

MECANIQUE DES FLUIDES

https://lycee-champollion.fr/IMG/pdf/photos_et_liens_videos_mecaflu_2019.pdf

I. Description cinématique d'un fluide

http://www.lycee-champollion.fr/IMG/pdf/lignes_remarquables_cinematique_des_fluides.pdf

A. Champ des vitesses

1. Description eulérienne

- Champ des vitesses – Champ de masse volumique
- Lignes remarquables
- Tubes de champ

2. Débits – Conservation de la masse

- Débit volumique : $D_v = \iint_{\Sigma} \vec{v}(M, t) \cdot d\vec{S}$
- Débit massique : $D_m = \iint_{\Sigma} \rho(M, t) \vec{v}(M, t) \cdot d\vec{S}$
- Conservation de la masse : $\frac{\partial}{\partial t} \rho(M, t) + \text{div}(\rho(M, t) \vec{v}(M, t)) = 0$
- Impénétrabilité – condition sur la vitesse normale

B. Deux types d'écoulements particuliers

1. Ecoulement stationnaire

- Les dérivées locales des champs eulériens sont nulles
- Lignes de champ, lignes d'émission et trajectoires sont confondues
- Conservation du débit massique

2. Ecoulement incompressible

- Le champ de masse volumique est constant et uniforme
- Conservation du débit volumique
- « Les écoulements incompressibles à travers de grandes sections sont des écoulements de faible vitesse »

II. Actions de contact

A. Equivalent volumique des forces de pression

$$\overrightarrow{f_{vol,P}} = - \overrightarrow{grad}(P(M,t))$$

B. Statique des fluides

$$\text{Relation fondamentale : } \rho(M, t) \vec{g} - \overrightarrow{grad}(P(M, t)) = 0$$

1. Fluides incompressibles

- Pour un fluide incompressible de masse volumique ρ , l'évolution de la pression en fonction de l'altitude s'écrit : $\mathbf{P}(\mathbf{z}) = \mathbf{P}_0 - \rho \mathbf{g}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_0)$, où $P_0 = P(z_0)$ et l'axe des z est ascendant.
- Poussée d'Archimède : Elle représente les actions de pression des fluides au repos sur l'objet immergé ; elle est égale à l'opposé du poids des fluides déplacés.

2. Fluides compressibles

- Pour une atmosphère isotherme de gaz parfait, l'évolution de la pression s'écrit :

$$\mathbf{P}(\mathbf{z}) = \mathbf{P}(\mathbf{0}) \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right) = P(0) \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right),$$

où M est la masse molaire du gaz, m la masse d'une molécule, k la constante de Boltzmann, T la température et l'axe des z est ascendant

- $\exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right)$ est appelé facteur de Boltzmann ; il se généralise au cas d'un système de particules en équilibre statistique à la température T et d'énergie E :

$$N(E) = N_0 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

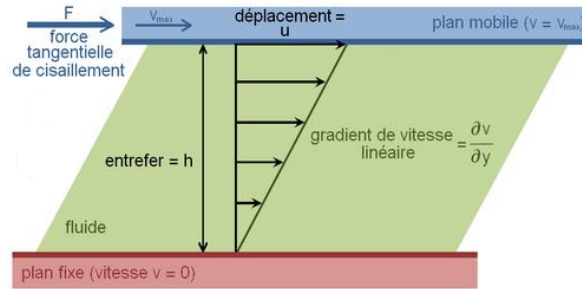
C. Viscosité

Quelques exemples d'écoulements en vidéo :

<https://www.dailymotion.com/LadHyX>

1. Ecoulement de Couette – Condition d'adhérence

- Ecoulement de Couette plan



- Un fluide visqueux « adhère » au solide avec lequel il est en contact :
 $\vec{v}_{fluide}(P, t) = \vec{v}_{solide}(P, t)$, où P est le point de contact

2. Expression de la force surfacique de viscosité – Cisaillement

$$\vec{f}_{s,cis} = -\eta \frac{\partial v(y, t)}{\partial y} \vec{e}_x$$

FLUIDE	η (Pl ou Pa.s)
Air (1 bar – 25°C)	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Métaux liquides	$10^{-4} - 10^{-3}$
Liquides organiques	$10^{-4} - 10^{-3}$
Eau	10^{-3}
Huiles	$10^{-2} - 1$
Graisse	10^3
Glacier	10^6

3. Mise en équation de l'écoulement de Couette plan

- ✚ Equivalent volumique des actions de cisaillement :

$$\vec{f}_{vol,cis} = \eta \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} \vec{e}_x$$

- ✚ Accélération d'une particule de fluide
- ✚ Relation fondamentale appliquée à une particule de fluide - Cas stationnaire

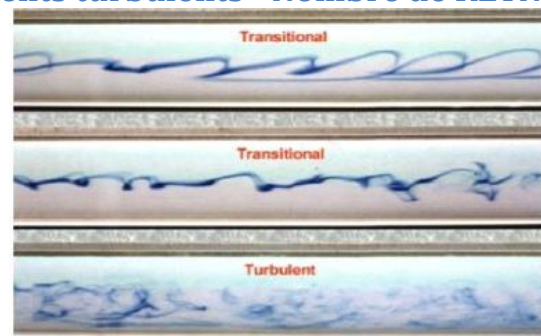
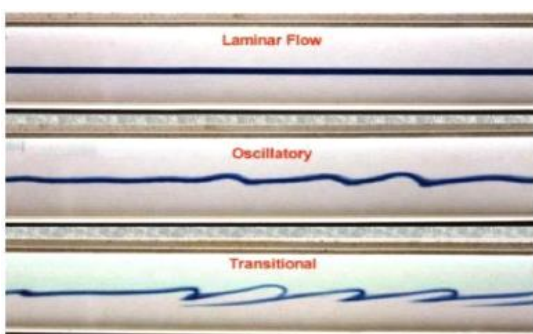
- ✚ Equation de diffusion de la quantité de mouvement – Temps caractéristique

$$\rho \frac{\partial v(y, t)}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2}$$

$$\tau_D = \frac{\rho L^2}{\eta}$$

III. Etude phénoménologique d'écoulements

A. Ecoulements laminaires - Ecoulements turbulents - Nombre de REYNOLDS



Le nombre de Reynolds est défini comme le rapport du temps caractéristique de diffusion visqueuse au temps caractéristique de convection :

$$R_e = \frac{\tau_D}{\tau_C} \quad \text{Il s'écrit : } R_e = \frac{\rho UL}{\eta},$$

ρ et η sont la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide ; L une dimension caractéristique de l'écoulement et U l'ordre de grandeur typique de la vitesse du fluide.

Pour $R_e < 2000$, l'écoulement est laminaire ; au-delà, il est turbulent.

FLUIDE	R_e
Glacier	10^{-11}
Bactéries dans l'eau	10^{-5}
Bille dans l'huile	10^2
Bille dans l'eau	10^4
Cycliste dans l'air	10^6
Oiseau dans l'air	10^6
Voiture dans l'air	10^6
Dauphin dans l'eau	10^8

B. Écoulement dans une conduite horizontale

1. Loi de Hagen-Poiseuille

- Champ de vitesse d'un écoulement homogène incompressible à faible nombre de Reynolds dans une conduite cylindrique :

$$\vec{v}(M) = \frac{\Delta P}{L} \left(\frac{R^2 - r^2}{4\eta} \right) \vec{e}_x$$

- Vitesse débitante : $U = \frac{\iint_{\Sigma} \vec{v}(M,t) \cdot d\vec{S}}{\Sigma} = \frac{D_V}{\Sigma}$, où Σ est la section droite de la conduite.
- Loi de Poiseuille : $D_V = \frac{\Delta P \pi R^4}{L 8\eta}$

2. Résistance hydraulique

- Par analogie avec la résistance électrique, on définit la résistance hydraulique par la relation :

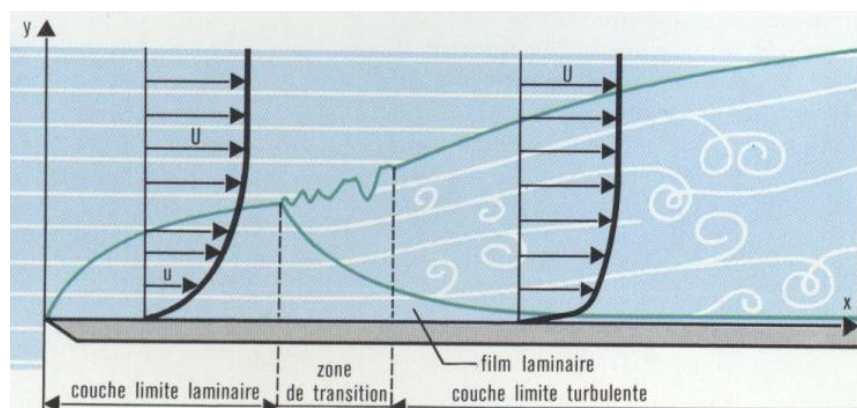
$$R_{\text{hyd}} = \frac{\Delta P}{D_V}$$

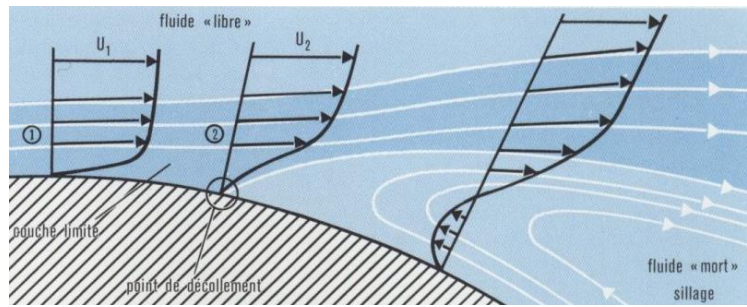
- Pour la géométrie étudiée ici, $R_{\text{hyd}} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$

C. Écoulement autour d'obstacles

1. Sphère

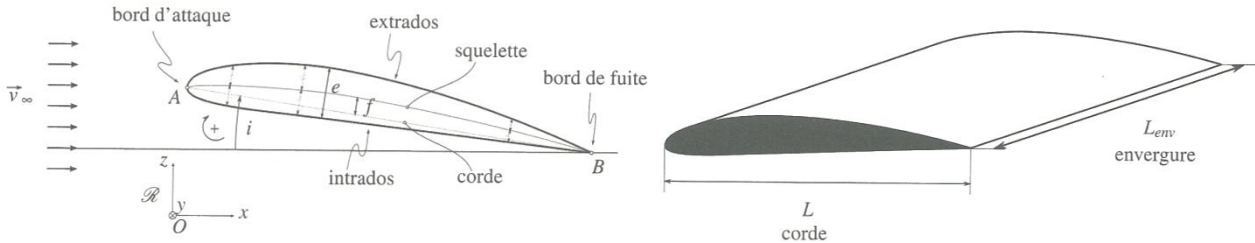
- Observation des régimes d'écoulement en fonction de R_e : cf. documents joints.
- Force de traînée : $\vec{F}_D = \frac{1}{2} C_x \rho S V_{\infty}^2 \vec{e}$, où $V_{\infty} \vec{e}$ est la vitesse du fluide relativement à l'obstacle.
- $C_x = f(R_e)$: http://www.lycee-champollion.fr/IMG/pdf/coefficient_de_trainee.pdf
- Notion de couche limite : couche limite laminaire – couche limite turbulente - Décollement de la couche limite.



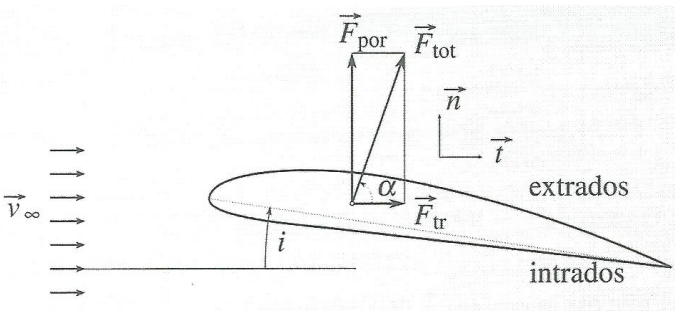
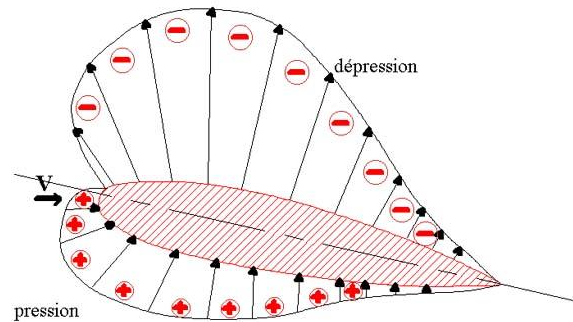
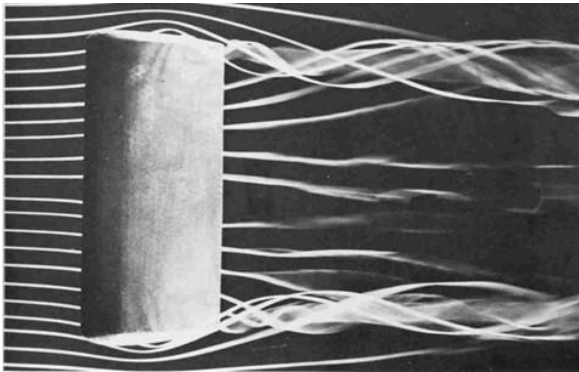


2. Aile d'avion

- Terminologie



- Force de tra&icaron;e – Force de portance



<https://www.youtube.com/watch?v=6UIsArvbTeo>

- C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence

