

A. PREMIERE PARTIE – ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE (CCP PSI 17 – Extrait)

Ce type d'actionneur qui s'affranchit de tout dispositif de transmission mécanique classique est utilisé en robotique. Il est aussi particulièrement bien adapté aux trains à sustentation magnétique comme le SCMaglev japonais (figure 1) qui peut atteindre des vitesses de l'ordre de 600 km/h.



Figure 1 - SCMaglev

I.1 - Multi-pôle magnétique

On considère (figure 2) un circuit magnétique composé de deux plaques de fer supposées infinies et distantes d'un entrefer e . Des conducteurs électriques, de diamètre négligeable, parcourus par des courants d'intensité I sont placés à l'interface fer-air de la plaque inférieure. Ils sont distants d'une longueur L . Deux conducteurs voisins sont parcourus par des courants opposés comme le montre le sens des flèches sur la figure 2.

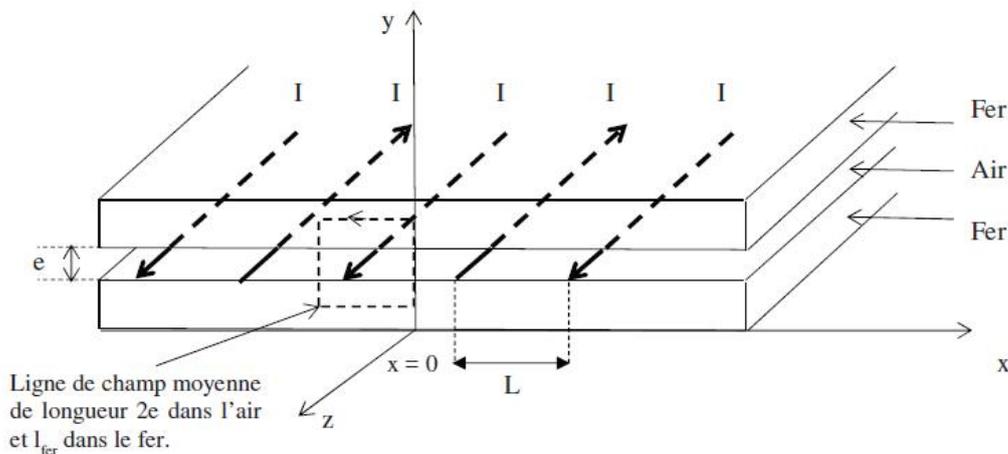


Figure 2 - Circuit magnétique

Le module du champ magnétique n'est pas tout à fait uniforme dans l'actionneur. Son intensité moyenne peut être déterminée par application des théorèmes de l'électromagnétisme sur une ligne de champ particulière appelée : ligne de champ moyenne. Cette ligne de champ moyenne est représentée en pointillés sur la figure 2.

D'un point de vue magnétique, le fer sera assimilé à un matériau magnétique doux de perméabilité relative μ_r . L'air sera assimilé au vide de perméabilité magnétique μ_0 .

De façon générale, on note \vec{H} , le champ d'excitation magnétique.

On notera respectivement \vec{H}_{air} et \vec{H}_{fer} les champs d'excitation magnétique dans l'air et dans le fer, \vec{B}_{air} et \vec{B}_{fer} les champs magnétiques dans l'air et dans le fer.

Q1. Préciser les unités de μ_0 et de μ_r , ainsi qu'un ordre de grandeur de μ_r pour le fer.

- Q2. Par une analyse des invariances, déterminer de quelle(s) variable(s) de l'espace dépendent les champs \vec{B} et \vec{H} .
- Q3. Ecrire, dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique.
On considère la ligne de champ moyenne, de longueur $2e$ dans l'air et l_{fer} dans le fer, figure 2. Déterminer, en considérant H_{air} et H_{fer} comme uniforme, l'équation liant H_{air} , H_{fer} , e , l_{fer} et I .
- Q4. On a représenté sur la figure 3 un tube de champ magnétique traversant l'entrefer.

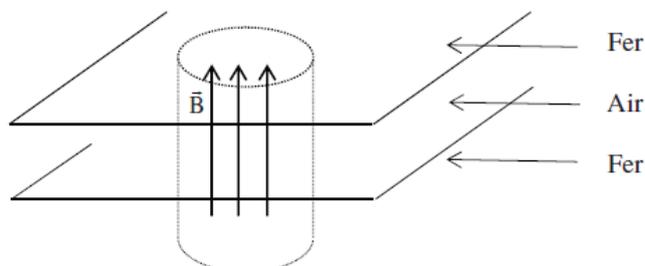


Figure 3 - Tube de champ magnétique

Quelle propriété de \vec{B} permet d'affirmer que $B_{\text{fer}} = B_{\text{air}}$?
Ecrire l'équation de Maxwell qui traduit cette propriété.

Dans la suite du problème, cette valeur commune sera notée B .

- Q5. Rappeler les équations liant d'une part H_{air} et B , puis d'autre part H_{fer} et B .
En remarquant que $\frac{l_{\text{fer}}}{\mu_r} \ll e$, déterminer l'expression de B en fonction de e , I et de μ_0 .
Dans ce type de moteur, a-t-on intérêt à avoir un entrefer large ou réduit ?
- Q6. Dans l'entrefer, on a $\vec{B} = B(x)\vec{e}_y$. Tracer l'allure de la fonction $B(x)$.

I.2 - Multi-pôle magnétique sinusoïdal

La répartition du courant à l'interface inférieure air-fer, n'est pas constituée, par pôle, d'un seul conducteur aller et d'un seul conducteur retour, espacés d'une longueur L , mais d'un ensemble de deux groupements de trois conducteurs aller et de trois conducteurs retour centrés sur les abscisses $x = -L/2$ et $x = L/2$, comme le montre la figure 4. Les trois conducteurs d'un même groupement sont équidistants de $\Delta L < L/4$.

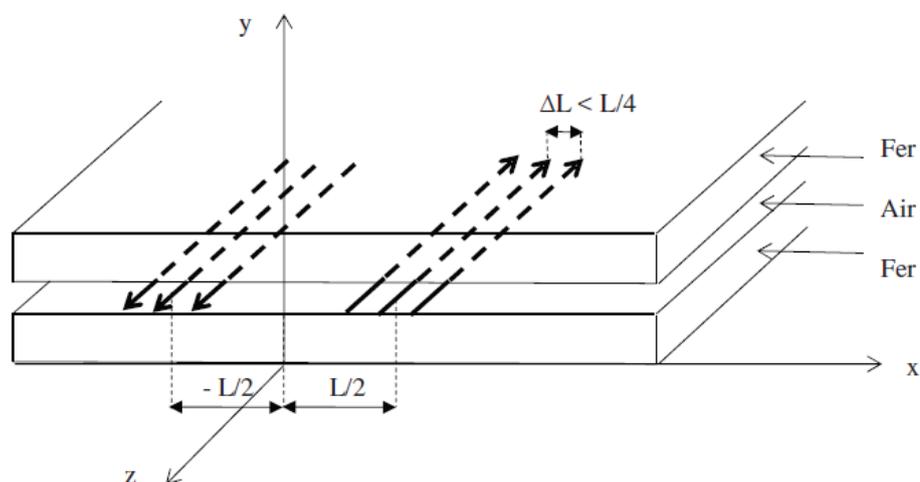


Figure 4 - Multi-pôle magnétique quasi-sinusoïdal

Q7. Tracer, dans ce cas, l'allure graphique de la fonction $B(x)$.

Dans toute la suite du problème, on admettra qu'en choisissant bien le nombre et la répartition des conducteurs aller et retour, le champ magnétique dans l'entrefer est de la forme $\vec{B} = KI \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y$ où K est une constante positive.

I.3 - Onde magnétique plane progressive sinusoïdale

On considère maintenant la superposition de deux multi-pôles magnétiques sinusoïdaux décalés spatialement d'une distance de $L/2$.

Ils sont respectivement alimentés par des courants sinusoïdaux, de même amplitude I_s et de même pulsation ω_s , en quadrature de phase, de sorte que $i_1(t) = I_s \cos(\omega_s t)$ et $i_2(t) = I_s \sin(\omega_s t)$.

Le premier multi-pôle crée ainsi dans l'entrefer un champ magnétique $\vec{B}_1 = Ki_1(t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \vec{e}_y$, alors que le second crée un champ magnétique $\vec{B}_2 = Ki_2(t) \cos\left(\frac{\pi(x-L/2)}{L}\right) \vec{e}_y$.

Q8. Déterminer en fonction de K , I_s , L et ω_s , l'expression du champ magnétique créé par cette double répartition du courant dans l'entrefer. Dans quel sens et à quelle vitesse, notée \vec{V}_s , se propage cette onde magnétique ?

Q9. Que faut-il faire pour inverser le sens de propagation de cette onde magnétique ?
Application numérique : dans le cadre d'une application au train à sustentation magnétique, déterminer la valeur de la distance inter-polaire L permettant d'obtenir une vitesse $v_s = 500$ km/h avec une alimentation à la fréquence $f_s = 100$ Hz.

I.4 - Actionneur linéaire synchrone

L'actionneur linéaire synchrone (figure 5) est constitué :

- d'une partie statique, analogue à celle étudiée précédemment, qui crée une onde magnétique sinusoïdale progressive $\vec{B}(x,t) = B_0 \cos(\omega_s t - kx) \vec{e}_y$;
- d'une partie mobile assimilable :
 - d'un point de vue électrique, à une spire rectangulaire orientée, parcourue par un courant électrique permanent I , imposé par un dispositif extérieur. Elle a pour longueur $L = 2a$ suivant l'axe des x et pour largeur $2b$ suivant l'axe des z ,
 - d'un point de vue magnétique, à un dipôle de moment $\vec{M} = 2LbI \vec{e}_y$.

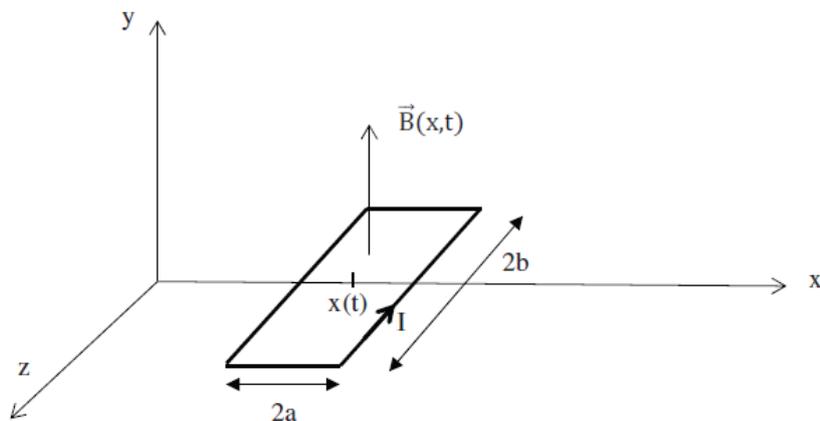


Figure 5 - Actionneur linéaire synchrone

Cette spire est en mouvement supposé rectiligne et considéré comme uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. On note x_0 la position initiale du centre de la spire qui a donc pour abscisse, à la date t , $x(t) = x_0 + vt$.

Q10. La force qui s'exerce sur la spire, à la date t , est de la forme $\vec{F}(t) = F_x(t)\vec{e}_x$. On admettra que :

$$F_x(t) = \left(\vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right)_{\text{centre du dipôle}}.$$

Exprimer $F_x(t)$ en fonction de b , L , I , B_0 , ω_s , k , v , x_0 et t .

Q 11. A cause de l'inertie importante du système, la spire ne répond qu'à la valeur moyenne de $\vec{F}(t)$.

A quelle condition le moteur fonctionnera-t-il ? Que vaut alors la force ?

Exprimer en fonction de k la valeur de x_0 pour laquelle la composante F_x de cette force est maximale.

B. DEUXIEME PARTIE – MOTORISATION DE LA FOREUSE DU ROBOT PHILAE (Mines-Ponts PSI 2017 – extrait)

Le robot Philae avait notamment pour mission de forer le sol de la comète sur une profondeur de 40 cm. Il n'a pu réaliser pleinement cette partie de sa mission car le site sur lequel il s'est finalement posé après trois rebonds était trop incliné. Il a cependant pu faire de très nombreuses mesures dont l'analyse permettra de mieux comprendre la formation du système solaire. Dans cette partie nous allons étudier les caractéristiques techniques du moteur de sa foreuse. Il s'agit d'un moteur synchrone associé à un onduleur de tension. Cette structure permet de concevoir un dispositif robuste de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant ici nécessaires. Afin de simplifier l'étude, les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer de ce moteur synchrone seront négligées. Finalement, le moteur sera assimilé à une machine synchrone diphasée dont les deux enroulements statoriques sont identiques.

III.A. — Essais préalables

L'inducteur du moteur synchrone de la foreuse de Philae est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de $0,03 \Omega$.

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est $I_N = 155 \text{ A}$. Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale $I_M = 185 \text{ A}$.

La machine est étudiée en convention récepteur.

Le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 3. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation $\omega = 2\pi f$. Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

- Essai n°1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de 57 V .

Cet essai correspond à des intensités nulles dans les bobinages statoriques.

- Essai n°2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ pour lequel $\psi = 0$, $I = I_M = 185 \text{ A}$, et $V = 72 \text{ V}$.

Q 16 — On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant p paires de pôles s'écrit $\omega = p\Omega$, où Ω désigne la vitesse de rotation du rotor en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Après avoir justifié cette relation, déterminer la fréquence des tensions statoriques quand $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

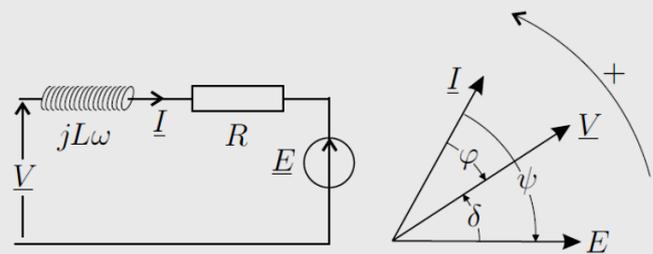


FIG. 3 – Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur.

□ 17 — Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n°2. La résistance R n'étant pas négligée, en déduire la valeur de L .

□ 18 — La valeur efficace de la force contre-électromotrice E a pour expression $E = \Phi_0 \omega$. Quelle est l'unité de la constante Φ_0 ? Que représente-t-elle? De quels paramètres de la machine dépend-elle? Montrer que $E = A\Omega$, où A est une constante dont on précisera l'expression et la valeur numérique.

Dans toute la suite on négligera la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

□ 19 — Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$. En déduire une relation entre V , E , φ et ψ .

□ 20 — Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur P_a en fonction de V , I et φ puis en fonction de E , I et ψ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance électrique P_a et la puissance mécanique électromagnétique P_m reçue par le rotor?

□ 21 — Exprimer le couple électromagnétique C développé par le moteur en fonction de A , I et ψ . Pour une intensité efficace I donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine? De quelle unique variable le couple dépend-il alors? A quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser?

□ 22 — On se placera sur un point de fonctionnement à $\psi = 0$, $I = I_N$, et $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Que vaut le moment du couple C développé par le moteur? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes \underline{E} , \underline{V} , \underline{I} . En déduire les expressions de V et φ . Calculer leurs valeurs numériques correspondantes.

III.B. — Etude simplifiée de la logique de commande MLI

Le moteur est alimenté par un onduleur à commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion). Nous simplifierons l'étude de l'onduleur par le schéma monophasé de la partie gauche de la figure 4.

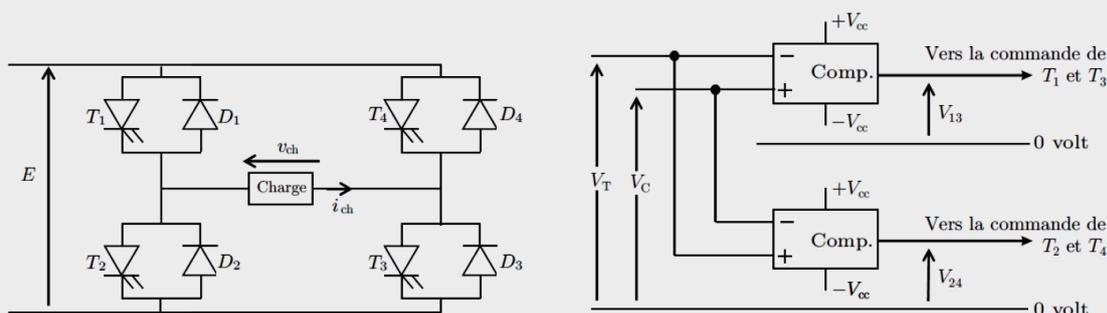


FIG. 4 — Schéma de l'onduleur (à gauche) et de son circuit de commande (à droite)

Les deux comparateurs à base d'ALI supposés idéaux sont alimentés entre $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$. La tension de sortie de ces deux comparateurs commute entre $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$. Lorsque la tension de sortie d'un comparateur est au niveau $+V_{cc}$, les interrupteurs associés sont commandés à la fermeture; quand cette tension est au niveau $-V_{cc}$, les interrupteurs associés sont commandés à l'ouverture. Les tensions V_T et V_C sont définies sur la partie droite de la figure 4 représentant le circuit de commande de l'onduleur. Leurs chronogrammes sont représentés sur la figure 5.

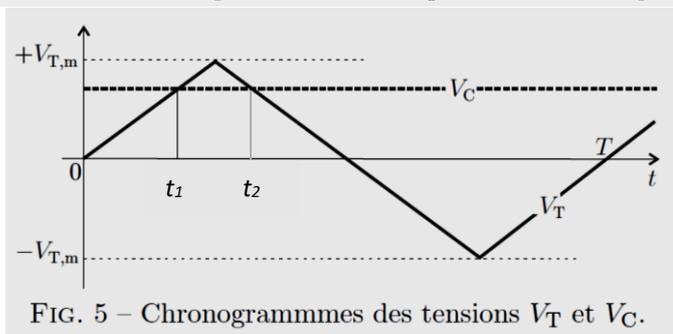


FIG. 5 — Chronogrammes des tensions V_T et V_C .

□ 23 — Reproduire la figure 5 et représenter en dessous, en faisant correspondre les temps, les graphes de V_{13} et V_{24} . Calculer les dates t_1 et t_2 , ainsi que l'intervalle $t_2 - t_1$ en fonction de T , V_C et $V_{T,m}$.

- 24 – Tracer $v_{ch}(t)$. Déterminer le rapport cyclique α correspondant puis la valeur moyenne de $v_{ch}(t)$ en fonction de α et E . Le signal $v_{ch}(t)$ est-il alternatif ?

La commande réelle permet d'alimenter le moteur avec une tension dont la forme est représentée sur la figure 6 (page 3) ; les angles $\alpha_i = 1...6$, compris entre 0 et $\pi/2$, sont fixés. Les angles suivants s'en déduisent par symétrie.

- 25 – Calculer la valeur moyenne de la nouvelle tension $v_{ch}(t)$ ainsi que sa valeur efficace en fonction de E et des angles $\alpha_i = 1...6$.

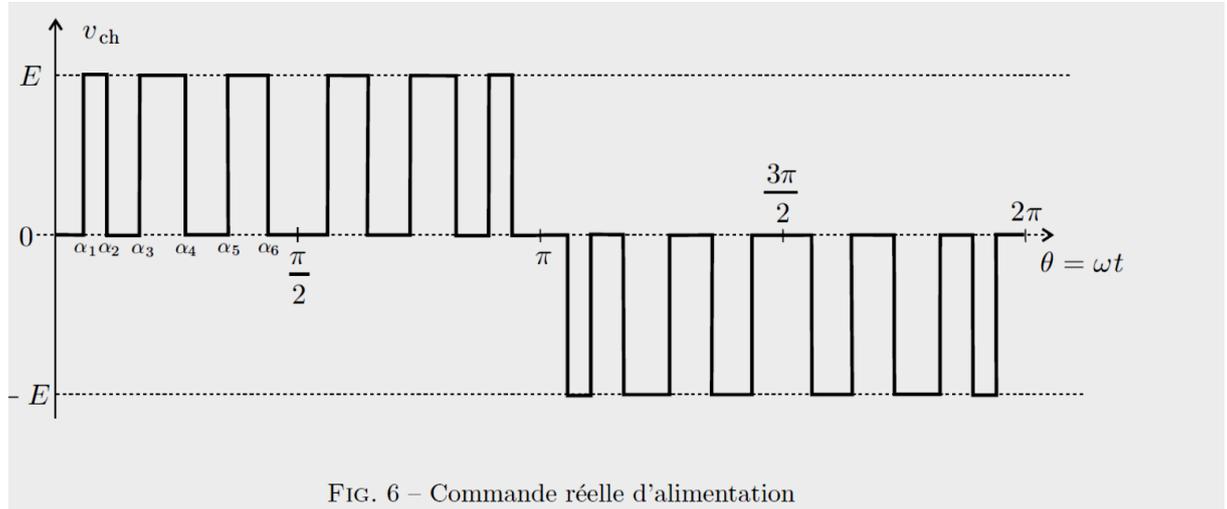


FIG. 6 – Commande réelle d'alimentation

- 26 – Pour la fonction $v_{ch}(t)$ de la question 24 avec un rapport cyclique de $\frac{1}{2}$, que nous noterons désormais v_{ch1} , le développement en série de Fourier s'écrit :

$$v_{ch1}(t) = \frac{4E}{\pi}(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{9} \sin(9\omega t) + \dots).$$

Pour la fonction $v_{ch}(t)$ de la question 25 que nous noterons désormais v_{ch2} , un choix convenable des $\alpha_i = 1...6$ permet d'obtenir le développement en série de Fourier suivant :

$$v_{ch2}(t) = \frac{4E}{\pi}(0,8 \sin(\omega t) - \frac{2}{13} \sin(13\omega t) - \frac{2,61}{15} \sin(15\omega t) + \dots).$$

Dans les deux cas, les...correspondent à des harmoniques d'ordre supérieur.

Commenter les formes de ces signaux.

Que pensez-vous de l'idée d'intercaler un filtre (de quel type ?) entre l'onduleur et le moteur dans chacun des deux cas ?

III.C. — Etude d'une commande MLI numérique, précalculée

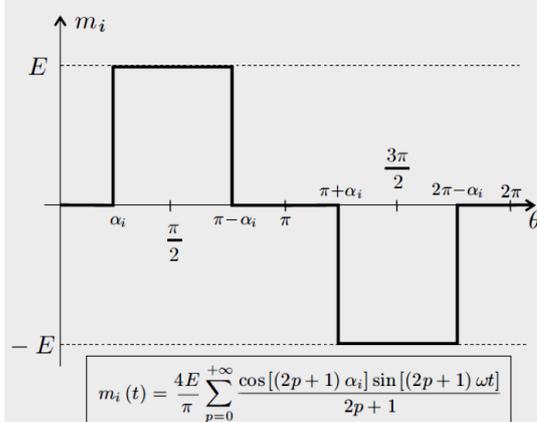


FIG. 7 – Signal de base.

Pour chaque angle $\alpha_i = 1...6$ prédéterminé par un calculateur, on fabrique un signal de base noté $m_i(t)$ dont le chronogramme et la décomposition de Fourier sont donnés sur la figure 7. Ces signaux de base permettent de reconstruire la tension d'alimentation du moteur.

- 27 — Représenter sur un même graphe les signaux m_1 et m_2 en fonction de θ puis en déduire le graphe de $m_1 - m_2$ en fonction de θ . En déduire l'expression de la tension $v_{ch}(t)$ de la figure 6 en fonction des signaux de base $m_{i=1,...,6}(t)$.

- 28 — Déterminer la relation que doivent vérifier les angles α_i afin que l'on puisse éliminer l'harmonique d'ordre 5 dans le spectre de v_{ch} .

C. TROISIEME PARTIE – ELECTROFILTRE (CENTRALE PSI 17 – extrait)

Les poussières, petites particules en suspension dans l'air, sont des polluants fréquemment présents dans les fumées industrielles. Leur émission est soumise à une réglementation toujours plus stricte qui oblige les industriels à équiper leurs installations de dispositifs de dépoussiérage. Les électrofiltres peuvent jouer ce rôle dans des installations aussi variées que les centrales thermiques, les cimenteries, les incinérateurs, les aciéries ou encore les verreries.

Un électrofiltre est essentiellement constitué de deux électrodes entre lesquelles on applique une forte tension électrique. L'une d'elles, appelée collectrice, est mise à la terre alors que l'autre, nommée émettrice, est portée à un potentiel négatif $-U$ provoquant l'ionisation du gaz à son voisinage. Les anions ainsi produits se déplacent vers la collectrice, correspondant au passage d'un courant au travers du gaz. En chemin, certains de ces anions se fixent sur les grains de poussière qui acquièrent ainsi une charge négative. Ces particules polluantes sont alors attirées par la collectrice et s'y fixent en formant un dépôt qu'on élimine en ébranlant l'électrode à coups de marteau (électrofiltre sec) ou en la rinçant par un liquide (électrofiltre humide). Le résidu est récupéré dans des trémies, puis évacué.

III Alimentation électrique d'un électrofiltre

L'alimentation électrique d'un électrofiltre détermine en partie son efficacité. Il convient de maintenir la tension entre les électrodes aussi haute que possible tout en contrôlant l'apparition d'arcs électriques néfastes. On utilise dans ce but une installation alimentée par le réseau (EDF par exemple), formée d'une armoire de régulation, d'un transformateur et d'un redresseur haute tension (figure 6).

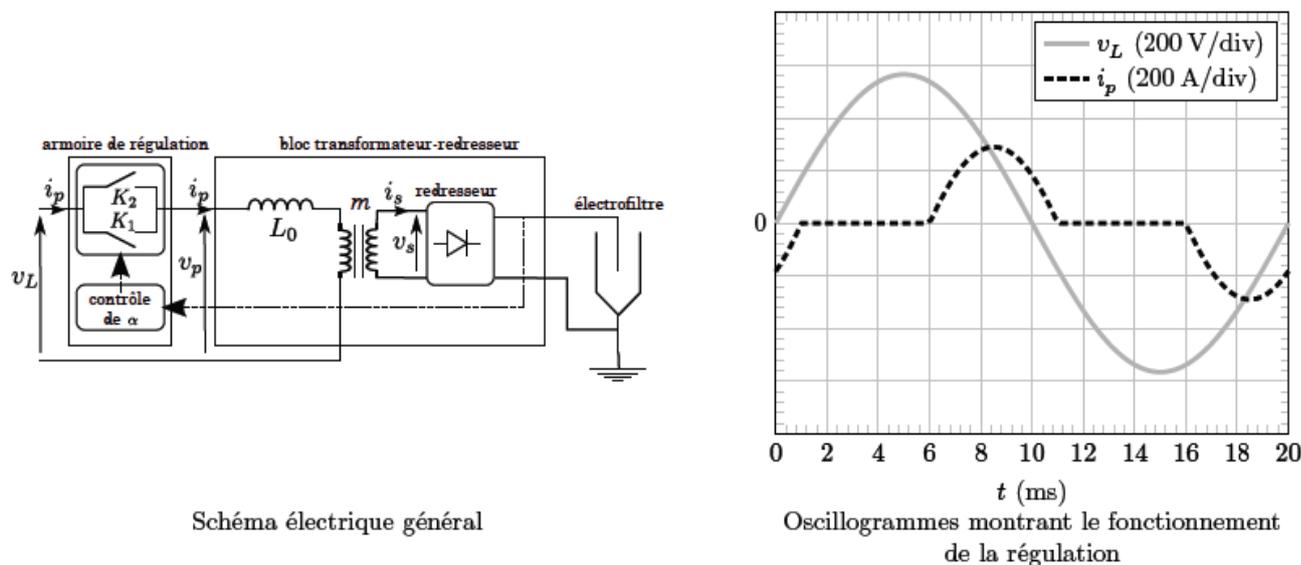


Figure 6

III.A – Armoire de régulation

L'armoire de régulation comporte des commutateurs K_1 et K_2 assimilables à des interrupteurs idéaux et qui permettent de piloter la puissance transférée du réseau EDF vers l'électrofiltre. La partie droite de la figure 6 montre l'évolution de la tension de réseau v_L et de l'intensité i_p sur une période ($T = 20$ ms). Le fonctionnement met en jeu un rapport cyclique α , toujours inférieur à $1/2$ et ici fixé à $0,3$.

- L'interrupteur K_1 , qui se trouve ouvert à $t = 0$, est fermé à $t = \alpha T$ durant une phase où $v_L > v_p$. Il reste fermé quelques instants, puis s'ouvre spontanément dès que i_p s'annule et demeure ouvert jusqu'à la période suivante.
- L'interrupteur K_2 , qui se trouve ouvert à $t = T/2$, est fermé à $t = T/2 + \alpha T$, durant une phase où $v_L < v_p$. Il reste fermé quelques instants, puis s'ouvre spontanément dès que i_p s'annule et demeure ouvert jusqu'à la période suivante.

III.A.1) Dans quel interrupteur le courant circule-t-il pour $t \in [6 \text{ ms}, 11 \text{ ms}]$ et pour $t \in [16 \text{ ms}, 21 \text{ ms}]$?

III.A.2) Les interrupteurs K_1 et K_2 fonctionnent de manière symétrique et on se concentre sur K_1 . Représenter schématiquement sur une caractéristique, sans s'attarder sur les valeurs numériques, les points de fonctionnement mis en jeu pour cet interrupteur en convention récepteur. Préciser par un schéma l'orientation de l'intensité i_{K_1} et la tension u_{K_1} .

On pourra réaliser un tableau récapitulatif incluant les différents intervalles de temps sur une période, les états des interrupteurs, les signes de i_p et les relations entre v_p et v_L .

III.A.3) Rappeler les caractéristiques courant-tension idéales d'une diode et d'un transistor utilisés en régime de commutation, en précisant à nouveau les orientations par des schémas. L'un de ces deux composants peut-il être utilisé pour K_1 et K_2 ? Justifier.

III.B – Le transformateur

Le transformateur, de rapport de transformation m , est supposé idéal. On néglige en particulier le courant de magnétisation. Il est précédé d'une bobine de protection d'auto-inductance L_0 immergée dans la même cuve d'huile. La plaque signalétique de l'installation comporte les informations suivantes, issues d'essais en régime sinusoïdal forcé de fréquence 50 Hz :

- tension efficace nominale d'alimentation du circuit primaire $V_{pne} = 400$ V,
- intensité efficace nominale du circuit secondaire $I_{sne} = 1400$ mA,
- amplitude nominale de la tension au secondaire $V_{sn} = 90$ kV, valeur obtenue en circuit secondaire ouvert et sous la tension primaire nominale.

On précise que, dans ces essais, le transformateur est déconnecté du reste de l'installation et que la tension v_p est appliquée à l'ensemble formé de L_0 et du circuit primaire, comme sur la figure 6.

III.B.1) Que vaut le rapport de transformation m ? En déduire l'intensité nominale efficace au primaire I_{pne} .

III.B.2) L'inductance de protection est caractérisée par un nombre sans dimension r_{cc} exprimé en pourcent et défini comme suit. Lorsque le secondaire est en court-circuit, il faut appliquer au primaire une tension v_p de valeur efficace V_{pcc} pour y faire passer un courant d'intensité efficace égale à sa valeur nominale I_{pne} . On pose $r_{cc} = V_{pcc}/V_{pne}$.

Justifier que $L_0 = \frac{r_{cc} V_{pne}}{\omega I_{pne}}$.

III.B.3) L'inductance de protection L_0 trouve son utilité en cas d'apparition d'arcs électriques dans l'électrofiltre, qui provoquent des surintensités dommageables. On représente cette situation par un court-circuit du secondaire alors que v_p est maintenu à la tension d'alimentation nominale. Quelle valeur convient-il de donner à r_{cc} pour que l'intensité dans le primaire ne dépasse pas 3 fois sa valeur nominale ? Calculer numériquement L_0 .

III.C – Le redresseur

III.C.1) Le redressement double alternance est réalisé au moyen d'un pont de diodes au silicium. Représenter par un schéma la structure de ce dispositif. Faire apparaître clairement les points où s'applique la tension v_s fournie par le transformateur, de même que les bornes où il convient de brancher l'électrode émettrice et l'électrode réceptrice, dont la polarité a été indiquée au début du problème.

III.C.2) Durant les phases où l'intensité i_p est non nulle, les électrodes se chargent comme les plaques d'un condensateur, puis se déchargent partiellement lorsque cette intensité disparaît. *Qualitativement*, si α augmente tout en restant inférieur à 1/2, dans quel sens la tension moyenne U aux bornes de l'électrofiltre évolue-t-elle ? Si les arcs électriques sont trop nombreux, convient-il d'augmenter ou d'abaisser la valeur de α ?