

CENTRALE PSI 2016.

①

- NB :
- α repère la position du rotor (θ du cours)
 - θ repère la position d'un point M de l'espace (γ du cours).

A. ① $\underline{B_r = \mu_0 (\vec{H}_r + \vec{H}'_r)}$

② Les expressions sont données pour $a - e < r < a$ et $e \ll a$ donc $r \approx a$ donc

$1 + (\frac{a}{r})^2 \approx 2$ et $1 - (\frac{a}{r})^2 \approx 0$ soit pour un point de l'entrefer, le champ rotorique :

$$\begin{cases} B_r(\theta) = (1 - \frac{e}{a})^2 J \cos(\theta - \alpha) \\ B_\theta = 0. \end{cases}$$

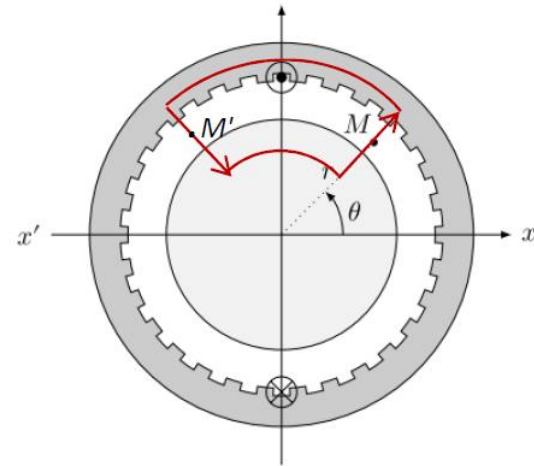
Si l'on utilise aussi $\frac{e}{a} \ll 1$ on peut simplifier de nouveau : $\underline{\vec{B}_{rotor} = J \cos(\theta - \alpha) \vec{e}_r}$

③ Ω est constante donc $\dot{\alpha} = \Omega = d\alpha/dt$
et $\alpha = \Omega t + \alpha_0 = \Omega t$

D'où $\underline{\vec{B}_{rotor} = J \cos(\theta - \Omega t) \vec{e}_r}$

Pour $\theta = \pi/2$, $\underline{\vec{B}_{rotor} = J \sin(\Omega t) \vec{e}_r}$. ②

B. ① Considérons la ligne de champ du schéma ci-dessous :



1 * $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{e} = +i_1$

2 * M est dans l'entrefer

M' est dans l'entrefer avec $\theta_{M'} = \pi - \theta$.

3 * le plan vertical est plan de symétrie du système et M et M' sont symétriques par rapport à ce plan ; on peut donc considérer que $\underline{\vec{H}(M') = \text{opposé du symétrique de } \vec{H}(M)}$.

Si on considère l'aimantation très

grande dans les aimants permanents, (3)

et comme $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{H}_1)$, on peut considérer que $H \ll H_1$ hors de l'entrefer.

* De plus, dans l'entrefer $B_e = \mu_0 H_e$ et par conservation de flux, $B_e \approx B_{\text{rotor stator}}$.

donc $H_e \gg H$ hors de l'entrefer

Il reste alors $\oint_{\pi} \vec{H} \cdot d\vec{e} = H(\pi)(-e) + H(\pi)(e)$

avec $H(\pi') = -H(\pi)$,

$\oint_{\pi} \vec{H} \cdot d\vec{e} = 2H(\pi)e = i_1$ et $B(\pi) = \mu_0 H(\pi)$
soit $B(\pi) = \frac{\mu_0 i_1}{2e}$ et ceci pour

tout point π situé du côté droit du plan de la spire.

D'où $\vec{B} = \frac{\mu_0 i_1}{2e} \vec{u}_r$ pour $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

et $\vec{B} = -\frac{\mu_0 i_1}{2e} \vec{u}_r$ sinon.

(2) * L'intervalle de θ de la figure 6 doit correspondre à 2π

* de champ sera maximum (resp. mi-minimum) pour $\theta = 0$ (resp. $\theta = \pi$) (4)

Il sera nul pour $-\pi/2$ et $\pi/2$.

* On compte 15 marches montantes (sur $]-\pi/2, -\pi/6[$ et $]\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}[$) et 15 marches descendantes (sur $]\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}[$). Il y a donc 15 paires d'encoches décalées

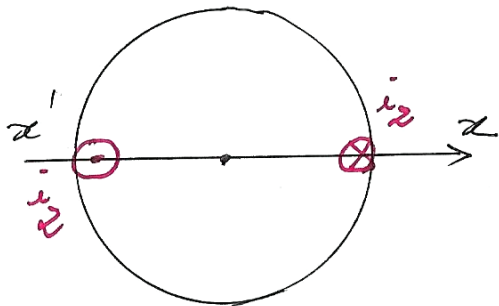
de $2\pi/45$ (ne pas oublier de compter les plateaux)

B: On compte bien 30 encoches soit 15 paires sur la figure 5...

* Quand on somme les champs produits par 2 encoches successives, on somme les mêmes fonctions créneaux mais décalées de $\pi/15$. De proche en proche la superposition des champs permettra la création des "escaliers". Les plateaux correspondent aux intervalles de θ où les B_i valent tous $\frac{\mu_0 i_1}{2e}$ ou $-\frac{\mu_0 i_1}{2e}$.

(3) K_s dépend de la géométrie - de l'entrefer notamment - de la machine, du nombre d'encoches et de leur répartition.

④ quadrature retard: $i_2 = I \cos(\omega_s t + \beta_s - \frac{\pi}{2})$ ⑤
 D'où $B_{S_2} = \mu_0 I \sin(\omega_s t + \beta_s) \sin \theta$;
 en effet le décalage de $\frac{\pi}{2}$ spatial donne
 la configuration:



Et $B_{S_2} > 0$ pour
 $\theta \in]0, \pi[$

⑤ $\vec{B}_S = \vec{B}_{S_1} + \vec{B}_{S_2} = (B_{S_1} + B_{S_2}) \vec{e}_r$

et $B_S = \mu_0 I \left[\cos(\omega_s t + \beta_s) \cos \theta + \sin(\omega_s t + \beta_s) \sin \theta \right]$

$B_S = \mu_0 I \cos[\omega_s t + \beta_s + \theta]$

de champ tourne à la vitesse angulaire ω_s
 suivant les θ croissants. Il a une amplitude
 $\mu_0 I$.

C. ① $\frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r}$; si $\mu_r \rightarrow \infty$, $\epsilon_{\text{vol}} \rightarrow 0$.

② $\Sigma = \int_{\text{entrefa}} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau \approx e a l \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\mu_0} (B_s + B_r)^2 d\theta$ ⑥

car $d\tau \approx dz \cdot a d\theta \cdot dr$ et B_s et B_r ne sont
 fonctions que de θ (géométriquement).

Les intégrales sur B_s^2 et B_r^2 valent
 respectivement $\frac{V}{4\mu_0} \mu_0^2 I^2$ et $\frac{V}{4\mu_0} J^2$. La 3^{ème}

vaut: $\int_0^{2\pi} 2J \cos(\theta - \Omega t) \mu_0 I \cos(\omega_s t + \beta_s - \theta) d\theta$
 $= \frac{V}{2\mu_0} J \mu_0 I \cos[(\omega_s - \Omega)t + \beta_s]$

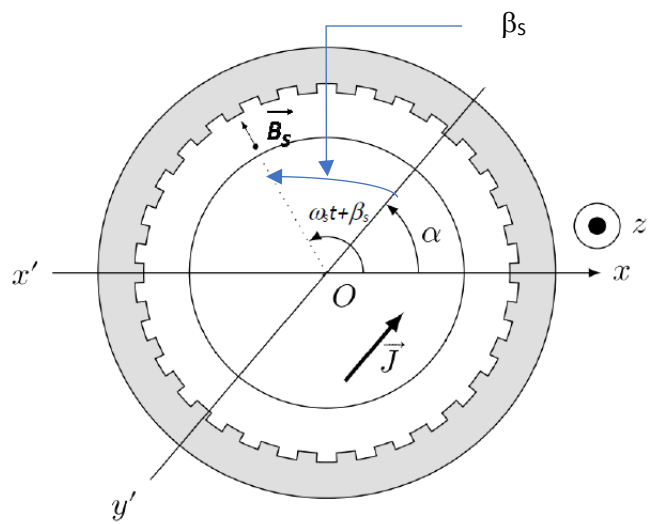
D. ① $\Gamma = \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial x} \right)_I$, où $x = \Omega t$ (cf. H.)

soit $\Gamma = \frac{V}{2\mu_0} J \mu_0 I \sin[(\omega_s - \Omega)t + \beta_s]$

② • $\omega_s = \Omega$ pour ne pas avoir $\langle \Gamma \rangle = 0$.

• $\beta_s \in]0, \pi[$ pour avoir $\langle \Gamma \rangle > 0$

alors $\Gamma = \frac{V}{2\mu_0} J \mu_0 I \sin \beta_s$



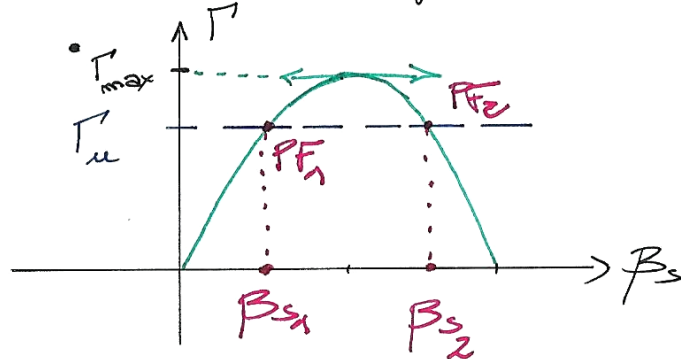
(7)

Toujours en PF_2 , si $\alpha \downarrow \Rightarrow B_s \uparrow$,
 $\Gamma \downarrow$ et le rotor décélère encore plus.

PF_2 est instable.

On remarque de même que PF_1 est stable.

(3) • On veut $\langle \Gamma \rangle$ le + grand possible à I donné. Donc il faut que B_s soit le + proche possible de $\pi/2$.



En PF_2 , si le rotor accélère, alors B_s diminue (cf. schéma du haut de page) donc Γ augmente et le rotor accélère encore.

