$ ,  $I$  et de  $\mu_0$ .

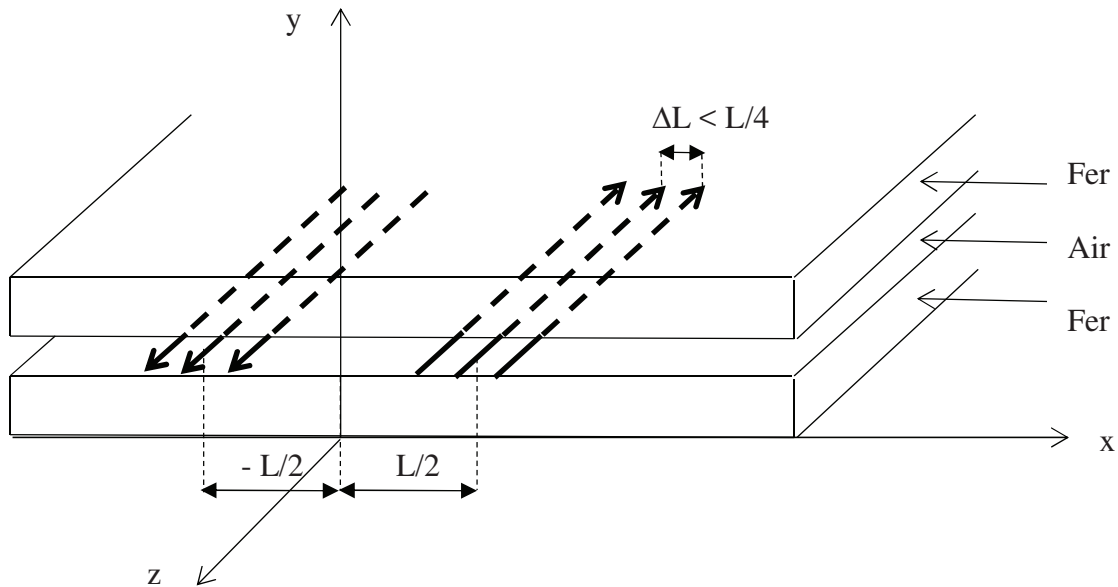
remarque: ce résultat vaut pour un fil.

Dans ce type de moteur, a-t-on intérêt à avoir un entrefer large ou réduit ?

- Q6.** Dans l'entrefer, on a  $\vec{B} = B(x)\vec{e}_y$ . Tracer l'allure de la fonction  $B(x)$ . (en tenant compte des autres fils)

## I.2 - Multi-pôle magnétique sinusoïdal

La répartition du courant à l'interface inférieure air-fer, n'est pas constituée, par pôle, d'un seul conducteur aller et d'un seul conducteur retour, espacés d'une longueur  $L$ , mais d'un ensemble de deux groupements de trois conducteurs aller et de trois conducteurs retour centrés sur les abscisses  $x = -L/2$  et  $x = L/2$ , comme le montre la **figure 4**. Les trois conducteurs d'un même groupement sont équidistants de  $\Delta L < L/4$ .



**Figure 4** - Multi-pôle magnétique quasi-sinusoïdal

**Q7.** Tracer, dans ce cas, l'allure graphique de la fonction  $B(x)$ .

Dans toute la suite du problème, on admettra qu'en choisissant bien le nombre et la répartition des conducteurs aller et retour, le champ magnétique dans l'entrefer est de la forme  $\vec{B} = KI \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y$  où  $K$  est une constante positive.

## I.3 - Onde magnétique plane progressive sinusoïdale

On considère maintenant la superposition de deux multi-pôles magnétiques sinusoïdaux décalés spatialement d'une distance de  $L/2$ .

Ils sont respectivement alimentés par des courants sinusoïdaux, de même amplitude  $I_s$  et de même pulsation  $\omega_s$ , en quadrature de phase, de sorte que  $i_1(t) = I_s \cos(\omega_s t)$  et  $i_2(t) = I_s \sin(\omega_s t)$ .

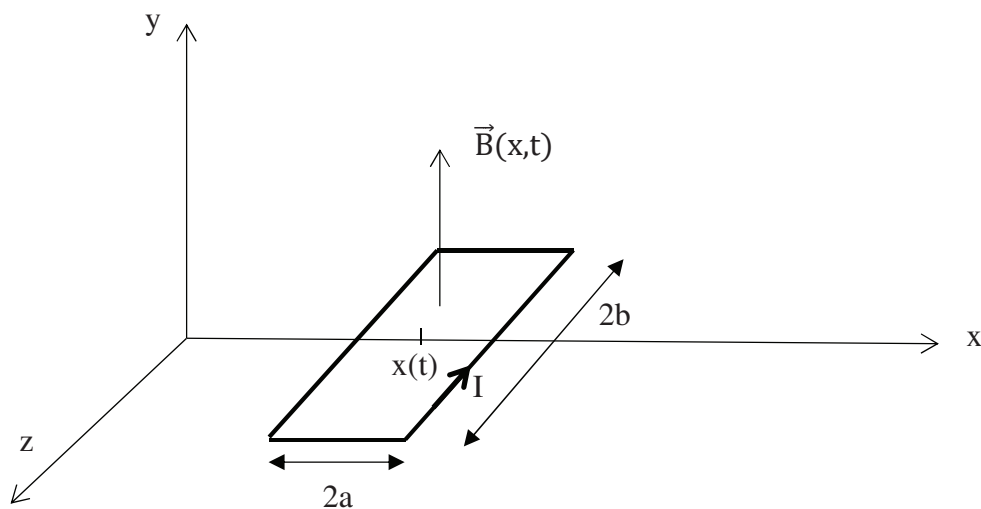
Le premier multi-pôle crée ainsi dans l'entrefer un champ magnétique  $\vec{B}_1 = Ki_1(t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y$  alors que le second crée un champ magnétique  $\vec{B}_2 = Ki_2(t) \cos\left(\frac{\pi(x-L/2)}{L}\right) \vec{e}_y$ .

- Q8.** Déterminer en fonction de  $K$ ,  $I_s$ ,  $L$  et  $\omega_s$ , l'expression du champ magnétique créé par cette double répartition du courant dans l'entrefer. Dans quel sens et à quelle vitesse, notée  $\vec{V}_s$ , se propage cette onde magnétique ?
- Q9.** Que faut-il faire pour inverser le sens de propagation de cette onde magnétique ?  
Application numérique : dans le cadre d'une application au train à sustentation magnétique, déterminer la valeur de la distance inter-polaire  $L$  permettant d'obtenir une vitesse  $v_s = 500 \text{ km/h}$  avec une alimentation à la fréquence  $f_s = 100 \text{ Hz}$ .

#### I.4 - Actionneur linéaire synchrone

L'actionneur linéaire synchrone (**figure 5**) est constitué :

- d'une partie statique, analogue à celle étudiée précédemment, qui crée une onde magnétique sinusoïdale progressive  $\vec{B}(x,t) = B_0 \cos(\omega_s t - kx) \vec{e}_y$  ;
- d'une partie mobile assimilable :
  - d'un point de vue électrique, à une spire rectangulaire orientée, parcourue par un courant électrique permanent  $I$ , imposé par un dispositif extérieur. Elle a pour longueur  $L = 2a$  suivant l'axe des  $x$  et pour largeur  $2b$  suivant l'axe des  $z$ ,
  - d'un point de vue magnétique, à un dipôle de moment  $\vec{M} = 2LbI \vec{e}_y$ .



**Figure 5** - Actionneur linéaire synchrone

Cette spire est en mouvement supposé rectiligne et considéré comme uniforme à la vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_x$ . On note  $x_0$  la position initiale du centre de la spire qui a donc pour abscisse, à la date  $t$ ,  $x(t) = x_0 + vt$ .

- Q10.** La force qui s'exerce sur la spire, à la date  $t$ , est de la forme  $\vec{F}(t) = F_x(t) \vec{e}_x$ . On admettra que :

$$F_x(t) = \left( \vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right)_{\text{centre du dipôle}}$$

Exprimer  $F_x(t)$  en fonction de  $b$ ,  $L$ ,  $I$ ,  $B_0$ ,  $\omega_s$ ,  $k$ ,  $v$ ,  $x_0$  et  $t$ .

**Q11.** Ecrire la condition de synchronisme (par analogie avec les moteurs synchrones), et déterminer la valeur de la force  $\vec{F}(t)$ , maintenant notée  $\vec{F}$ , en fonction de  $b, L, I, B_0, k$  et  $x_0$ .

Exprimer en fonction de  $k$ , la valeur de  $x_0$  pour laquelle la composante  $F_x$  de cette force est maximale.

## Partie II - Pilotage de l'actionneur synchrone

Le principe de l'autopilotage de l'actionneur synchrone consiste à mesurer, à l'aide d'un codeur optique par exemple, la position de la partie mobile de l'actionneur. On alimente alors les conducteurs de la partie statique par un onduleur de tension. Sa commande, dictée par la sortie des boucles de contrôle des courants, permet d'asservir  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ , en fréquence et en phase, de façon à garantir la condition de synchronisme ainsi qu'une force  $F$  maximale.

### II.1 - Alimentation par onduleur de tension

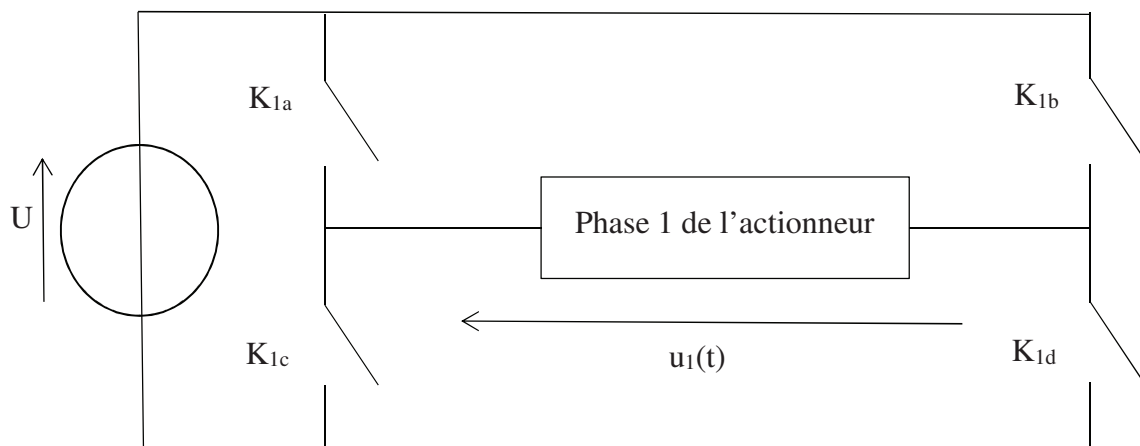
L'alimentation des deux phases de l'actionneur fait appel à une source de tension continue  $U$  et à deux onduleurs.

On note :  $K_{1a}, K_{1b}, K_{1c}$  et  $K_{1d}$  les quatre interrupteurs électroniques de l'onduleur de tension qui alimente la phase 1 de la partie statique de l'actionneur (**figure 6**).

On donne la loi de commande de l'onduleur de la phase 1 sur une période  $T$  :

$K_{1a}$  et  $K_{1d}$  sont fermés sur l'intervalle de temps  $\left[0, \frac{T}{2}\right]$ ,

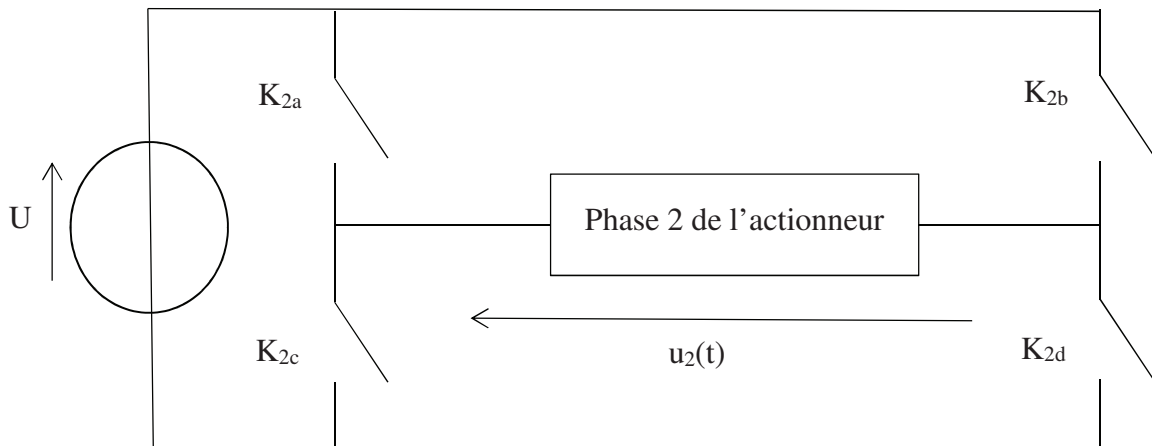
$K_{1b}$  et  $K_{1c}$  sont fermés sur l'intervalle de temps  $\left[\frac{T}{2}, T\right]$ .



**Figure 6** - Onduleur alimentant la phase 1

**Q12.** Représenter graphiquement l'allure de la tension  $u_1(t)$  sur une période  $T$  de fonctionnement de l'onduleur.

**Q13.** La structure de l'onduleur de tension qui alimente la phase 2 de l'actionneur (**figure 7**) est analogue à la précédente.



**Figure 7 - Onduleur alimentant la phase 2**

En gardant la même horloge pour les deux onduleurs, décrire les séquences d'ouverture-fermeture des interrupteurs  $K_{2a}$ ,  $K_{2b}$ ,  $K_{2c}$  et  $K_{2d}$  :

- d'une part, lorsque la partie mobile de l'actionneur se translate dans le sens des  $x > 0$  ;
- d'autre part, lorsque la partie mobile de l'actionneur se translate dans le sens des  $x < 0$ .

## II.2 - Onduleur à commande décalée

Les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  présentent un contenu harmonique. Bien que filtrés par les impédances de l'actionneur, les courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  ne sont donc pas rigoureusement sinusoïdaux. L'onde magnétique n'est plus monochromatique. Il s'ensuit des composantes harmoniques, dans le spectre de la force  $F$ , à l'origine de vibrations de l'actionneur.

Par une modélisation prenant compte les premières composantes en fréquence, on a

$$\begin{cases} i_1(t) = I_1 \cos(\omega_s t + \varphi_1) - I_3 \cos(3\omega_s t + \varphi_3) + I_5 \cos(5\omega_s t + \varphi_5) \\ i_2(t) = I_1 \sin(\omega_s t + \varphi_1) + I_3 \sin(3\omega_s t + \varphi_3) + I_5 \sin(5\omega_s t + \varphi_5) \end{cases}$$

avec  $I_1 > I_3 > I_5$ .

L'onde magnétique est alors de la forme :

$$\vec{B}(x, t) = K [I_1 \cos(\omega_s t - kx + \varphi_1) - I_3 \cos(3\omega_s t + kx + \varphi_3) + I_5 \cos(5\omega_s t - kx + \varphi_5)] \vec{e}_y.$$

**Q14.** Déterminer l'expression de la force  $F(t)$  à la vitesse  $v_s$  de synchronisme. Quelle est la fréquence de la première vibration de  $F(t)$  ?

Pour atténuer ce comportement vibratoire, on a recours généralement à un onduleur à modulation de largeurs d'impulsions ou à des onduleurs avec une loi de commande décalée des interrupteurs.

La loi de commande de l'onduleur de la phase 1, sur une période T, est alors la suivante :

$$K_{1d} \text{ est fermé sur l'intervalle de temps : } \left[ -\frac{\alpha T}{2}, \frac{T}{2} - \frac{\alpha T}{2} \right],$$

$$K_{1a} \text{ est fermé sur l'intervalle de temps : } \left[ \frac{\alpha T}{2}, \frac{T}{2} + \frac{\alpha T}{2} \right],$$

$$K_{1b} \text{ est fermé sur l'intervalle de temps : } \left[ \frac{T}{2} - \frac{\alpha T}{2}, T - \frac{\alpha T}{2} \right],$$

$$K_{1c} \text{ est fermé sur l'intervalle de temps : } \left[ \frac{T}{2} + \frac{\alpha T}{2}, T + \frac{\alpha T}{2} \right].$$

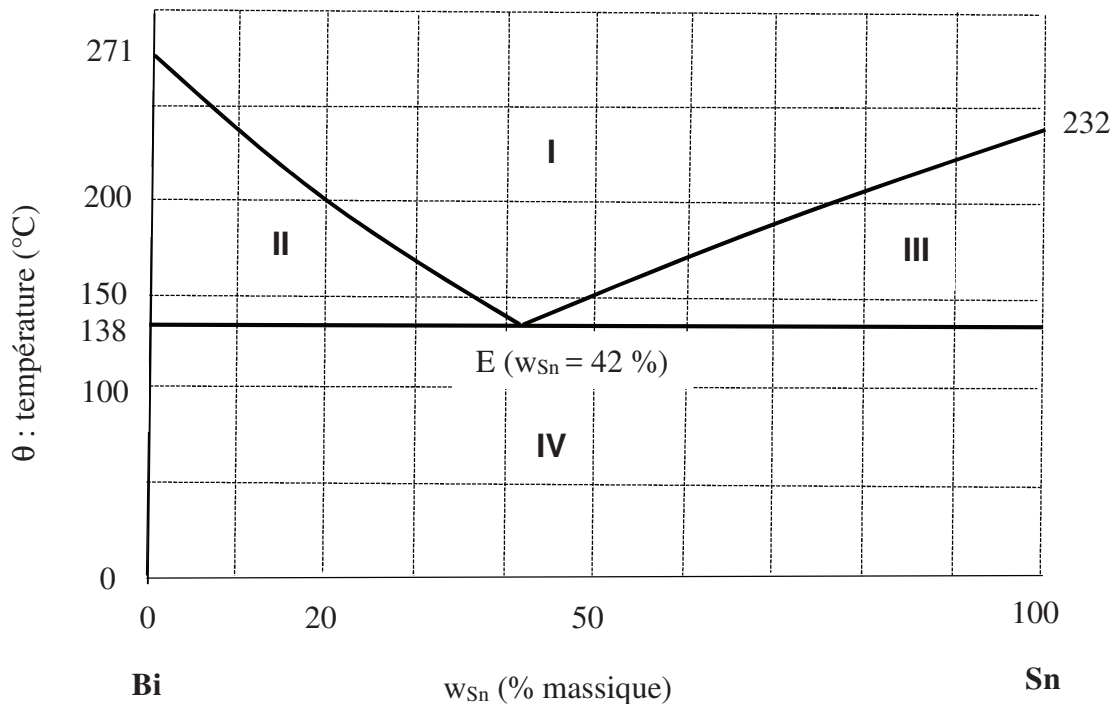
**Q15.** Représenter graphiquement, avec une valeur de  $\alpha \approx 0,1$ , l'allure de la tension  $u_1(t)$  sur une période T de fonctionnement de l'onduleur. Quelle valeur de  $\alpha$  préconisez-vous pour atténuer fortement le comportement vibratoire de l'actionneur ?

### Partie III - Soudure de la connectique

Une grande partie de la connectique, que ce soit pour l'assemblage initial ou pour la maintenance, est encore assurée par un travail au fer à souder. Il est nécessaire d'obtenir un cordon de soudure très fluide, à température suffisamment basse pour assurer une fusion quasi-instantanée.

#### III.1 - Choix d'un mélange binaire

Différents alliages sont bien adaptés à ce travail en particulier les associations bismuth-étain et étain-argent.



**Figure 8** - Diagramme binaire sous  $P = 1$  bar du système bismuth-étain

En première approximation, on peut considérer que le bismuth et l'étain sont non miscibles à l'état solide. Le diagramme binaire, isobare, solide-liquide simplifié du système bismuth-étain, avec une composition exprimée en fraction massique est représenté sur la **figure 8**.

- Q16.** Préciser les phases des constituants Sn et Bi, dans chacun des domaines I, II, III et IV.
- Q17.** Nommer le point E. Préciser la composition molaire du point E.
- Q18.** Tracer les trois courbes de refroidissement iso-titres des systèmes représentés par les trois points initiaux :  $M_1(w_{Sn} = 0; \theta = 300 \text{ °C})$ ,  $M_2(w_{Sn} = 0,2; \theta = 300 \text{ °C})$  et  $M_3(w_{Sn} = 0,42; \theta = 300 \text{ °C})$ .  
On précisera les températures de rupture de pente.
- Q19.** Préciser les températures de fusion du bismuth et de l'étain sous la pression de 1 bar. Pourquoi ce mélange binaire semble-t-il approprié pour les applications de soudure ? Quelle composition massique préconisez-vous et pourquoi ?
- Q20.** On prépare un mélange contenant 4 g d'étain et 16 g de bismuth. Ce mélange est fondu, homogénéisé, puis lentement refroidi. Déterminer les masses de Sn et de Bi dans chacune des phases solide et liquide, en équilibre à 150 °C.
- Q21.** Pour des assemblages complexes, on assemble parfois deux pièces avec un point de soudure du type étain-argent, puis une troisième avec un point de soudure du type bismuth-étain pour ne pas prendre le risque de dessouder les deux premières pièces. Justifier ce protocole opératoire.



### Données

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Température de fusion de l'eutectique (Sn 96,5 – Ag 3,5) : 220 °C.

Masse molaire de l'étain :  $M(\text{Sn}) = 119 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse molaire du bismuth :  $M(\text{Bi}) = 209 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Potentiels standard d'oxydo-réduction à 25 °C :  $E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0,80 \text{ V}$  ;  $E^\circ(\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}) = 0,005 \text{ V}$ .

### Formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

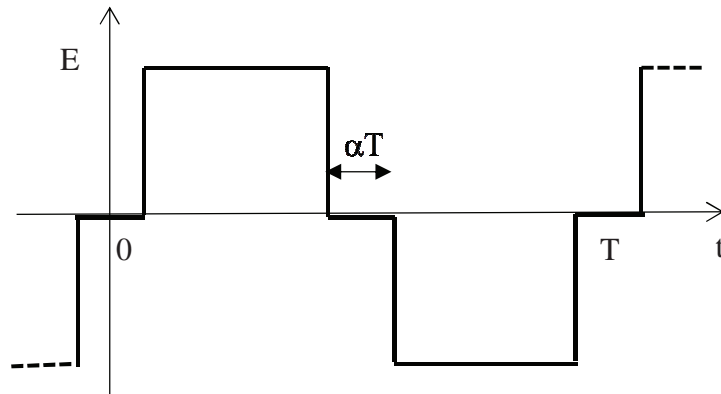
$$\cos p - \cos q = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

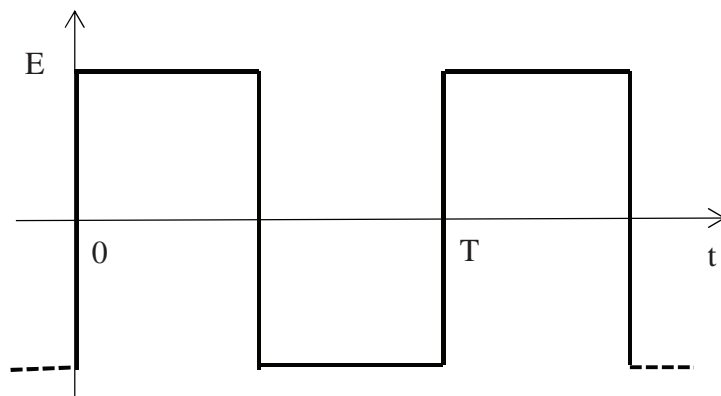
## Séries de Fourier

### Signal 1 : cas général



$$s_1(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\alpha\pi)}{2k+1} \sin\left(\frac{2\pi(2k+1)t}{T}\right).$$

### Signal 2 : cas particulier pour $\alpha = 0$



$$s_2(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin\left(\frac{2\pi(2k+1)t}{T}\right).$$

**FIN**