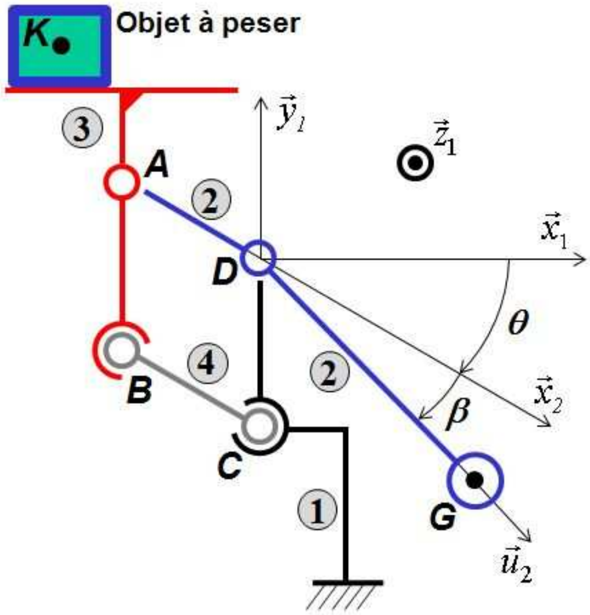
PESE LETTRE
(statique)

On considère la table élévatrice présenté sur la photo ci-dessous :



Lorsqu'un objet est posé sur le plateau ***3***, le mécanisme prend une nouvelle position d'équilibre caractérisée par un angle $\boldsymbol{\theta}$ dont la valeur est relevée par le biais d'un index placé devant une graduation donnant directement la masse ***M*** de l'objet.

<u>Paramétrage :</u> le pèse-lettre étudié comporte quatre ensembles :

- Un châssis ***1*** auquel est associé la base $B_1(\vec{x}_1\ \vec{y}_1\ \vec{z}_1)$ avec $\vec{y}_1$ orientant la verticale ascendante.

  On pose : $\overrightarrow{CD} = a\,\vec{y}_1$.
- Un balancier ***2*** assimilable à une ligne brisée ***ADG***. Il est en liaison pivot d'axe $D\vec{z}_1$ avec le châssis ***1***. On lui associe la base $B_2(\vec{x}_2\ \vec{y}_2\ \vec{z}_2)$ avec $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$.

  On pose : $\theta = (\vec{x}_1\ \vec{x}_2)$.

  L'angle de brisure est noté $\boldsymbol{\beta}$ avec $\beta = cte = (\vec{x}_2\ \vec{u}_2)$.

  A noter que ces deux angles sont négatifs…

  La masse totale du balancier vaut $\boldsymbol{m_2}$, elle est concentrée principalement au point ***G*** qui sera considéré comme centre de gravité du balancier complet.

  On pose : $\overrightarrow{AD} = b\,\vec{x}_2$ et $\overrightarrow{DG} = e\,\vec{u}_2$.
- Un plateau ***3*** de masse $\boldsymbol{m_3}$ sur lequel est posé l'objet à peser de masse ***M*** et de centre de gravité ***K***. Il est en liaison pivot d'axe $A\vec{z}_1$ avec le balancier ***2*** et en liaison sphérique de centre ***B*** avec la biellette ***4***. Le centre de gravité de ce balancier est sur la droite ***(AB)***.

  On pose : $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} = a\,\vec{y}_1$ et $\overrightarrow{AK} = -c\,\vec{x}_1 + d\,\vec{y}_1$.
- Une biellette ***4*** en liaison sphérique à ses extrémités (centres ***B*** et ***C***), de masse négligée.

  On pose : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = b\,\vec{x}_2$

<u>Hypothèses :</u>

- Le problème est supposé plan : plan $(A\ \vec{x}_1\ \vec{y}_1)$.
- Les liaisons sont supposées parfaites.

TRAVAIL DEMANDE

Objectifs : mettre en place la relation liant la masse M de l'objet posé sur le plateau en fonction de l'angle de rotation θ. Montrer ensuite que la position de l'objet sur le plateau n'a pas d'influence sur la mesure de sa masse.

PREMIERE PARTIE ⇨ $\theta = 0$

Nous allons d'abord faire l'étude du système dans le cas particulier où l'angle $\boldsymbol{\theta}$ est nul.

Q1) Justifier pourquoi les actions mécaniques au niveau des quatre liaisons du mécanisme en ***A, B, C*** et ***D*** sont modélisables par de simples glisseurs.

Q2) Expliquer pourquoi les points d'application des glisseurs représentatifs des actions mécaniques aux quatre liaisons (deux pivots en ***A*** et ***D***, deux sphériques en ***B*** et ***C***) sont le centre de leur liaison respective.

Q3) Pour une étude statique du mécanisme indiquer, en le justifiant, quel serait le premier isolement à effectuer.

Q4) Montrer que, dans cette configuration particulière ($\boldsymbol{\theta = 0}$), l'effort en ***B*** de ***4*** sur ***3*** est obligatoirement horizontal.

Q5) Isoler le plateau ***3*** associé à l'objet posé dessus afin de déterminer la composante verticale $\boldsymbol{Y_{23}}$ du glisseur $\overrightarrow{F_{2\to3}}$.

Q6) Isoler maintenant le balancier ***2*** pour mettre en place l'équation issue du théorème du moment statique (***TMS***) écrit au point ***D*** et en projection sur $\vec{z}_1$.

Q7) Déduire des deux questions précédentes l'expression de la masse ***M*** en fonction des paramètres du système.

Calculer la masse ***M*** de l'objet, permettant d'avoir cette configuration particulière ($\boldsymbol{\theta = 0}$), à partir des valeurs numériques suivantes :

$\boldsymbol{\beta = 15°}$ ***b = 4,5 cm*** ***e = 7 cm*** $\boldsymbol{m_2 = 50\ g}$ $\boldsymbol{m_3 = 20\ g}$

DEUXIEME PARTIE $\Rightarrow$ $\theta \neq 0$

Etudions maintenant le cas général où l'angle θ est quelconque (attention : il est paramétré comme étant négatif !...).

Q8) Isoler la biellette ***4*** afin de connaître la direction de la ligne d'action (axe central du glisseur) de l'action mécanique de ***3*** sur ***4*** agissant au point ***B***. Idem pour la ligne d'action de l'action mécanique de ***1*** sur ***4***.

Q9) Isoler le plateau ***3*** associé à l'objet posé dessus afin d'obtenir trois équations en fonction notamment de la norme $\left\|\overrightarrow{F_{4\to3}}\right\|$ du glisseur agissant au point ***B*** de la biellette ***4*** sur ***3*** ; écrire l'équation des moments (***TMS***) au point ***B*** et en projection sur $\vec{z}_1$.

Q10) Isoler maintenant le balancier ***2*** en écrivant le théorème du moment statique (***TMS***) au point ***D*** et en projection sur $\vec{z}_1$. Obtenir ainsi une équation liant les composantes de l'action mécanique $\overrightarrow{F_{3\to2}}$ à la valeur de la masse du balancier $\boldsymbol{m_2}$.

Q11) Déduire des deux questions précédentes la relation donnant l'angle de sortie θ en fonction de la masse ***M*** de l'objet posé sur le plateau ***3***.

La position de l'objet sur le plateau ***3*** a-t-elle une conséquence sur l'angle θ ?

Q12) Retrouve-t-on l'équation mise en place dans la première partie pour $\theta = 0$?

Q13) On souhaite avoir un angle θ de ***-70°*** en l'absence de masse posée sur le plateau ***3***, calculer alors la masse $\boldsymbol{m_2}$ du balancier ***2*** (contrepoids à mettre en place au point ***G***).

On utilisera les valeurs numériques suivantes :

$$\beta = 15° \qquad b = 4{,}5\ cm \qquad e = 7\ cm \qquad m_3 = 20\ g$$

Q14) La configuration maximale possible correspond à la position angulaire pour laquelle le segment **[*DG*]** est horizontal, calculer alors la valeur maximale $\boldsymbol{M_{max}}$ de la masse que l'on peut peser.

Q15) Comment pourrait-on modifier le mécanisme afin de disposer de plusieurs plages de mesure pour la masse de l'objet à peser ?