

Ondes électromagnétiques

1. $\text{div}(\vec{E}) = 0$; $\text{div}(\vec{B}) = 0$; $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

2. Couplage isochronique : $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (Maxwell Ampère)
(Maxwell Faraday)

3. $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}) = \text{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$
 $\vec{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\text{rot}} \vec{B}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ } $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ idem pour $\vec{B}$
 eq. de d'Alembert

4. la phase de l'onde s'écrit : $\phi(x,t) = \omega t - kx$; l'onde se propage selon les y croissants

↳ $\vec{E} \perp \vec{e}_y$: l'onde est transverse

↳ dans le plan yz -est, à t donné, l'amplitude de $\vec{E}$ est est : l'onde est plane

↳ la forme $t - \frac{k}{\omega} x$ est présente dans la phase : l'onde est progressive

5. On écrit que $\vec{E}$ est solution de 4.3, il vient (sur dx et dy)

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \pm \frac{\omega}{c} \quad (\text{propagation selon les } y \text{ croissants})$$

↳ c'est la relation de dispersion

6. $v_p \hat{=} \frac{\omega}{k} = c$, est $\forall$ la fréquence $\Rightarrow$ pas de dispersion

7. $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_x$

8. OPRR $\Rightarrow \vec{B} = \frac{\vec{R} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$

9. $\mu_0 = \frac{\epsilon_0 c^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)}{2} + \frac{E_0^2}{2\mu_0 c^2} \cos^2(\omega t - kx) = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{e}_y = \epsilon_0 E_0^2 c \cos^2(\omega t - kx) \vec{e}_y$$

10. $\langle \mu_0 \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}$ or $\langle \vec{R} \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} c \vec{e}_y = \langle \mu_0 \rangle c \vec{e}_y$

11. l'énergie est transportée à la vitesse c , selon Oy .

12. 1 mW sur environ 1 m^2 (section d'un faisceau laser)

$$\|\langle \vec{R} \rangle\| \approx \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \approx 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \Rightarrow \langle \mu_0 \rangle \approx \frac{10^3}{3 \cdot 10^8} \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$E_0 \approx \sqrt{\frac{10^{-6}}{3 \cdot 10^{-12}}} \approx 300 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, \quad B_0 \approx \frac{300}{3 \cdot 10^8} = 10^{-6} \text{ T}$$

D. 13. il y a continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ au niveau du métal

donc $E_x(0^-) = 0^-$

il y a aussi la composante normale de $\vec{B}$ au niveau du métal

mais celle-ci est nulle (0 pour onde transverse), on ne peut rien dire

de particulier concernant B_y .

14. $\vec{E}_{inc}(x=0) = E_0 e^{i(\omega t)} \vec{e}_x \neq \vec{0} \Rightarrow \exists$ d'1 onde réfléchie

$\vec{E}_{ref} = \vec{E}_0 e^{j(\omega' t + k' x)}$

en $x=0$, $\vec{E}_0 e^{j\omega t} + \vec{E}_0 e^{j\omega' t} = \vec{0}$

si $\omega \neq \omega' \Rightarrow \vec{E}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{0}$ (c'est $e^{j\omega t}$ famille libre)
impossible

$\Rightarrow \omega = \omega'$ et $k = k'$ et $\vec{E}_0 = -\vec{E}_0$

$\hookrightarrow \vec{E} = \vec{E}_{ref} + \vec{E}_{inc} = -2j E_0 \sin(kz) e^{j\omega t} \vec{e}_z \Rightarrow E(z,t) = 2E_0 \sin(kz) \sin(\omega t) \vec{e}_z$

$\hookrightarrow \vec{B}_{inc} = \vec{e}_z \wedge \vec{E}_{inc} = \frac{E_0}{c} e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_y$
 $\vec{B}_{ref} = -\vec{e}_z \wedge \vec{E}_{ref} = -\frac{E_0}{c} e^{j(\omega t + kz)} \vec{e}_y$

$\vec{B}(z,t) = 2 \frac{E_0}{c} \cos(kz) \cos(\omega t) \vec{e}_y$ On les additionne

15. $\vec{B}(z=0^+, t) - \vec{B}(z=0^-, t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_y \Rightarrow \vec{j}_s = \frac{2 E_0 \omega \sin(\omega t)}{\mu_0 c} \vec{e}_x$

III Processus de radiation

16. $\frac{\|\vec{j}\|}{\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}} \neq \frac{\gamma \|\vec{E}\|}{\epsilon_0 \frac{\|\vec{E}\|}{T}} \neq \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega}$ $\vec{j} \gg \frac{\gamma}{\epsilon_0} \vec{E}$ si $\frac{\gamma}{\epsilon_0} \gg \omega$

$\gamma \approx 6 \cdot 10^7$ (Cuivre)

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi c}{0.2 \cdot 10^{-9}} \approx 3 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$

$\frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \approx 2260 \gg 1$

la condition est réalisée

$$17. \left. \begin{array}{l} \vec{\pi}_0 \vec{e}_x, \vec{e}_y \text{ est } \perp \vec{\pi}_s \text{ de } \vec{E} \text{ (la cause)} \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{\pi}_s \Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{e}_y \\ \text{invariance du m\u00e9tal par translation selon } O_x \text{ et } O_y \end{array} \right\} \vec{B} = B(z, t) \vec{e}_y$$

$$18. \vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{f}_v = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

$$\text{Or } \vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Rightarrow \vec{j} = \mu_0^{-1} \vec{\text{rot}} (B(z, t) \vec{e}_y) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial z} \vec{e}_x$$

$$\vec{f}_{\text{loop}, v} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial z} B \vec{e}_y$$

$$19. \text{La force totale sur la surface } S \text{ est donc: } F = \int_0^{\infty} -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial z} B(z, t) S dz$$

$$F = -\frac{S}{2\mu_0} \int_0^{\infty} \frac{\partial (B^2)}{\partial z} dz = -\frac{S}{2\mu_0} B^2(z, t) \Rightarrow P_{\text{rad}} = \frac{F}{S} = -\frac{B^2(z, t)}{2\mu_0}$$

$B \equiv 0$

$$20. B(0, t) = \frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) \rightarrow P_{\text{rad}} = \frac{2E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t) \rightarrow \langle P_{\text{rad}} \rangle = E_0^2$$

$$\text{Gauss } I_{\text{inc}} = \langle \|\vec{R}\| \rangle = \frac{E_0^2}{2} c \rightarrow \langle P_{\text{rad}} \rangle = \frac{2 I_{\text{inc}}}{c}$$

$$21. \text{Arr: } \langle P_{\text{rad}} \rangle = \langle P_{\text{rad}} \rangle S = \frac{2 I_{\text{inc}} S}{c} = \frac{2 P_{\text{max}}}{c} \approx 6,7 \cdot 10^{-12} \text{ W}$$

↳ difficile \u00e0 mettre \u00e0 \u00e9vidence !

Synthèse industrielle de l'ammoniac E3A PC 16

1.a. La variance est le nombre de paramètres intensifs qu'il faut et qu'il suffit de connaître pour déterminer l'état d'équilibre d'un système physico-chimique.

1.b. On a comme paramètres intensifs : P , T , P_{H_2} , P_{N_2} et P_{NH_3} . Ces paramètres sont liés par la constante d'équilibre K° et par $P = P_{H_2} + P_{N_2} + P_{NH_3}$.

On calcule donc : $v = 5 - 2 = 3$.

Il faut donc connaître par exemple la température, la pression et l'une des fractions molaires (ou l'une des pressions partielles) pour déterminer l'état d'équilibre du système.

1.c. Le diazote et le dihydrogène étant introduits dans les proportions stœchiométriques, celles-ci sont conservées au cours de la réaction et on a donc une relation supplémentaire entre paramètres intensifs : $P_{H_2} = 3 P_{N_2}$. La variance (réduite) est donc $v' = 2$: la connaissance de la température et de la pression totale suffit pour déterminer l'état d'équilibre du système.

1.d. Le catalyseur modifie la vitesse en modifiant le chemin réactionnel mais pas la thermodynamique de l'équilibre : la variance est inchangée.

2. D'après le document 1, le mélange à la sortie du réacteur est supposé à l'équilibre chimique et on voit que la fraction molaire d'ammoniac à l'équilibre diminue lorsque la température augmente : K° est une fonction décroissante de T .

La relation de Van'tHoff s'écrit : $\frac{d(\ln K^\circ)}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2}$; on en déduit donc $\Delta_r H^\circ < 0$

$N_{2(g)}$ et $H_{2(g)}$ sont des corps simples dans leur état standard à la température considérée : ce sont les états standard de référence des éléments N et H ; leurs enthalpies standard de formation sont donc nulles.

D'après la loi de Hess, $\Delta_r H^\circ_1 = 2 \Delta_f H^\circ(NH_3)$ AN : $\Delta_r H^\circ_1 = -46 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Ce résultat est bien en accord avec ce qui précède.

3. D'après le document 1 toujours, on constate qu'à température fixée, la fraction molaire à l'équilibre $x(NH_3)$ est une fonction croissante de P : la synthèse est donc favorisée par une élévation de pression. Ce résultat est cohérent avec l'équation-bilan puisque le sens direct correspond à une diminution de la quantité de matière gazeuse qui est le sens d'évolution favorisé par une augmentation isotherme de la pression d'après la loi de modération de Le Châtelier.

4. Le quotient de réaction s'écrit $Q_r = \frac{P_{NH_3}^2 P^{\circ 2}}{P_{N_2} \cdot P_{H_2}^3}$ et les pressions partielles s'écrivent en

fonction de la pression totale $P_i = \frac{n_i}{n_{tot}} P_{tot}$. On a donc finalement : $Q_r = \frac{n_{NH_3}^2 n_{tot}^2 P^{\circ 2}}{n_{N_2} n_{H_2}^3 P_{tot}^2}$

5. A l'équilibre $Q_{r,eq} = K^\circ(T)$.

6. D'après 4, Q_r est une fonction décroissante de P (tous les autres termes du quotient de réaction sont inchangés). Quand la pression augmente à partir d'un état d'équilibre, le quotient de réaction dans l'état perturbé Q_r devient donc inférieur à K° .

$\Delta_r G = RT \ln(Q_r/K^\circ)$. On en déduit que $\Delta_r G$ est négative. D'après le critère d'évolution spontanée $\Delta_r G \cdot d\xi < 0$, le système évolue dans le sens direct de la synthèse de NH_3 , résultat en accord avec le document 1.

7. D'après le document 3, l'introduction de gaz inertes à température et pression constantes diminue $x(NH_3)$ et est donc défavorable à la synthèse de l'ammoniac.

8. L'introduction d'un gaz inerte se traduit par une augmentation de la quantité de matière totale, tous les autres paramètres étant inchangés. En reprenant l'expression de Q_r établie en 4, on constate que Q_r croît avec n_{tot} ; donc $Q_r > K^\circ$ dans l'état perturbé, et $\Delta_r G < 0$. D'après le critère d'évolution spontanée, le système évolue dans le sens de la dissociation de NH_3 .

9. Pour un temps de passage très grand, on peut considérer que l'équilibre est établi : les résultats du 2. sont valables et d'autre part, on vérifie dans le document 4 que τ est une fonction décroissante de T , en accord avec la variation de K° avec T .

10. Pour un temps de passage court, l'équilibre n'est pas établi. Les variations de τ sont un compromis entre cinétique (la vitesse est une fonction croissante de T et τ augmente avec T), phénomène prépondérant à basse température (jusqu'à 700 K), et thermodynamique (K° est une fonction décroissante de T), phénomène prépondérant à haute température (au-delà de 700 K) quand la vitesse devient suffisamment grande : cela donne bien une valeur maximale du taux de conversion pour une valeur intermédiaire de T ; les valeurs de τ à 800 K et 850 K sont égales : la réaction étant rapide dans les deux cas, l'équilibre est établi rapidement que le temps de passage soit long ou court.

Nines / Pont pà 2020

1. les grandeurs indicées 1 sont des infiniment petits, négligeables dans les calculs devant les grandeurs indicées zéros.

$$\underbrace{|p_1| \ll p_0, |\mu_1| \ll \mu_0 \text{ et } |v_1| \ll c_s}_{\text{dans le sujet}}$$

$$2. \vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}}_{\approx v_1^2} \approx \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t}$$

$$3. \mathcal{V} = \{ \mu_0 dz \} \quad \mu_0 dz \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = - \text{grad}(p) dz + \underbrace{\mu_0 \vec{g} dz}_{\text{non LL à priori}}$$

$$\mu \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \text{grad}(p_0(r)) - \text{grad} p_1 + \mu_0 \vec{g} \quad (1)$$

$$\text{au repos : } \vec{v} = - \text{grad}(p_0(r)) + \mu_0 \vec{g} \quad (2)$$

$$(1) - (2)$$

$$\mu \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \text{grad}(p_1) \Rightarrow \mu \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial z} \quad (3)$$

$$4. \chi_s = \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial s} \Big|_s = \frac{1}{p} \frac{dp}{ds} \quad \text{car } p = p(s, s) = p(s) \quad \text{car évolution isentropique}$$

fluide monophasé

$$\chi_s \approx \frac{1}{\mu} \frac{\mu_1}{p_1}$$

$$\mu_1 = \mu \chi_s p_1 \quad (4)$$

$$\text{équation locale de conservation de la masse : } \frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div}(\mu \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \underbrace{\text{div}(\mu_0 \vec{v}_1 + \mu_1 \vec{v}_1)}_{\ll} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$5. \left. \begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial z} &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t} \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial z} \end{aligned} \right\} \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} = -\chi_s \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p_1}{\partial t} \right) = -\chi_s \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p_1}{\partial z} \right) = -\chi_s \mu \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2}$$

th. de Schwartz

$$\text{eq. de d'Alembert : } \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} \quad \text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\mu \chi_s}}$$

6. vérification de l'hypothèse d'adiabaticité

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Rightarrow \frac{T_m}{\tau_{\text{diff}}} = D \frac{T_m}{L_{\text{dif}}^2} \Rightarrow L_{\text{dif}}^2 = D \tau_{\text{diff}}$$

$\tau_{\text{diff}} \hookrightarrow \tau_{\text{diff}}$ est la durée d'établissement des phénomènes diffusifs sur une distance L_{dif}

prenons $L_{\text{dif}} = \lambda$ et comparons τ_{diff} à T

$$\frac{\tau_{\text{diff}}}{T} = \frac{\lambda^2}{D T} = \frac{c_p^2 T}{D}$$

la diffusion est négligeable à l'échelle de λ si

$\tau_{\text{diff}} \gg T$ (elle est "tardive" à s'établir)

$$T \gg \frac{D}{c^2} \Rightarrow f \ll \frac{c^2}{D} \quad f \ll \frac{c_p^2 \rho c_p}{\kappa}$$

prenons $\frac{1}{100}$ comme critère : $f < f_{\text{max}} = \frac{1}{100} \frac{c_p^2 \rho c_p}{\kappa} = 4,6 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ ✓

7. $\vec{u}_m = u_m \sin(\omega t) \vec{e}_y \Rightarrow z_m = \frac{u_m}{\omega} = \frac{10^{-1}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^4} = 8,0 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$

rem : à cette fréquence $\lambda = 1,7 \text{ cm} \gg z_m$

8. Le fait que l'air ne rentre pas dans le transducteur implique la continuité des vitesses à l'interface

$v_1(h, t) \approx u_m(t)$ (transducteur en vibration au voisinage de h)

9. $\exists$ des CAL $\Rightarrow$ recherche des solut sous forme d'ondes stationnaire

$$v_1(z, t) = A \sin(kz + \varphi) \sin(\omega t + \psi) \quad \text{avec } k = \frac{\omega}{c}$$

$v_1(0, t) = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow$ on peut prendre $\varphi = 0$

$$v_1(h, t) = u_m \sin(\omega t) = A \sin(kh) \sin(\omega t + \psi) \rightarrow \begin{cases} \psi = 0 \\ A = \frac{u_m}{\sin(kh)} \end{cases}$$

$v_1(z, t) = \frac{u_m}{\sin(kh)} \sin(kz) \sin(\omega t)$ (analogie avec la corde de Newton en RSE)

10. ventres de v_1 : $\sin(kz) = \pm 1 \Rightarrow kz_v = (2n+1)\pi/2 \Rightarrow z_v = \frac{d}{4} + n\frac{d}{2}$

↳ 2 ventres successifs sont séparés de $\frac{d}{2}$ et $z=0$ est 1 vent de vitesse
donc le 1^{er} ventre est à $\frac{d}{4}$

$V_1 = \frac{u_m}{\sin(kh)} \xrightarrow{+\infty} kh = n\pi \rightarrow \omega_n = \frac{n\pi c}{h}$ → pulsati propres de la cavité

↳ nous avons négligé pas mal de choses: les phénomènes dissipatifs entre autres ... l'approximation acoustique n'est plus valable

11. cf Q7 nous avons 2 équations de complex qui peuvent converger

par ex: $\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} \Rightarrow \frac{u_m}{\sin(kh)} \sin(kz) \cos(\omega t) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z}$

$p_1(z,t) = \frac{\rho_0 u_m}{k} \sin(kh) \cos(kz) \cos(\omega t) \left(\underbrace{+ \text{cste} = 0}_{\text{pas fond}} \right)$

$p_1(z,t) = \rho_0 c V_1 \cos(kz) \cos(\omega t)$

on va des hypothèses

($a \ll \lambda$) $\hookrightarrow \vec{F} = - \underbrace{\text{grad}(p)}_{\text{force vol.}} dZ = \left(-\frac{dp}{dz} - \frac{\partial p_1}{\partial t} \right) dZ \vec{e}_z$ avec $dZ = \frac{4}{3}\pi a^3$
↳ car $p_0(z) \nabla$

$\vec{F} = dZ (\rho_0 g + \rho_0 c V_1 \sin(kz) \cos(\omega t)) \vec{e}_z$

$\langle \vec{F} \rangle = dZ \rho_0 g \vec{e}_z < \vec{P}_{\text{acile}} = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_0 c$ ($\rho_0 c > \rho_0 g$)

↳ la réponse est donc non...

12. On améliore donc le modèle! $V_1 = 50 \text{ m.s}^{-1}$ n'est plus $\ll c$.

→ l'approximation acoustique n'est + valable (il y a d'ailleurs en fait ω spectral et donc des NL)

13. $\rho_0 V_1^q \equiv \rho_0 c V_1 \equiv \rho_0 c^2$
↳ des point de vue dimensionnel

$l=1; q=2$

repreneons le calcul de Q_{11}

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \phi(P) dz = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dz \vec{e}_y$$

or $-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{2} \mu_0 V_1^2 \frac{\omega}{c} \sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) - f'(z) \cos(2\omega t)$

il y a donc dans $\langle \vec{F} \rangle$ le terme $\frac{1}{2} \mu_0 V_1^2 \frac{\omega}{c} \sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) dz \vec{e}_y$
en plus car il est constant

$$\langle \vec{F} \rangle = \mu_0 g dz \vec{e}_y + \frac{1}{2} \mu_0 V_1^2 \frac{\omega}{c} \sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) dz \vec{e}_y$$

sur oz : $\langle F_z \rangle = \mu_0 g \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V_1^2 \omega}{c g} \sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) \right] dz$

14. pour que l'équilibre soit possible, il faut

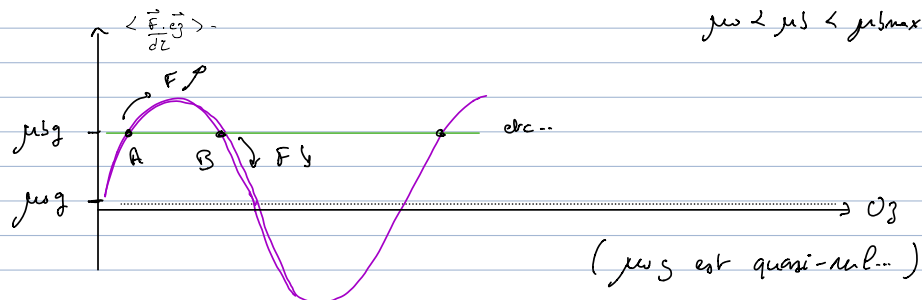
$$\| \langle \vec{F} \cdot \vec{e}_y \rangle \| \geq \mu_0 g dz$$

$$\mu_0 \left(1 + \frac{V_1^2 \omega}{2cg} \underbrace{|\sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right)|}_{\leq 1} \right) \geq \mu_0$$

$$\text{soit } \mu_{\text{bmax}} = \mu_0 \left(1 + \frac{V_1^2 \omega}{2cg} \right) \quad \begin{array}{l} \omega = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 2\pi \\ V_1 = 50 \\ c = 340 \end{array}$$

$$\mu_{\text{bmax}} \approx \mu_0 \frac{V_1^2 \omega}{2cg}$$

On a: $\langle \frac{\vec{F} \cdot \vec{e}_y}{dz} \rangle = \mu_0 g + \mu_{\text{bmax}} g \sin(2\omega z/c) \stackrel{?}{=} \mu_0 g.$



attention, ce n'est pas 1 graphe d' $\vec{F}_p$...

posi^t de type A si on éloigne l'objet vers le haut, F^p (par ex.) $\Rightarrow$ instable
" " B: " " F^y , retour à l'éq: stable

15. $\rho_{\text{osmium}} \approx 22000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ $m_{\text{max}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{osmium}}$ et il faut $a \ll \lambda$

présumons avec facteur $\frac{1}{10}$ $m_{\text{max}} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1}{10}\right)^3 \rho_{\text{osmium}} \approx 1 \text{ g}$.
 valeur importante $\parallel$ ($\frac{1}{10}$ donne une valeur très très faible ...) valeur très faible

→ pour mémoire l'osmium, le métal le + dense, possède une masse volumique de $22000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

16. il s'agit donc de points de type S, ils sont séparés de la longueur d'onde

de la fonction $\sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) = \sin\left(\frac{2\pi \frac{3}{2}}{\lambda/2}\right) \Rightarrow d = \lambda/2$

On retrouve la distance entre 2 ventres de pression.

$\Rightarrow n = \left\lfloor \frac{2R}{\lambda} \right\rfloor$ a priori or $V_1 = \frac{u_m}{\sin(\frac{\omega h}{c})}$

$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) = \frac{u_m}{V_1} = 2 \cdot 10^{-3} < 1$

donc $\frac{2\pi h}{\lambda} = k\pi$ et $h = k \lambda/2$
 $\lfloor 2h/\lambda \rfloor = 2h/\lambda$

$n = 2h/\lambda$

17. "Tout système à 1 degré de liberté / paramètre / variable, au voisinage d'une position d'équilibre stable, est modélisable par 1 oscillateur harmonique"

C'est 1 résultat général, d'une grande portée

Usuellement on passe par l'énergie potentielle pour le démontrer

$$\underbrace{E_p(x_0 + \varepsilon)}_x = \underbrace{E_p(x_0)}_{0, \text{ eq.}} + \varepsilon \underbrace{\frac{dE_p}{dx}(x_0)}_{\geq 0 \text{ eq. stable}} + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{d^2 E_p}{dx^2}(x_0)}_{\equiv k} \varepsilon^2 \equiv \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 + \text{cste}$$

rappel

→ ici on a la force (totale: pression + poids), on fait donc 1 DL

$F_T(z_0 + \varepsilon) = \underbrace{F_T(z_0)}_{=0} + \frac{dF_T}{dz}(z_0) \varepsilon$ avec $z = z_0 + \varepsilon$
 ↪ équilibre

Au un bas fréquences utilisés, l'œil ne sera sensible qu'à une valeur moyenne

$\left(\frac{dF_T}{dz}\right) = \frac{d\langle F_T \rangle}{dz} = \frac{d\langle F_z \rangle}{dz}$ car le poids est 1ste

$$\left\langle \frac{dF_z}{dt} \right\rangle (z=z_e) = dZ \mu_b \frac{v_i^2 \omega^2}{c^2} \cos\left(\frac{2\omega}{c} z_e\right) \quad (\varphi_{13})$$

pour a 1 bit: $dZ \mu_b \ddot{\epsilon} - dZ \mu_b \frac{v_i^2 \omega^2}{c^2} \cos\left(\frac{2\omega}{c} z_e\right) \epsilon = 0$

$$\ddot{\epsilon} - \frac{\mu_b}{\mu_b} \frac{v_i^2 \omega^2}{c^2} \cos\left(\frac{2\omega}{c} z_e\right) \epsilon = 0 \Leftrightarrow \ddot{\epsilon} + \tilde{\omega}^2 \epsilon = 0$$

position de type B, $\cos(2\omega z_e/c) < 0$ (cf φ_{14})

par ailleurs: $\langle F_z \rangle (z) \approx dZ \mu_b \frac{v_i^2 \omega}{2c} \sin\left(\frac{2\omega}{c} z\right)$ ($\varphi_{14}, \varphi_{15}$)

et $\underbrace{\langle F_z \rangle (z_e)}_{\text{point d'équilibre}} = g \mu_b dZ \Rightarrow \sin\left(\frac{2\omega}{c} z_e\right) = \frac{\mu_b}{\mu_b} \frac{2c}{v_i^2 \omega} g$

$$\cos\left(\frac{2\omega}{c} z_e\right) = -\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_b}{\mu_b} \frac{2cg}{v_i^2 \omega}\right)^2} \quad (\cos^2 x + \sin^2 x = 1)$$

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\mu_b}{\mu_b} \frac{v_i^2 \omega^2}{c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_b}{\mu_b} \frac{2cg}{v_i^2 \omega}\right)^2}$$