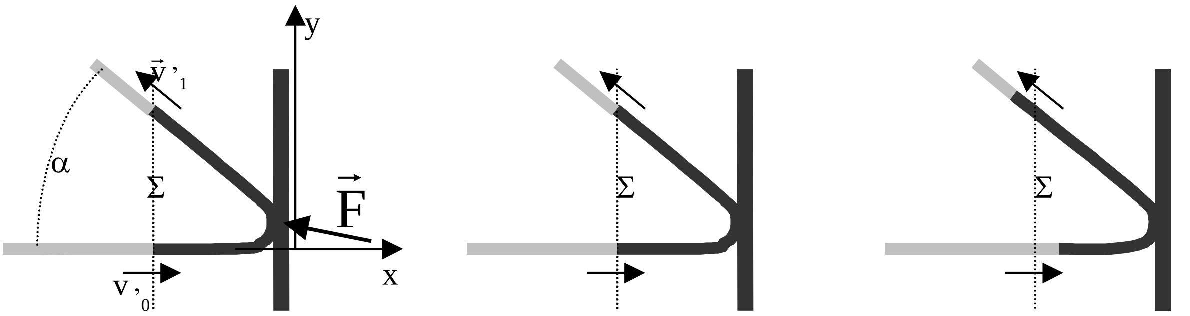
Eléments de correction

1) La vitesse du jet incident est, dans le référentiel $\mathcal{R}'$, $\vec{v}_0' = (v_0 - V)\vec{e}_x$
On a donc : $D_m = \rho S v_0$ et $D'_m = \rho S(v_0 - V)$.
D'où : $D'_m = D_m\left(1 - \dfrac{V}{v_0}\right)$.

2) Dans $\mathcal{R}'$, l'écoulement est stationnaire.
On néglige l'action de la pesanteur en se limitant à l'environnement immédiat du point d'impact (sinon, plus loin, la pesanteur peut incurver les trajectoires du fluide).

La vitesse de translation $\vec{V}$ étant constante, $\mathcal{R}'$ est galiléen.

Soit $\mathcal{S}$ le système ouvert constitué par l'eau contenue entre la plaque et une surface Σ fixe dans $\mathcal{R}'$ (matérialisée par les pointillés sur les schémas ci-dessous) et par la plaque (c'est le système contenu dans le volume de contrôle).
Soit $\mathcal{S}^*$ le système fermé coïncidant à l'instant t.



Système ouvert S | Système fermé S* à l'instant t | Système fermé S* à l'instant t+dt

Entre les instants t et t + dt, une masse $\delta m = D'_m\,dt$ entre dans $\mathcal{S}$ avec une vitesse $\vec{v}'_0$ et une quantité de même masse en sort avec la vitesse $\vec{v}'_1$.

- **Bilan d'énergie cinétique** (dans $\mathcal{R}'$ galiléen)

A l'instant t : $\mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t) = \mathcal{E}_{K\mathcal{S}}(t)$

A l'instant t + dt : $\mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t+dt) = \mathcal{E}_{K\mathcal{S}}(t+dt) - \frac{1}{2}\,D'_m\,dt\,v_0'^2 + \frac{1}{2}\,D'_m\,dt\,v_1'^2$

L'écoulement étant stationnaire : $\mathcal{E}_{K\mathcal{S}}(t+dt) = \mathcal{E}_{K\mathcal{S}}(t)$

D'où : $\mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t+dt) = \mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t+dt) - D'_m\,dt\,(v_0'^2 - v_1'^2)$.

En l'absence de viscosité, la puissance des forces intérieures à $\mathcal{S}^*$ est nulle.
La plaque étant immobile (dans $\mathcal{R}'$), la puissance de la force $\vec{F}$ est nulle.

On peut donc, d'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système fermé $\mathcal{S}^*$ écrire :
$\mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t+dt) = \mathcal{E}_{K\mathcal{S}^*}(t)$ ce qui entraîne $v'_0 = v'_1$.

Dans $\mathcal{R}'$, la vitesse (scalaire) du jet se conserve.
En d'autres termes, le rebond est élastique en l'absence de viscosité.

On en déduit l'expression de $\vec{v}'_1$: $\vec{v}'_1 = v'_0\,(-\cos\alpha\;\vec{e}_x + \sin\alpha\;\vec{e}_y)$

- **Bilan de quantité de mouvement** (toujours dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}'$)

A l'instant t : $\vec{p}_{\mathcal{S}^*}(t) = \vec{p}_{\mathcal{S}}(t)$

A l'instant t+dt : $\vec{p}_{\mathcal{S}^*}(t + dt) = \vec{p}_{\mathcal{S}}(t + dt) + D'_m\, dt\, (\vec{v}'_1 - \vec{v}'_0)$

L'écoulement étant stationnaire : $\vec{p}_{\mathcal{S}}(t + dt) = \vec{p}_{\mathcal{S}}(t)$.

D'où : $\vec{p}_{\mathcal{S}^*}(t+ dt) - \vec{p}_{\mathcal{S}^*}(t) = D'_m\, dt\, (\vec{v}'_1 - \vec{v}'_0)$.

La pression étant uniforme, la seule force extérieure est la force exercée sur la plaque puisqu'on néglige les effets de la pesanteur.

D'après le théorème de la résultante cinétique appliqué dans $\mathcal{R}'$ galiléen au système fermé $\mathcal{S}^*$:

$\frac{d\vec{p}}{dt} = D'_m(\vec{v}'_1 - \vec{v}'_0) = \vec{F}$. Finalement :

$$\vec{F} = \mathbf{D_m}\left(\mathbf{1} - \frac{V}{v_0}\right)^2 v_0\left[-\,(\mathbf{1} + \cos\alpha)\overrightarrow{e_x} + \sin\alpha\,\overrightarrow{e_y}\right]$$