

I. Son et audition (Centrale PC 2015 – Extrait)

Le sujet comporte, en fin de texte, quatre documents qu'il convient de lire attentivement.

L'oreille se compose de trois parties : l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Les deux premières assurent le transfert des ondes sonores à l'oreille interne. L'oreille interne, ou cochlée, transforme ce stimulus en influx nerveux (cf. document 1).

Données numériques :

Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de l'air	$M_{\text{air}} = 28,8 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Rapport des capacités thermiques massiques isobares et isochores de l'air	$\gamma = C_p/C_v = 1,40$

I Ondes acoustiques et oreille externe**I.A – Équations des ondes acoustiques**

On s'intéresse à la propagation unidimensionnelle (selon Ox) d'ondes sonores dans un fluide. Un fluide, supposé parfait et soumis aux seules forces de pression, est caractérisé à l'équilibre par des valeurs uniformes P_0 de la pression et ρ_0 de la masse volumique. Du point de vue thermodynamique, ses évolutions sont considérées comme isentropiques, auxquelles correspond le coefficient de compressibilité χ_s . Le passage d'une onde sonore crée une perturbation et le fluide se déplace en de petits mouvements autour de l'équilibre, les champs de pression et de masse volumique devenant : $P(x, t) = P_0 + p(x, t)$ et $\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$.

I.A.1) Qu'appelle-t-on approximation acoustique ? Quel est l'ordre de grandeur de la surpression p pour des ondes acoustiques dans l'air ?

I.A.2) Écrire et linéariser les équations locales de la mécanique des fluides et l'équation traduisant l'hypothèse thermodynamique effectuée. Établir l'équation de propagation des ondes acoustiques pour la surpression. Quelle est la célérité c de ces ondes ?

I.A.3) Dans le modèle du gaz parfait, établir la loi de variation de la célérité avec la température. Calculer c dans l'air dans les conditions normales de pression ($P_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$) à la température de 290 K.

I.A.4) La célérité des ondes acoustiques dans l'eau est de l'ordre de $1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Qu'est ce qui peut expliquer cette différence par rapport à celle trouvée dans l'air ?

I.A.5) A partir des relations de I.A.2) établir la relation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2 \right) + \text{div}(p\vec{v}) = 0$$

On rappelle que $\text{div}(U\vec{A}) = \vec{A} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(U) + U \text{div}(\vec{A})$.

Quelle est la signification physique de cette équation ? Identifier et interpréter chacun de ses termes. Que représente notamment le flux de $p\vec{v}$ à travers une surface ? Citer une équation analogue dans un autre domaine de la physique.

I.B – Impédance et intensité acoustique

I.B.1)a) On considère une onde plane progressive pour laquelle la surpression et la valeur algébrique de la vitesse des particules de fluide dans la direction de propagation ne dépendent que de la variable $t - x/c$ et s'écrivent donc sous la forme $p(x, t) = p(t - x/c)$ et $v(x, t) = v(t - x/c)$. On définit l'impédance acoustique liée à une telle onde comme le quotient $Z = p/v$. Dans un fluide illimité, montrer que cette impédance ne dépend que des caractéristiques du fluide et l'exprimer en fonction de la masse volumique ρ_0 et de la célérité c . Calculer Z pour l'air et pour l'eau dans les conditions des questions précédentes.

I.B.1)b) Nous sommes incapables sous l'eau de déterminer la direction d'où provient un son (bruit d'une hélice de bateau par exemple), alors que nous n'avons aucun problème pour localiser la provenance d'un bruit aérien. Proposer une (ou des) explication(s) ; on pourra notamment calculer la longueur d'onde d'une onde sonore dans l'eau et dans l'air en tirant des conséquences. On pourra aussi utiliser les valeurs précédentes de Z_{eau} et Z_{air} ainsi que $Z_{\text{os crânien}} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$.

I.B.2) On considère maintenant une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω : $p(x, t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$. On définit l'intensité d'une onde acoustique par la valeur moyenne de la norme du vecteur $p\vec{v}$. Exprimer l'intensité I de cette onde en fonction de p_0 , ρ_0 et c .

I.B.3) Quelle est l'amplitude de déplacement de l'onde sonore incidente au seuil d'audition et au seuil de douleur pour un son de fréquence 440 Hz ?

I.C – L'oreille externe

I.C.1) Le pavillon de l'oreille concentre l'énergie sonore. Pourquoi ?

I.C.2) Pour une onde sonore progressive dans un tuyau rempli d'air, on souhaite réaliser une impédance nulle à l'une de ses extrémités et une impédance infinie à l'autre. Proposer les configurations correspondantes. Quelle est la nature de l'onde résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie ?

On pourra raisonner qualitativement par comparaison avec les situations de la corde ou du câble coaxial.

I.C.3) Le canal auditif externe, tube d'environ 3 cm de long, joue le rôle de caisse de résonance dépendant de la fréquence.

Déterminer la plus petite fréquence pour laquelle le son sera particulièrement amplifié ; vérifier la cohérence avec la courbe du document 4.

I.D – Protection acoustique

On s'intéresse à la protection auditive d'un tromboniste (documents 2, 3 et 4).

La réponse à ces questions nécessite d'y consacrer un temps suffisant. Le candidat devra préciser la manière dont il extrait les informations des différents documents. La qualité de la démarche et des explications sera évaluée tout autant que le résultat final.

I.D.1) En assimilant le trombone à un tuyau sonore de section constante, compléter le **tableau 1**.

Position de la coulisse	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence de la note (Hz)	115,2						
Longueur du tuyau (m)	2,950	3,126					4,174

Tableau 1

I.D.2) Décrire la structure des ventres et des nœuds de pression et de vitesse dans un trombone produisant une note pure, de fréquence f fixée.

I.D.3) Quelle est la gamme de fréquences correspondant à la tessiture du trombone à coulisse ?

I.D.4) Pourquoi est-il nécessaire pour un tromboniste professionnel de se protéger ?

Quel type de protection doit-il adopter lorsqu'il joue seul chez lui ?

Quel type de précaution et de protection doit-on envisager lorsqu'il joue en formation (orchestre symphonique, big band, etc.. ?) ?

II Le rôle de l'oreille moyenne

Les ondes sonores captées par l'oreille externe font vibrer le tympan, qui mobilise la chaîne d'osselets de l'oreille moyenne. L'oreille moyenne transfère ainsi le son du milieu aérien (oreille externe) au milieu liquide de la cochlée (oreille interne). Nous allons en comprendre l'utilité.

II.A – Onde acoustique et conditions aux limites

Une onde acoustique incidente plane progressive harmonique se propage dans la direction de l'axe Ox d'un tuyau cylindrique. Une surface plane de masse négligeable sépare l'espace en deux régions occupées par deux fluides parfaits. Le fluide 1 occupe l'espace s'étendant de $-\infty$ à $x = 0$ et le fluide 2 l'espace s'étendant de $x = 0$ à $+\infty$. Les impédances acoustiques seront notées Z_1 et Z_2 et la célérité des ondes acoustiques s'y propageant, c_1 et c_2 . Une partie de l'onde acoustique incidente est réfléchie à l'interface entre les deux milieux alors qu'une autre est transmise.

II.A.1) Quelles relations les grandeurs liées aux ondes acoustiques présentes dans les deux milieux doivent-elles vérifier à la traversée de l'interface ?

II.A.2) Déterminer les coefficients de réflexion r et de transmission t pour la suppression de l'onde acoustique incidente en fonction de Z_1 et Z_2 .

II.A.3) Déterminer R et T , coefficients de réflexion et de transmission relatifs à l'intensité sonore I en fonction de Z_1 et Z_2 .

II.A.4) Calculer R et T au passage de l'air à l'eau. Quelle est la chute de niveau d'intensité acoustique correspondant au passage de l'air à l'eau ?

II.B – La chaîne d'osselets

L'oreille moyenne est un amplificateur de pression qui est schématisé figure 1 : les articulations des osselets sont modélisées par des bras de levier, autour d'une liaison pivot (correspondant à l'ancrage de l'enclume). Les longueurs d_1 et d_2 des bras de levier diffèrent du fait des longueurs inégales des osselets et sont telles que $d_1/d_2 \approx 1,3$.

II.B.1) Sachant que la surface de la platine de l'étrier est environ 20 fois inférieure à celle du tympan, déterminer l'amplification de pression théorique correspondant.

II.B.2) À quel gain cela correspond-t-il pour le niveau d'intensité acoustique ?

II.B.3) Conclure sur l'utilité de la chaîne d'osselets.

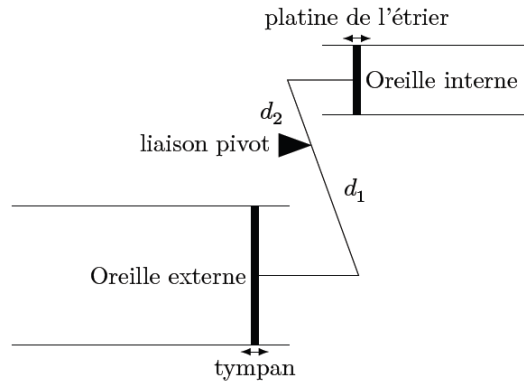


Figure 1 Schématisation de l'oreille moyenne

Document 1 — L'oreille : un organe fragile et complexe

D'après : Suva (<http://www.suva.ch>) « Musique et troubles de l'ouïe »

Oreille externe

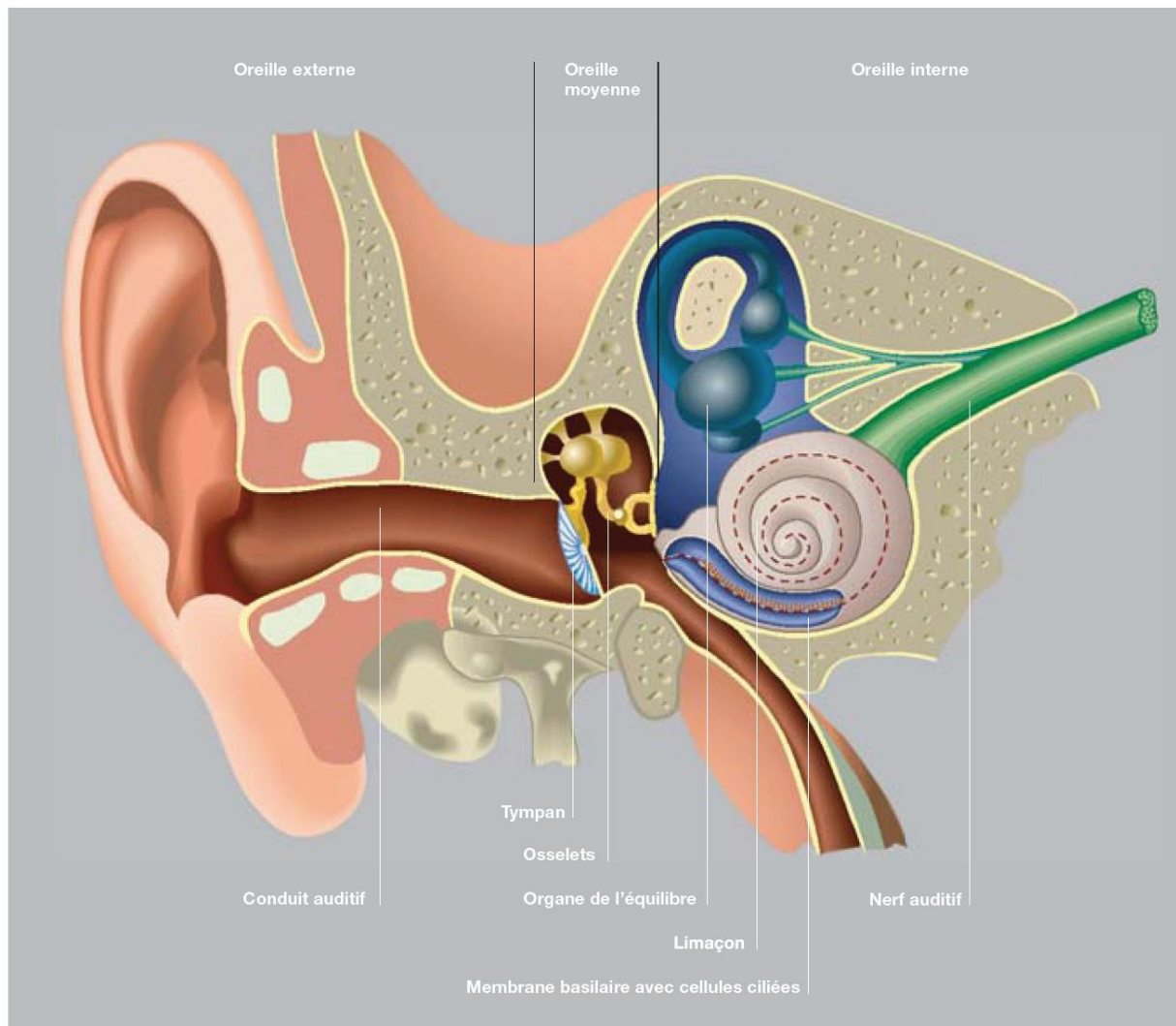
Elle se compose du pavillon de l'oreille (qui aide à localiser les sources sonores) et du conduit auditif. Ce dernier se termine par le tympan, qui réagit aux variations de pression comme la membrane d'un microphone.

Oreille moyenne

Les vibrations du tympan sont amplifiées dans l'oreille moyenne, puis transmises à l'oreille interne par trois osselets (le marteau, l'enclume et l'étrier), les plus petits du squelette humain. Le marteau est relié au tympan et l'étrier à la « platine de l'étrier » qui transmet la vibration au liquide de la cochlée.

Oreille interne

L'oreille interne abrite le limaçon (cochlée), de la taille d'un petit pois. Rempli d'un liquide, celui-ci est partagé en deux dans le sens de la longueur par la membrane basilaire. Le



Cellules ciliées

Les sons font vibrer la membrane basilaire de manière sélective : les plus aigus sont captés sur la partie antérieure, tandis que les graves pénètrent au fond du limaçon. Ce mode de fonctionnement est comparable à celui d'un analyseur de fréquence. La membrane basilaire est tapissée d'environ 5000 cellules ciliées, des capteurs qui transforment les vibrations sonores en impulsions électriques transmises aux nerfs auditifs. Les 20 000 cellules ciliées externes jouent également un rôle important : véritables amplificateurs, elles permettent d'adapter la réaction de la membrane en fonction du signal à traiter.

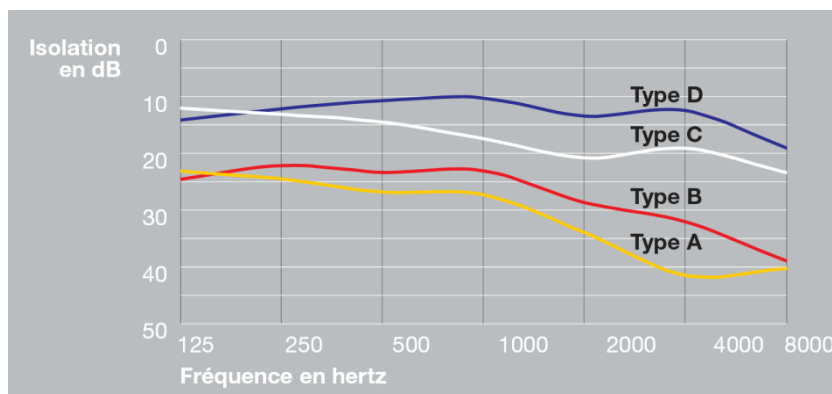
La parfaite coordination de ces éléments autorise des performances extraordinaires

- l'intensité acoustique correspondant au seuil d'audition est $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, celle correspondant au seuil de la douleur $I_s = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$;
- la gamme de fréquence allant de 20 Hz à 10 ou 20 kHz (selon l'âge) recouvre trois décades. À cela s'ajoute une excellente capacité de résolution, l'oreille distingue des signaux qui restent confus pour un analyseur sophistiqué, tels que la mélodie d'un instrument au sein d'un orchestre ;
- l'ouïe dispose également d'une capacité de localisation très développée, qui lui permet d'identifier la provenance d'un cliquetis dans l'air à 3° près.

Document 2 — Protecteurs d'ouïe

D'après : Suva (<http://www.suva.ch>) « Musique et troubles de l'ouïe »

Les protecteurs d'ouïe ont désormais conquis le public, des fosses d'orchestre à la Street Parade. Le manque d'homogénéité de l'atténuation des fréquences hautes et basses altère la sonorité. On en trouve de différents types et à différents prix, du moins cher (tampons auriculaires en mousse de type A) au plus cher (protections otoplastiques de type D).



Document 3 — Le trombone

D'après : <http://fr.wikipedia.org> et <http://dictionnaire.metronimo.com>

Le trombone est un instrument de musique à vent et à embouchure de la famille des cuivres clairs. Le terme désigne implicitement le trombone à coulisse caractérisé par l'utilisation d'une coulisse télescopique. Le trombone à coulisse est réputé pour être l'un des instruments les plus difficiles, mais également l'un des plus puissants d'un orchestre. Le trombone peut jouer des variations de nuances (intensités mesurées à 20 cm en sortie du trombone) allant d'une nuance pp (pianissimo = très faible) correspondant à 85 dB à une nuance ff (fortissimo = très fort) correspondant à 115 dB.

Le trombone peut, par variation de la position de la coulisse, émettre des sons de hauteurs différentes. On construit la version ténor en sib, en lui donnant, dans sa première position, c'est-à-dire, celle où la coulisse ne fonctionne pas, pour note fondamentale le sib de 115,2 Hz et pour longueur théorique 2,950 m. Les allongements produisent six autres positions, dont le son est chaque fois abaissé d'un demi-ton. Les allongements de la coulisse sont obtenus par les mouvements du bras droit, la main gauche servant avec les lèvres à exercer le degré de pression nécessaire pour obtenir les harmoniques.

Position de la coulisse	Fondamentale
1	sib
2	la
3	lab ou sol \sharp
4	sol
5	solb ou fa \sharp
6	fa
7	mi



On calcule les allongements d'après les différences de longueur de tube qui correspondent à la production des sons fondamentaux. Pour un trombone ténor avec une première position, sib, d'une longueur de 2,950 m la deuxième, la (soit un demi-ton en dessous), a une longueur de 3,126 m et la septième de 4,174 m. Grâce aux fréquences harmoniques que l'on peut tirer de l'instrument pour chaque position de coulisse, la tessiture (gamme de fréquences) du trombone s'étend sur trois octaves et une quinte.

Une octave est l'intervalle séparant deux notes dont le rapport des fréquences fondamentales est égal à deux. La quinte est l'intervalle séparant deux notes de rapport des fréquences fondamentales égal à 3/2. Le demi-ton sépare deux notes dont les fréquences fondamentales sont dans un rapport $2^{1/12}$.

On rappelle que, sur une octave, la suite des notes de la gamme tempérée est :

do - do# - ré - ré# - mi - fa - fa# - sol - sol# - la - sib (ou la#) - si - do

Document 4 — Limites d'exposition au bruit ; niveau sonore audible

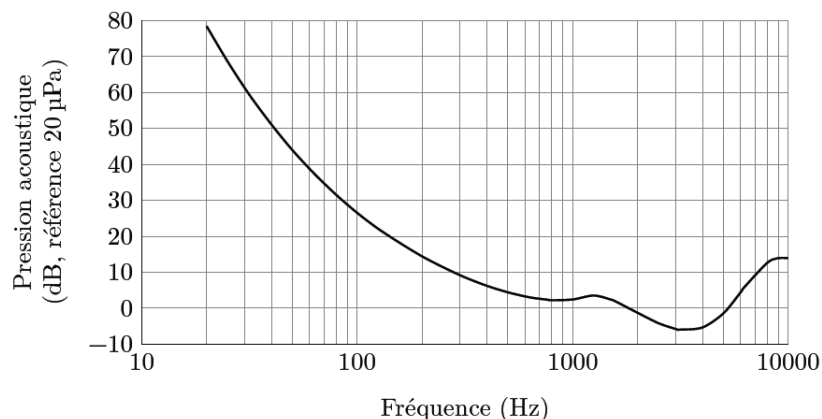
D'après : Centre canadien d'hygiène et de sécurité au travail

Le tableau ci-dessous donne les limites d'exposition au bruit en milieu de travail exprimées sous forme de durées maximales d'exposition admissibles pour un niveau de référence de 85 dB et un coefficient d'équivalence de 3 dB.

Niveau sonore (dB)	Durée quotidienne maximale admissible	Niveau sonore (dB)	Durée quotidienne maximale admissible
85	8 heures	97	30 minutes
88	4 heures	100	15 minutes
91	2 heures	103	7 minutes
94	1 heure	106	3 minutes

D'après : norme ISO 389-7:2005

La courbe ci-dessous donne le seuil d'audition pour un individu otologiquement normal, âgé de 18 à 25 ans. Elle correspond à l'écoute binaurale en champ libre d'un son pur (onde plane progressive sinusoïdale) dont la source se trouve directement en face de l'auditeur. Le niveau de pression acoustique est mesuré, en l'absence de l'auditeur, à la position qu'aurait dû occuper le centre de sa tête.



II. Etude de la combustion complète du gazole (E3a PSI 2016)

Lire le texte fourni intitulé « la combustion des carburants » puis répondre aux questions suivantes.

- H1.** Ecrire la réaction de combustion complète de gazole dans l'air : les affirmations des lignes 15 à 19 sont-elles valides ?
- H2.** Le taux d'émission de CO₂ (indiqué sur le document 2) est-il en accord avec la consommation du véhicule ?
- H3.** Vérifier qu'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction. Quelle est la molécule oxydée ? Justifier.
- H4.** Déterminer l'enthalpie standard de réaction associée à cette transformation chimique. On fera le calcul à partir d'une équation de réaction écrite pour un coefficient de 1 pour le gazole. L'affirmation des lignes 21 à 25 est-elle valide ?
- H5.** Justifier thermodynamiquement que la réaction est totale à 298 K.

H6. Déterminer et calculer la température de flamme adiabatique maximale T_F liée à cette transformation.

H7. La température de flamme réellement atteinte est en général plus faible. Proposer des explications.

Quelques données :

Eléments chimiques :

Elément	H	C	N	O
Masse molaire atomique (g.mol ⁻¹)	1,0	12,0	14,0	16,0
Numéro atomique	1	6	7	8

Formule chimique de l'air : 3,7 mol de N₂ pour 1,0 mol de O₂

Données thermodynamiques : constante thermodynamique $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

composé	gazole (liq)	O ₂ (vap)	CO ₂ (vap)	H ₂ O (vap)	N ₂ (vap)
$\Delta_f H^0$ (kJ.mol ⁻¹)	- 245	0	- 393	- 242	0
C_{Pm}^0 (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	224,6	29,4	44,2	30,0	27,9
S_m^0 (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	329	205	214	189	192

où $\Delta_f H^0$, C_{Pm}^0 et S_m^0 sont respectivement l'enthalpies standard de formation, la capacité thermique molaire standard (à pression constante) et l'entropie molaire standard des espèces à 298 K (ces grandeurs sont supposées constantes).

DOCUMENT 1 : Texte extrait du site de l'association adilca : www.adilca.com ©

Association pour la Diffusion d'Informations sur les Lois physiques de l'Automobile, créée à l'initiative d'anciens élèves des sections scientifiques du CNAM

LA COMBUSTION DES CARBURANTS

Les carburants

C'est la proportion des composants qui permet de distinguer les carburants.

5 L'analyse en laboratoire d'un échantillon de gazole pur non additivé montre que celui-ci est constitué (en masse) de 87 % de carbone (symbole chimique C) et 13 % d'hydrogène (symbole chimique H) [...]

10 Ces proportions permettent d'établir les formules chimiques fictives de chacun de ces carburants, formules qui seront utilisées par la suite pour calculer tous les autres paramètres de la combustion. Ainsi, le gazole a pour formule chimique fictive C_{7,25}H₁₃, l'essence C₇H₁₆, le GPL C_{3,5}H₉.

La combustion des hydrocarbures

La *stœchiométrie* désigne l'étude des proportions idéales d'éléments qui autorisent une réaction chimique complète, "propre" et sans gaspillage.

15 Les lois de la stœchiométrie appliquées à la combustion des hydrocarbures nous montrent que pour brûler 1 kg de gazole, il faut disposer de 14,3 kg d'air (soit, étant donné la composition de l'air, 10,9 kg de diazote et 3,4 kg de dioxygène) ; la réaction produit 10,9 kg de diazote (ce gaz étant chimiquement neutre, il n'a pas participé à la combustion), 3,2 kg de dioxyde de carbone (CO₂) et 1,2 kg d'eau (H₂O). [...]

L'énergie libérée par la combustion

25 Connaissant la composition massique d'un hydrocarbure, il est alors facile d'en déduire l'énergie qu'il peut libérer lors de sa combustion : la combustion d'un kg de gazole de formule $C_{7,25}H_{13}$ libère une énergie nette d'environ 42 millions de joules, soit, compte tenu de la masse volumique du produit (840 kg.m^{-3}), environ 35 millions de joules par litre [...]

La combustion en conditions réelles

30 S'agissant de la combustion des carburants dans le cadre du fonctionnement d'un moteur d'automobile, une stœchiométrie parfaite est toujours difficile à garantir. En effet, non seulement le carburant peut présenter des différences de composition selon les pays et les distributeurs, mais en plus, la masse d'air introduite dans le moteur, jamais parfaitement pure, varie en permanence en fonction de la température ambiante et de la pression atmosphérique.

Les rejets polluants

40 Lorsque les lois de la stœchiométrie sont respectées, les gaz d'échappement ne contiennent que de l'azote gazeux (N_2), du dioxyde de carbone (CO_2) et de l'eau à l'état de vapeur (H_2O). Mais que se passe-t-il lorsque les lois de la stœchiométrie ne sont plus respectées ? Pour simplifier le problème, considérons deux configurations opposées : mélange riche (trop de carburant, pas assez d'air) et mélange pauvre (peu de carburant, trop d'air). Dans la première configuration, certains atomes qui constituent la molécule d'hydrocarbure ne trouvent pas de "partenaire oxygène" en nombre suffisant puisque l'air manque, ils ne sont donc pas oxydés complètement et se retrouvent dans les gaz d'échappement sous forme de particules carbonées, d'hydrocarbures imbrûlés (symbole chimique HC) ou de monoxyde de carbone (symbole chimique CO), gaz qu'il ne faut surtout pas confondre avec le CO_2 : l'un est très toxique, l'autre pas du tout. Dans la seconde configuration, un excès d'air (c'est toujours le cas lorsque le moteur est suralimenté) fortement comprimé à température élevée (c'est particulièrement le cas des moteurs diesel) peut entraîner la formation de monoxyde d'azote (symbole chimique NO, enthalpie de formation +90 kJ/mol), suite à une réaction entre l'oxygène (O_2) et l'azote (N_2) de l'air aspiré. Une fois expulsé, le monoxyde d'azote présente la particularité de se transformer spontanément en dioxyde d'azote (symbole chimique NO_2), générant au passage une mutation de l'oxygène atmosphérique en ozone (symbole chimique O_3), deux gaz très toxiques pour les organismes vivants.

50

DOCUMENT 2 : Fiche technique partielle d'une voiture diesel :

Réservoir : 45 L

Consommation moyenne : 4,5 L aux 100 kms

Emission de CO_2 : 121 g / km

III. GSM 4G (CCP MP 2014 – Extrait)

Données :

- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide ou l'air : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

- permittivité diélectrique du vide ou de l'air : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} \text{ F.m}^{-1}$

- perméabilité magnétique du vide ou de l'air : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

L'énoncé de départ interdisait l'utilisation de la calculatrice.

Il ne donnait pas non plus la formule suivante : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{A})) = \overrightarrow{grad}(\text{div}(\overrightarrow{A})) - \Delta(\overrightarrow{A})$.

Les trois parties de ce problème sont indépendantes. Toutefois, la compréhension et la réalisation de la première partie permettent d'aborder plus rapidement les deux dernières parties.

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication, candidat pour la 4^e génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de

fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont visés.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct $R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et on considère un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) . On pose $\vec{OM} = \vec{r}$.

PARTIE I : PROPAGATION DANS L'AIR

A/ Propagation

- 1) Donner, en les nommant, les équations de Maxwell sous leurs formes locales dans l'air en l'absence de sources. On traitera des champs $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$ comme n'étant pas nécessairement ceux d'une Onde Plane Progressive Sinusoïdale (OPPS ou OPPH).
- 2) Etablir l'équation de propagation en champ électrique et en déduire l'expression de la vitesse de propagation de l'onde, en fonction des données de l'énoncé.
- 3) On considère à présent que le champ $\vec{E}(M, t)$ est celui d'une OPPS polarisée rectilignement parallèlement à \vec{e}_x se propageant suivant les z croissants et dont la formulation générale est donnée par l'expression complexe $\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_m e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. \vec{k} est le vecteur d'onde de norme constante k , ω est la pulsation et $\underline{\vec{E}}_m$ est une constante complexe vectorielle.
 - 3)a) Préciser et justifier l'expression de \vec{k} et la direction de $\underline{\vec{E}}_m$.
 - 3)b) Donner l'expression de $\underline{\vec{E}}(M, t)$ en fonction des coordonnées de M et en projection dans la base cartésienne associée à R .
 - 3)c) Expliciter les deux termes de l'équation de propagation en fonction de k , ω et $\underline{\vec{E}}(M, t)$.
 - 3)d) En déduire la relation de dispersion du milieu.
- 4) Dans l'hypothèse de la question précédente, expliciter le champ $\underline{\vec{B}}(M, t)$ dans la base cartésienne (x, y, z) en fonction de $\underline{\vec{E}}_m$, c , k et ω .
- 5) En notant $\underline{\vec{E}}_m = E_m e^{j\varphi}$, φ étant une constante, expliciter les champs réels $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$.

B/ Puissance et rayonnement

- 1) Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{R}(M, t)$ en fonction des champs et son interprétation physique. Quelle est sa dimension physique ?
- 2) Montrer que la valeur moyenne temporelle de la norme de $\vec{R}(M, t)$ peut s'écrire $\|\langle \vec{R}(M, t) \rangle\| = \alpha \epsilon_0 E_m^2$ pour les champs de l'OPPS définie dans la partie A/. On donnera la valeur de la constante α .
- 3) Dans le cas d'une antenne réelle, l'hypothèse de l'OPPS n'est valable que localement. On sait alors que la valeur de $\langle \vec{R} \rangle$ dépend de la distance d à l'antenne, de la puissance P_a d'alimentation et de son gain G , lequel dépend de la direction d'observation. On peut ainsi écrire : $4\pi d^2 \|\langle \vec{R}(d) \rangle\| = P_a G$. Exprimer l'amplitude E_m du champ en fonction de c , ϵ_0 , P_a , G et d .

C/ Exposition

Il est parfois nécessaire de privilégier un sens de fonctionnement de l'antenne. L'énergie rayonnée par une antenne est alors répartie de manière inégale dans l'espace et il existe des directions privilégiées, appelées « lobes de rayonnement ». Ces différentes directions peuvent être visualisées à l'aide du diagramme de rayonnement réalisé en trois dimensions. Le lobe le plus important est appelé « lobe principal ». Il est dirigé vers l'avant de l'antenne. Les lobes secondaires, moins importants, sont dirigés vers l'arrière ou sur les côtés de l'antenne.

La norme sanitaire pour ce type de rayonnement est actuellement en France $E_{max} = 61$ V/m. Elle correspond à un seuil défini sur la base des effets thermiques (échauffement) liés au champ électromagnétique. A titre de comparaison, la norme en Italie, Russie, Pologne et Chine est de $E_1 = 6$ V/m.

1. Dans le cadre d'une implantation urbaine, il se peut que certains locaux interceptent le lobe principal. En considérant dans ce cas une puissance $P_a = 50 \text{ W}$, un gain $G = 63$ et une distance $d = 100 \text{ m}$, calculer l'intensité du champ E_{m1} . Commenter le résultat.
2. Une autre possibilité d'être exposé au rayonnement d'une antenne relais concerne le lobe secondaire orienté vers le sol. Dans ce cas le gain est plus faible, mais la distance également. Calculer, pour la même puissance $P_a = 50 \text{ W}$, le champ E_{m2} dans le cas où $G = 2$ et $d = 10 \text{ m}$. Commenter le résultat.

PARTIE II : REFLEXION D'UNE OPPS PAR UN MUR DE BETON

De façon préliminaire, on considère une interface air - métal parfait dans le plan $z = 0$. L'air occupe l'espace des $z < 0$ et le métal celui des $z > 0$. L'onde incidente est une OPPS se propageant dans l'air, polarisée selon \vec{e}_x et qui arrive normalement à l'interface. On note $\underline{E}_{mi} = E_m e^{j\varphi}$ et \underline{E}_{mr} respectivement, les amplitudes complexes des champs incident et réfléchi. On note \vec{k}_i et \vec{k}_r , les vecteurs d'ondes associés respectifs. On admet que l'onde réfléchie a la même polarisation que l'onde incidente.

A/ Expressions des champs

- 1) Exprimer les champs électrique $\vec{E}_i(M,t)$ et magnétique $\vec{B}_i(M,t)$ incidents en fonction de \underline{E}_{mi} , z , ω , t et $k = \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega}{c}$.
- 2) Exprimer les champs électrique $\vec{E}_r(M,t)$ et magnétique $\vec{B}_r(M,t)$ réfléchis en fonction de \underline{E}_{mr} , z , ω , t et k .
- 3) Rappeler les propriétés d'un conducteur parfait. Que vaut le champ électromagnétique dans un conducteur parfait ?

Quelle est la relation de passage pour le champ électrique tangentiel au niveau de l'interface air-conducteur ?

En déduire la valeur du coefficient de réflexion en champ électrique : $\underline{r} = \frac{\underline{E}_{mr}}{\underline{E}_{mi}}$.

B/ Champ total et ondes stationnaires

- 1) Déterminer l'expression du champ total réel $\vec{E}_{total}(M,t)$
- 2) Quel type d'onde est-ce ?
- 3) Représenter l'amplitude de $\vec{E}_{total}(M,t)$ en fonction de la position de M pour trois valeurs différentes de t .
- 4) Localiser et nommer les points remarquables de la représentation.
- 5) Donner la distance d_m entre un minimum et un maximum adjacents en fonction de la longueur d'onde λ de l'onde.

C/ Cas du béton

On remplace à présent le métal parfait par du béton. On reprend l'ensemble du problème et des notations considérées dans les parties IIA/ et IIB/. On donne le nouveau coefficient de réflexion en champ $\underline{r} = r.e^{j\alpha}$ dans la gamme de fréquence de la bande 2 600 MHz avec $r = 0,386$ et $\alpha = 169^\circ$.

- 1) Mettre le champ total $\vec{E}_{total}(M,t)$ dans l'air sous la forme $\vec{E}_{total}(M,t) = [f(z)]\vec{E}_i(M,t)$ et exprimer $f(z)$ en fonction de r , α , z et k .
- 2) En constatant que $\|\vec{E}_{total}\| = |f(z)| \|\vec{E}_i\|$, exprimer les valeurs maximale $\|\vec{E}_{total}\|_{max}$ et minimale $\|\vec{E}_{total}\|_{min}$ de l'amplitude de $\|\vec{E}_{total}\|$ en fonction de r et E_m .
- 3) Pour le coefficient de réflexion donné ci-dessus pour le béton, calculer le rapport $\rho = \|\vec{E}_{total}\|_{max} / \|\vec{E}_{total}\|_{min}$ également appelé Rapport d'Onde Stationnaire ou ROS.
- 4) Donner la distance d_m entre un minimum et un maximum adjacents.
- 5) Pour un véhicule se déplaçant à $v = 60 \text{ km/h}$, calculer le temps qui s'écoule entre un maximum et un minimum de champ. En quoi cela peut-il affecter la communication ?

PARTIE III : TECHNOLOGIE MIMO

L'une des clés pour l'élévation du débit de la 4G réside dans la capacité des antennes à différencier les signaux en fonction de leur direction d'arrivée (ou d'envoi). Pour illustrer cette fonction, considérons le cas de deux OPPS de même amplitude E_m , mais de phases à l'origine différentes.

En associant cette origine à la première onde, on a $\underline{E}_{m1} = E_m \neq E_m e^{j\varphi} = \underline{E}_{m2}$. Elles utilisent le même canal et donc la même pulsation ω . Elles ont la même polarisation rectiligne \vec{e}_x . Les directions d'arrivée en un point quelconque de l'espace sont $\vec{k}_1 = k(\sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z)$ et $\vec{k}_2 = k(-\sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z)$.

A/ Champs électriques

- 1) En vous appuyant sur un schéma clair, représentez dans le repère cartésien les vecteurs \vec{k}_1 et \vec{k}_2 , ainsi que les champs associés \vec{E}_1 , \vec{B}_1 et \vec{E}_2 , \vec{B}_2 en respectant la vraisemblance liée à la structure des OPPS.
- 2) Exprimer les composantes $\underline{E}_{1x}(M,t)$ et $\underline{E}_{2x}(M,t)$ respectivement des champs $\vec{E}_1(M,t)$ et $\vec{E}_2(M,t)$ selon la direction \vec{e}_x en fonction de E_m , φ , ω , t , k , z , y et θ .

B/ Détection MIMO

- 1) On dispose deux antennes de réception en mesure de détecter le champ électrique aux points $P(x_P = 0, y_P = -\frac{\lambda}{4}, z_P = 0)$ et $Q(x_Q = 0, y_Q = +\frac{\lambda}{4}, z_Q = 0)$. Exprimer les composantes $\underline{E}_{1x}(P,t)$, $\underline{E}_{1x}(Q,t)$, $\underline{E}_{2x}(P,t)$ et $\underline{E}_{2x}(Q,t)$ des champs en fonction de E_m , φ , ω , t et θ , puis exprimer les champs totaux $\vec{E}_{total}(P,t)$ et $\vec{E}_{total}(Q,t)$ en fonction de ces mêmes paramètres.
- 2) On introduit le paramètre réel et variable ϕ . Grâce à un calculateur numérique, on peut estimer la quantité $\vec{E}(t, \phi) = \vec{E}_{total}(P,t) + e^{j\phi} \vec{E}_{total}(Q,t)$ pour diverses valeurs de ϕ .
Montrer que les contributions issues des champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 font apparaître respectivement les facteurs $f_1(\phi) = 1 + e^{j(\phi - \pi \sin\theta)}$ et $f_2(\phi) = 1 + e^{j(\phi + \pi \sin\theta)}$.
- 3) Proposer deux valeurs particulières ϕ_1 et ϕ_2 respectivement telles qu'après calcul de \vec{E} :
 - on annule la contribution de \vec{E}_2 dans $\vec{E}(t, \phi)$,
 - on annule la contribution de \vec{E}_1 dans $\vec{E}(t, \phi)$.
- 4) On peut donc conclure que, si les directions d'arrivée sont connues et que l'on dispose d'une capacité de calcul suffisante, on peut séparer les deux signaux.
Commenter l'intérêt de ce traitement dans le contexte du sujet.