MINES 2011 PSI

① 25 tonnes jour^{-1} = $\dfrac{25\,10^3}{24\ 3600} \simeq 0{,}3\ kg\,s^{-1}$

② à t $\vec{P}_{sys*}(t) = \vec{P}_{\Sigma_c}(t)$

à $t+dt$ $\vec{P}_{sys*}(t+dt) = \vec{P}_{\Sigma_c}(t+dt) + D_m\,dt(\vec{v}_s - \vec{v}_e)$

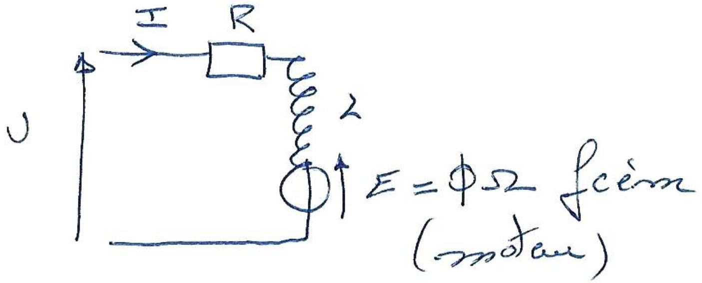
Or $\vec{v}_e = \vec{0}$ et $\vec{v}_s = v\,\vec{e}_x$ donc

$\dfrac{d\vec{P}_{sys*}}{dt} = D_m \vec{v}$ et sur $\vec{e}_x$ il n'y a que $\vec{F}_{tapis \to sys*}\,\vec{e}_x$ à considérer.

D'où finalement $\vec{F}_{déchets \to Tapis} = -D_m \vec{v}$.

③ $v = a\Omega$ pas de glissement du tapis % au cylindre

④



$U = RI + L\dfrac{dI}{dt} + \phi\Omega$

⑤ Théorème du M.C. % à Oz pour le système {rouleaux + tapis}.

- ϕI correspond au couple moteur
- $-\lambda\Omega$ à un frottement mécanique sur les axes (?)
- $-D\,a\,v$ est le moment de la force $\vec{F}$ du ②.

⑥ $\phi I - \lambda\Omega_p - D_m a^2 \Omega_p = 0$.

$U = RI + \phi\Omega_p$.

d'où comme $I = \Omega_p \dfrac{\lambda + D_m a^2}{\phi}$,

$U = \Omega_p\left(R\dfrac{(\lambda + D_m a^2)}{\phi} + \phi\right)$

$$\Omega_p = \frac{U}{\phi + \frac{R}{\phi}(\lambda + D_m a^2)}$$ $D_m \nearrow$ $\Omega_p \searrow$

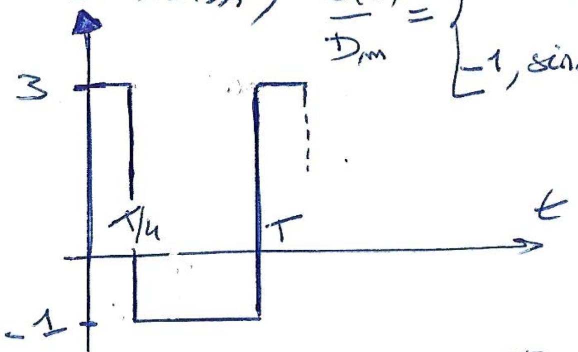
⑦ "Hachage" du débit

$D_{max} = D_m/\alpha$.

(8) $\delta(t) = D(t) - D_m$ (3)

$$\begin{cases} \delta(t) = D_{max} - \alpha D_{max} & \text{pour } t < T/4 \\ \delta(t) = -\alpha D_{MAX} & \text{sinon.} \end{cases}$$

$\delta(t)/D_m$; $\dfrac{\delta(t)}{D_m} = \begin{cases} 3, & t < T/4 \\ -1, & \text{sinon} \end{cases}$



(9) $$\frac{1}{T}\int_0^T U(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \phi\Omega(t)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T RI(t)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T L\frac{dI}{dt}\,dt$$

soit $\underline{U = \phi\Omega_m + RI_m} \; (+0) \; (\overset{1}{*})$

De même : $0 = \phi I_m - d\Omega_m - \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T D(t)a^2\,\Omega(t)dt$

or $\dfrac{a^2}{T}\displaystyle\int_0^T D(t)\Omega(t)dt = D_m\Omega_m a^2 + A$

car $\Omega_m \int_0^T \delta(t) = 0$ et $D_m \int_0^T \omega(t) = 0$. (4)

les valeurs moyennes de $\delta(t)$ et $\omega(t)$ sont nulles (définies comme l'écart à la moyenne...).

Soit $(\overset{2}{*})$ $\underline{0 = \phi I_m - d\Omega_m - D_m\Omega_m a^2 - A}$

(10) $\Omega_m = \Omega_p$, car solutions de la même équation.

(11) Il suffit de faire la $\neq$ entre (E_1) et $(\overset{1}{*})$ et (E_2) et $(\overset{2}{*})$, et de développer $D(t)\Omega(t) = (D_m + \delta)(\Omega_m + \omega)$

(12) $L\dfrac{di}{dt} \ll Ri$ si $L\dfrac{i}{T} \ll Ri$

soit $T \gg \dfrac{R}{L}$ ou $\underline{f \ll f_0}$.

(13) $Ri = -\phi\omega$

$$(J + J')\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\phi^2}{R}\omega - d\omega - D_m\omega a^2 - \Omega_m a^2\delta.$$

$$\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{1}{(J+J')}\left[+\frac{\phi^2}{R} + d + D_m a^2\right] = -\frac{\Omega_m a^2}{J+J'}\delta.$$

(14) $\tau \gg T$ donc $\frac{d\omega}{dt} \gg \frac{\omega}{\tau}$ d'où (5)

$$\frac{d\omega}{dt} = -K\delta \begin{cases} -3KD_m & \text{pour } 0<t<\frac{T}{4} \\ -K(-D_m) = KD_m & \text{pour } t>\frac{T}{4} \end{cases}$$

soit
$$\begin{cases} \omega = -3KD_m t + \omega_0 = -\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)KD_m t + \omega_0 \\ \omega = KD_m\left(t - \frac{T}{4}\right) + \omega_1 = KD_m(t-\alpha T) + \omega_1 \end{cases}$$

De + en $t = T$ $\omega(T) = \omega_0$ et

$$\omega(T) = KD_m\left(\frac{3T}{4}\right) + \omega_1 .$$

d'où $\underline{(\omega_0 - \omega_1) = KD_m \frac{3T}{4} = K(1-\alpha)D_m T}$

et $\underline{\beta = \frac{3}{4}\,\frac{KD_m T}{\Omega_m} = \frac{3}{4}\,\frac{D_m T a^2}{J+J'}}$

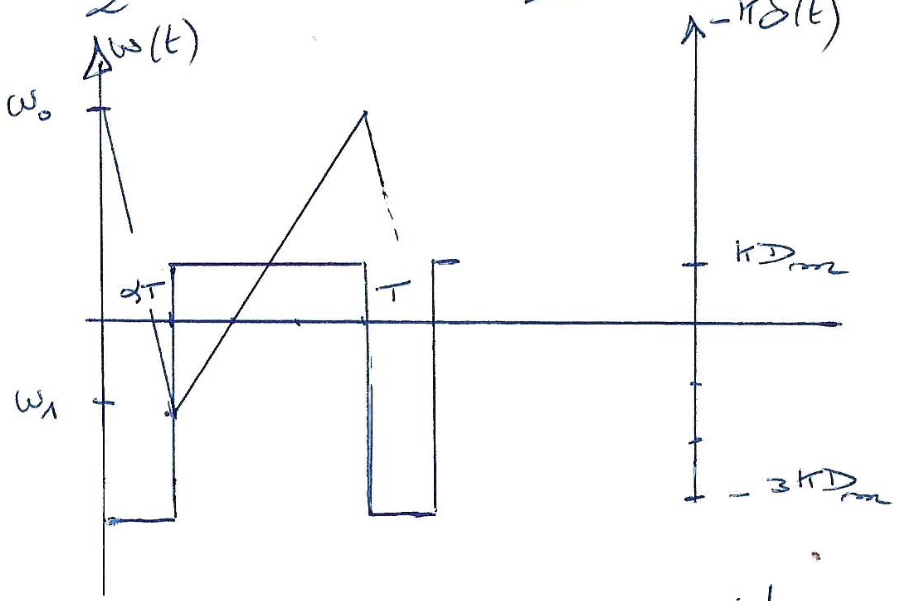
Si on réintègre α :

$$\underline{\beta = (1-\alpha)\frac{D_m T a^2}{J+J'}}$$

$\beta \ll 1$ si $\frac{J+J'}{a^2} \gg D_m T$, donc si

l'inertie des rouleaux est grande (6)
devant la masse de déchets transportés
sur une période $\Rightarrow$ on lisse les
variations de Ω, comme avec une
bobine de lissage lors du hachage
en électronique de puissance :

$$\frac{1}{2}Li^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2}J\Omega^2$$



R : On peut calculer β sans déterminer $\omega(t)$ complètement, en écrivant par ex que sur $T/4$, ω varie de ω_0 à ω_1 avec une pente $-3KD_m$: $(\omega_1 - \omega_0)\cdot\frac{4}{T} = -3KD_m$.