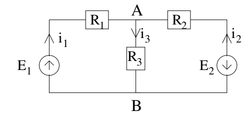
I Comparaison de différentes méthodes

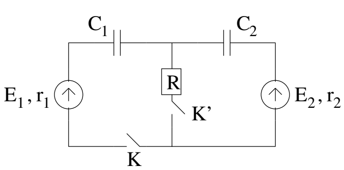


Calculer $U = V_A - V_B$, i_1, i_2 et i_3 en utilisant la méthode de votre choix.
On prendra : $E_1 = 10\ V$; $E_2 = 40\ V$; $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = R_3 = 10\ \Omega$.

Plusieurs méthode

- en utilisant le i_1, i_2 et i_3. 3 équations (2 lois de A). Une fois le sy $U = R_3 i_3$. C'e fastidieux mais ça marche toujours !
- en jonglant avec le de simplifier le circuit pour obtenir la tension U avec un minimum de calcul i_1 à i_3 en revenant au circuit de dé
- en utilisant la loi de A) ex *théorème de Millman*). En prenant la référence de B, on a $i_3 = \dfrac{V_A - V_B}{R_3} = \dfrac{U}{R_3}$; $i_1 = \dfrac{E_1 - U}{R_1}$; $i_2 = \dfrac{-E_2 - U}{R_2}$. Ainsi $i_3 = i_1 + i_2$ se réécrit $U\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) = \dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2}$. On obtient ainsi la tension U, puis le i_1 à i_3 en revenant au circuit de dé

II Charge et décharge de condensateurs



Soit le circuit ci-contre dans lequel C_1 et C_2 sont initialement déchargées.

1. On ferme K. Donner q_1 et q_2 les charges des condensateurs *à l'équilibre*.
2. On ferme ensuite K'. Donner les nouvelles charges Q_1 et Q_2 à l'équilibre.
3. Calculer les énergies dissipées par effet Joule dans les résistances lors de la fermeture de K, puis de K'.

---

1. Bien noter qu'on ne s'intére *i.e.* une fois le régime permanent atteint. Et bien penser à refaire le schéma avec le charge i_1 ($\uparrow$ traversant r_1 vers le haut) et i_2 ($\uparrow$ traversant r_2 vers le haut). Ainsi $i_1 + i_2 = 0$ puisque K' e $\dot{q_j} = i_j$, on a en intégrant $q_1 + q_2 = cte = 0$ à tout instant (avec le

Et comme $i_1 = i_2 = 0$ en RP, on obtient par une loi de $E_1 + 0 - \dfrac{q_1^e}{C_1} + \dfrac{q_2^e}{C_2} + 0 - E_2 = 0$.

Ainsi avec $q_1^e + q_2^e = 0$, il vient $q_1^e = -q_2^e = \dfrac{C_1 C_2 (E_1 - E_2)}{C_1 + C_2}$.

2. En RP le courant traversant R e

$Q_1 = C_1 E_1$ et $Q_2 = C_2 E_2$.

3. L'idée ici e

courant

de

Lorsque K e $E_1 - E_2 = q_1\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right) + (r_1 \dot{q_1} - r_2 \dot{q_2})$.

En multipliant membre à membre par $dq_1 = i_1\ dt$, et comme $\dot{q_2} = -\dot{q_1}$, on obtient le bilan énergétique entre t et $t + dt$. Il re $t = 0$ $\big(q_1 = q_2 = 0\big)$ et $t = \infty$ $\big(q_1 = q_1^e$ et $q_2 = q_2^e = -q_1^e\big)$:

$(E_1 - E_2) q_1^e = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right) q_1^{e2} + W_J^K$ *i.e.* $\boxed{W_J^K = \dfrac{C_1 C_2 (E_1 - E_2)^2}{2(C_1 + C_2)}}$.

Et pour la fermeture de K', on peut avantageusement raisonner d'un point de vue énergétique sur l'ensemble du proce K et de K') :

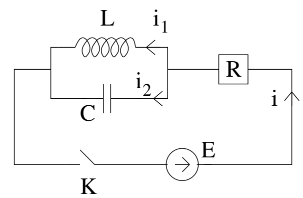
$$\textit{énergie fournie} = \textit{énergie emmagasinée} + \textit{énergie dissipée}$$

soit $\displaystyle\int E_1 i_1 dt + \int E_2 i_2 dt = E_1 Q_1 + E_2 Q_2 = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C_2} + W_J^K + W_J^{K'}$

soit finalement : $\boxed{W_J^{K'} = \dfrac{(C_1E_1 + C_2E_2)^2}{2(C_1+C_2)}}$.

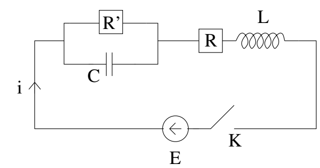
III Réponse d'un circuit à un échelon de tension

1. On considère le circuit ci-contre, et on ferme K à $t = 0$, le condensateur étant initialement déchargé. On suppose en outre que $RC = \dfrac{L}{R} = \tau$.



Établir les expressions de $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i(t)$ et $q(t)$.
Tracer l'allure des courbes $i(t)$ et $q(t)$.

2. On considère maintenant le circuit ci-contre : à $t = 0$, on ferme K, le condensateur étant initialement déchargé.

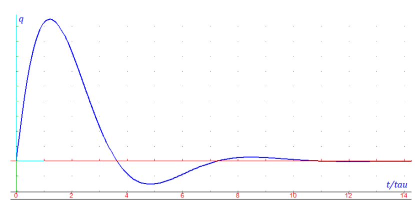


Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$, et la résoudre dans le cas d'un régime pseudo-périodique qu'on explicitera.

Dans ce ty
lière
à chaque compo

1. Ici 2 lois de

différentielle d'ordre 2 en i_1 : $\ddot{i_1} + \dfrac{\dot{i_1}}{\tau} + \dfrac{i_1}{\tau^2} = \dfrac{E}{L\tau}$ avec $\tau = RC = \dfrac{L}{R}$ comme suggéré par l'énoncé.
On remarque alors que le discriminant associé vaut $\Delta = -3/\tau^2 < 0$ avec le
pseudo-périodique.



Conditions aux limite : continuité de la charge d'un condensateur *i.e.* $q(0^+) = q(0^-) = 0$ **et** continuité du courant dans une bobine *i.e.* $i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0$. Enfin $q = LC\dot{i_1}$, soit $\boxed{q(t) = \dfrac{2EC}{\sqrt{3}} e^{-t/2\tau} \sin\left(\dfrac{t\sqrt{3}}{2\tau}\right)}$.

Le

2. Même ty

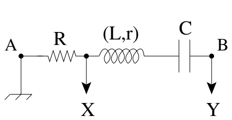
une équation différentielle en i : $LC\ddot{i} + \left(RC + \dfrac{L}{R'}\right)\dot{i} + \left(1 + \dfrac{R}{R'}\right) i = \dfrac{E}{R'}$.

Le discriminant associé e

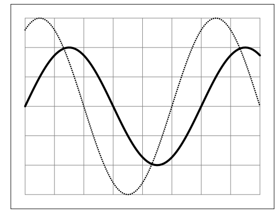
$i(0^+) = i(0^-) = 0$ **et** $L\dfrac{di}{dt}(0^+) = E$ avec la loi de

la capa. Il ne re

IV Étude expérimentale d'un dipôle RLC série



On monte en série un conducteur ohmique ($R = 10\ \Omega$), une bobine ($L = 0,1\ H$ et résistance r inconnue) et un condensateur (C inconnu) suivant le schéma ci-contre.



On applique entre A et B une tension alternative sinusoïdale, et on observe sur un oscilloscope bicourbe le tracé ci-contre (voie X en trait plein, voie Y en pointillés).

Les calibres sont les suivants : | 1 ms/div horizontalement
| 1 V/div sur la voie X
| 2 V/div sur la voie Y

Déduire de l'oscillogramme les valeurs de r et de C.

Ici, on a 2 inconnue r et C), il faut donc trouver 2 équations indé

1 avec l'amplitude et l'autre avec la phase. Avec le circuit pro

- $U_Y^2 = \left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2\right] I^2$ et $U_X^2 = R^2 I^2$, ce qui donne $\dfrac{U_Y^2}{U_X^2} = \left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2 + \dfrac{1}{R^2}\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2$.
- Soit φ le dé Y par rapport à X ($\varphi > 0$ puisque Y e X) :

$\tan\varphi = \dfrac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{R+r}$.

Il n'y a plus qu'à lire : $U_Y = 6\ V$; $U_X = 2\ V$; $\varphi = \dfrac{1}{6}(2\pi) = \dfrac{\pi}{3}$. D'où l'on tire : $\boxed{r = 5\ \Omega}$ et $\boxed{C = 12,1\ \mu F}$.

V Réponse à un signal carré

On veut étudier la réponse du dipôle correspondant à l'association parallèle d'une bobine $L = 100\ mH$ et d'une résistance $R = 1\ k\Omega$. Il est alimenté par une source de courant $i(t)$ qui génère une fonction créneau impaire de maximum I et de période T. On note i_r et i_l les courants respectifs dans la résistance et la bobine.

Discuter de i_r et i_l lorsque $T = 10^{-6}\ s$, puis lorsque $T = 10^{-2}\ s$.

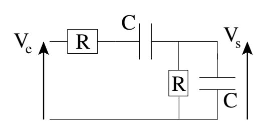
On identifie un diviseur de courant, ce qui donne $\underline{i_r} = \dfrac{jL\omega}{R + jL\omega}\underline{i}$. Ainsi on peut associer un filtre **passe-haut** au passage du courant total i au courant parcourant la ré i_r. La pul caractéristique vaut $\omega_0 = 2\pi f_0 = R/L = 10^4\ rad/s$. Par conséquent :

- si $T = 10^{-6}\ s$ i.e. une fréquence $f = 10^6\ Hz \gg f_0$, il y a transmission parfaite : $i_r \simeq i$ et $i_l \simeq 0$.
- si $T = 10^{-2}\ s$ i.e. une fréquence $f = 10^2\ Hz \ll f_0$, il y a atténuation parfaite : $i_r \simeq 0$ et $i_l \simeq i$.

RQ : on peut même se passer de l'ex

basse et haute fréquence de la bobine pour prédire qualitativement le ré

VI Détermination d'une tension de sortie



Dans le montage ci-contre, la tension d'entrée vaut :

$$V_e(t) = E\cos(\omega_0 t) + E\cos(3\omega_0 t) \qquad \text{avec} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Calculer $V_s(t)$.

Ici il faut éviter de ré

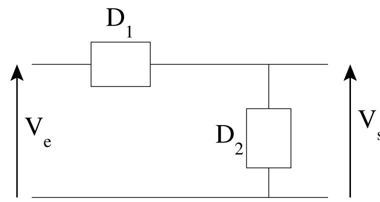
privilégier un raisonnement sur la fonction de transfert (cf Fourier).

Ainsi un calcul classique permet d'obtenir la fonction de transfert : $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \dfrac{1}{3 + j\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$.

Ainsi par superpo $V_e(t) = V_{e1}(t) + V_{e2}(t) \rightarrow V_s(t) = V_{s1}(t) + V_{s2}(t)$ avec $\underline{v_{s1}} = \dfrac{1}{3}\underline{v_{e1}}$ et $\underline{v_{s2}} = \left(\dfrac{1}{3 + \dfrac{8j}{3}}\right)\underline{v_{e2}} = \dfrac{3(9-8j)}{145}\underline{v_{e2}}$. Soit finalement : $\boxed{V_s = \dfrac{E}{3}\cos(\omega_0 t) + \dfrac{3E}{145}[9\cos(3\omega_0 t) + 8\sin(3\omega_0 t)]}$.

VII Identification de dipôles

Un quadripôle est constitué de 2 dipôles D_1 et D_2, et contient une résistance R, une bobine L et un condensateur C.



On réalise les mesures suivantes :

(a) on relie l'entrée à une pile de f.é.m. $E_0 = 15\ V$, la sortie étant ouverte ; en régime permanent, on mesure alors un courant $I_0 = 15\ mA$;

(b) on remplace le générateur continu par un générateur sinusoïdal, et on étudie la réponse fréquentielle du filtre ; l'expérience montre que :

— c'est un filtre passe-bande, et on observe un gain maximal pour une fréquence $f_0 = 1,16\ kHz$;

— la bande passante à $-3\ dB$ est de $\Delta f = 340\ Hz$.

Donner le schéma du circuit et la valeur numérique des composants.

Parmi toute

(a) et (b) : D_1 corre *R seule, et D_2 corre*

bobine L et de la capa C. En outre, l'assertion (a) nous permet d'obtenir que $\boxed{R = 1\ k\Omega}$.

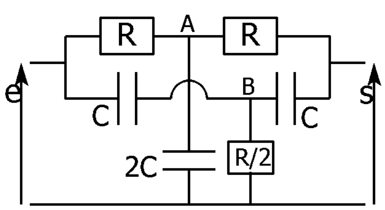
Une fois ceci fait, il nous re *L et C, que l'on va obtenir grâce à la donnée de f_0 et de Δf. La fonction de transfert du filtre ainsi identifié s'écrit :*

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{Z_2}}{(R + \underline{Z_2})} = \frac{1}{1 + R\left(jC\omega + \dfrac{1}{jL\omega}\right)} = \frac{1}{1 + jQ\left(\dfrac{f}{f_0} - \dfrac{f_0}{f}\right)} \quad \text{avec} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ et } Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Il re $Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}$ *pour obtenir que* $\Delta f = \dfrac{1}{2\pi RC}$.

Le calcul donne alors $\boxed{L = 40,2\ mH}$ *et* $\boxed{C = 468\ nF}$. *Et on peut noter que ce sont de classique* TP.

VIII Étude d'un filtre coupe-bande



On considère le quadripôle ci-contre.

1. Déterminer sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ en fonction de $x = RC\omega = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

2. Étudier le comportement du circuit dans les limites haute et basse fréquence. Retrouver ce comportement à partir de la fonction de transfert.

3. Justifier le nom de filtre réjecteur de fréquence ou filtre coupe-bande. Donner alors les pulsations de coupure du filtre.

4. Tracer $|\underline{H}|$ en fonction de x, puis le diagramme de Bode (uniquement le gain en dB).

---

1. et 2. A priori il e

n'e

en sortie ouverte, *i.e. courant nul en sortie.*

BF : *le* $s = e$, *i.e. le*

transmise

HF : *le* $s = e$, *i.e. le*

On a donc tout loisir de penser que ce quadripôle e

Pour obtenir la fonction de transfert, le plus efficace e

(ou th. de Millman), en prenant comme référence de

- *en A* : $\dfrac{e - V_A}{R} + \dfrac{s - V_A}{R} + j2C\omega(0 - V_A) = 0$, *qui se réécrit* $V_A = \dfrac{e + s}{2 + 2jx}$.

- en B : $jC\omega(e-V_B)+jC\omega(s-V_B)+\dfrac{0-V_B}{R/2}=0$, qui se réécrit $V_B=\dfrac{jx(e+s)}{2+2jx}$.
- en S : $\dfrac{V_A-s}{R}+jC\omega(V_B-s)+0=0$, qui se réécrit $s=\dfrac{V_A+jxV_B}{1+jx}$. Il re V_A

et V_B de ce $\boxed{\underline{\mathcal{H}}(jx)=\dfrac{1}{1+\dfrac{4jx}{(1-x^2)}}}$.

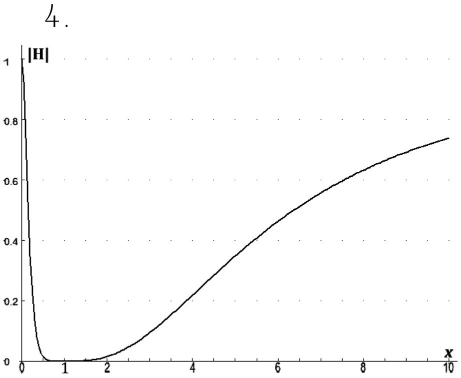
On vérifie la cohérence avec le comportement qualitatif obtenu avant.

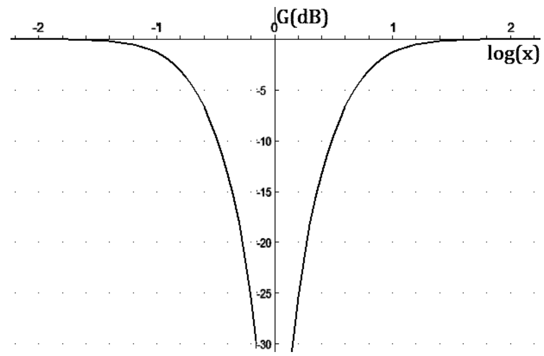
3. On a bien un ré $\underline{\mathcal{H}}(jx)=0$ pour $x=1$ *i.e.* $\omega=\omega_0$. Il re

le ω_c, définie $|\underline{\mathcal{H}}(j\omega_c)|=\dfrac{|\underline{\mathcal{H}}|_{max}}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Ce qui donne alors $\dfrac{4x_c}{(1-x_c^2)}=\pm 1$.

Seule $x_c=\mp 2+\sqrt{5}$, soit $\boxed{\omega_c=\dfrac{\mp 2+\sqrt{5}}{RC}}$.

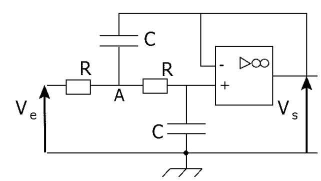
4.





IX Filtres passe-haut et passe-bas

On considère le montage ci-contre contenant un amplificateur opérationnel (ou ALI) parfait en régime linéaire, alimenté en régime sinusoïdal. On a alors des courants nuls aux entrées + et −, ainsi que $V_-=V_+$ à tout instant.



1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{\mathcal{H}}(jx)=\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ de ce filtre, en prenant $x=RC\omega$.

2. En déduire la nature du filtre, la pulsation de coupure ω_c à $-3\ dB$, et tracer l'allure du graphe $G_{dB}=f(\log x)$.

3. Que se passe-t-il si on permute R et C ?

Un exemple pour finir de montage à amplificateur o

qui continue de tomber à l'oral comme en TP... Le

quement rappelée

une fois... L'idée e V_- et V_+ (privilégier la loi de

de potentiel, d'autant que $i_+=i_-=0$), puis de le

1. Commençons par l'analy

BF : capa=coupe-circuit ainsi $V_+=V_e$ puisque $i_+=0$ traverse le $V_s=V_-=V_+=$ V_e. Le

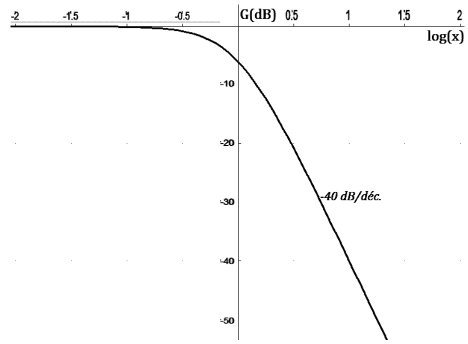
HF : capa=court-circuit ainsi $V_+=0$ puisque relié à la masse ; ainsi $V_s=V_-=V_+=0$. Le fréquence

On peut donc prévoir un comportement de ty ________.

Calcul de la fonction de transfert : (avec le

- pro ALI : $V_+ = V_- = V_s$ ici ;
- loi de A : $\dfrac{(V_e - V_A)}{R} + \dfrac{(V_+ - V_A)}{R} + jC\omega(V_s - V_A) = 0$ soit $V_A = \dfrac{V_e + (1+jx)V_s}{2+jx}$ avec ce qui précède ;
- diviseur de tension entre + et A (ou loi de +) : $V_+ = \dfrac{V_A}{1+jx} = V_s$ avec ce qui précède.

En combinant le V_A pour obtenir $\boxed{\underline{\mathcal{H}}(jx) = \dfrac{1}{(1+jx)^2}}$.



2. On a bien un filtre passe-bas, on peut maintenant préciser qu'il e

Pour obtenir la pul $|\underline{\mathcal{H}}(j\omega_c)| = \dfrac{|\underline{\mathcal{H}}|_{max}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

soit ici $1 + x_c^2 = \sqrt{2}$ d'où $\boxed{\omega_c = \dfrac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{RC}}$.

3. Attention au piège classique qui incite à échanger simplement R et C dans l'ex

faux, notamment parce que ce

dimension !

Il convient bien entendu d'échanger le *impédances complexes* qui elle

Ainsi R devient $\dfrac{1}{jC\omega}$ et $\dfrac{1}{jC\omega}$ devient R. Par conséquent jx devient $\dfrac{1}{jx}$.

La nouvelle fonction de transfert s'écrit donc $\underline{\mathcal{H}}'(jx) = \dfrac{(jx)^2}{(1+jx)^2}$.

Qui corre

par rapport à l'axe de