Un QCM sur les fonctions

Pour chacun des items suivants, choisir la bonne réponse parmi celles qui sont proposées. Et puisque vous êtes désormais en prépa : attendez-vous à devoir **justifier** votre choix!

1. Le nombre $A = 2\ln\left(\frac{e}{4}\right) + 5\ln(2) + \ln\left(\frac{8}{e}\right)$ est égal à :

a) $1 + 4\ln(2)$ b) $4\ln(2) + 3$ c) $2\ln(5) + 1$ d) $8\ln(2)$

2. Pour tout réel x, le nombre $\frac{e^x - 1}{e^x + 2}$ est égal à :

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 2}$ c) $\frac{1 - e^{-x}}{1 + 2e^{-x}}$

3. L'égalité $\ln\big(\exp(x)\big) = x$:

a) n'est vraie que pour tout réel $x \in]0; +\infty[$
b) est vraie pour tout réel x
c) n'est jamais vraie
d) n'est vraie que pour tout réel $x > 1$

4. L'égalité $\exp\big(\ln(x)\big) = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :

a) $[0; +\infty[$ b) $\mathbb{R}$ c) $]0; +\infty[$ d) $[-1; +\infty[$

5. L'égalité $\ln(x^2 - 1) = \ln(x - 1) + \ln(x + 1)$ est vraie pour tout x de :

a) $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ b) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ c) $]1; +\infty[$.

6. Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$.

i. L'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g est égal à :

a) $]0; +\infty[$ b) $\mathbb{R}^*$ c) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

ii. L'équation $g(x) = 3$ admet pour solution :

a) e^3 b) $\ln(3)$ c) Aucune solution

7. On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(1 - x^2)$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f.

i. L'ensemble de définition de la fonction f est :

a) $]0; +\infty[$ b) $[-1; 1]$ c) $]-1; 1[$ d) $]1; +\infty[$

ii. Le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $\frac{1}{2}$ a pour ordonnée :

a) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ b) $\ln(1) - \ln\left(\frac{1}{4}\right)$ c) $\ln(3) - 2\ln(2)$ d) $-0,2876820725$

8. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x - x\ln(x)$.

i. $f(3e)$ est égal à :

a) $6e - 3e\ln(3)$ b) $3e\big(1 - \ln(3)\big)$ c) $3e^2\ln(3e)$

ii. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :

a) $\mathcal{S} = \{0; e^2\}$ b) $\mathcal{S} = \{e^2\}$ c) $\mathcal{S} = \{\ln(2)\}$

iii. Une primitive de la fonction f sur $]0;+\infty[$ est la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par :

a) $F(x) = 1 - \ln(x)$ b) $F(x) = \dfrac{5}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}x^2\ln(x)$ c) $F(x) = x^2 - x^2\ln(x)$

9. L'ensemble des solutions de l'équation $2\ln(x) = \ln(2x+3)$ est :

a) L'ensemble vide b) $\{-1,3\}$ c) $\{3\}$

10. Dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} + e^x - 6 = 0$ possède

a) 2 solutions b) 1 solution c) 0 solution

11. Dans $]0;+\infty[$, l'équation $\big(\ln(x)\big)^2 + \ln(x) - 6 = 0$ possède

a) 2 solutions b) 1 solution c) 0 solution

12. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $e^{3x} - 1 \geqslant 0$ est l'intervalle :

a) $[0;+\infty[$ b) $[1;+\infty[$ c) $[\dfrac{1}{3};+\infty[$

13. On considère l'inéquation : $\ln(3-x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :

a) $]0;3]$ b) $[2;+\infty[$ c) $[2;3[$ d) $]0;2]$

14. On résout l'inéquation : $\ln(x) + \ln(2) \geqslant \ln(3x-6)$ d'inconnue x réelle. L'ensemble des solutions est :

a) $]2;6]$ b) $[6;+\infty[$ c) $]0;6]$ d) $]0;4]$

15. On considère la fonction g définie sur $]1;+\infty[$ par $g(x) = \ln\big(\ln(x)\big)$.

i. Sur $]1;+\infty[$, l'inéquation $g(x) > 0$ admet comme ensemble de solutions :

a) $]1;e[$ b) $]1;+\infty[$ c) $]e;+\infty[$ d) $[e;+\infty[$

ii. Sur $]1;+\infty[$, l'expression de la dérivée de la fonction g est égale à :

a) $\dfrac{1}{\ln(x)}$ b) $\dfrac{1}{x} \times \dfrac{1}{x}$ c) x d) $\dfrac{1}{x\ln(x)}$

16. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\left(1 - \dfrac{2}{100}\right)^x \leqslant 0,5$ est :

a) $\mathcal{S} = \left]-\infty;\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}\right[$ b) $\mathcal{S} = \left[\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)};+\infty\right[$ c) $\mathcal{S} = \left[\ln\left(\dfrac{0,5}{0,98}\right);+\infty\right[$

17. On désigne par f une fonction définie sur l'intervalle $I =]-1;+\infty[$.

i. Si f est strictement croissante sur $[10;+\infty[$, et si g est définie par : $g(x) = e^{-f(x)}$, alors :
   a) g est strictement croissante sur $[10;+\infty[$
   b) On ne peut pas déterminer le sens de variation de g
   c) g est strictement décroissante sur $[10;+\infty[$

ii. Si la fonction u est définie par $u(x) = \ln\big(f(x)\big)$ alors :
   a) la fonction u est définie sur $]0;+\infty[$.
   b) la fonction u est définie sur I.
   c) on ne peut pas donner le domaine de définition de la fonction u.

18. Chacune des quatre questions ci-dessous concerne une fonction f définie et dérivable sur $[-5;6]$, dont on donne le tableau de variations :

x	-5		-4		2		4		6
f	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

i. Si a et b sont deux réels tels que $2 < a < b < 4$, alors :
a) $f(a) > f(b)$
b) $f(a) < f(b)$
c) on ne peut pas comparer $f(a)$ et $f(b)$

ii. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est :

a) 1 b) 2 c) 3

iii. On peut affirmer que :
a) $\displaystyle\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x < 0$
b) $\displaystyle\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x > 0$
c) avec les données on ne peut pas connaître le signe de $\displaystyle\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x$

iv. Si g est la fonction définie sur $[-5;6]$ par $g(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$, alors :
a) l'équation $f(x) = g(x)$ n'a pas de solution
b) l'équation $f(x) = g(x)$ a une unique solution
c) on ne peut pas se prononcer sur le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

19. La fonction dérivée de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2\big(\ln(x) + 3\big)$, est la fonction f' définie sur $]0;+\infty[$ par :

a) $f'(x) = 2x\ln(x) + 7$ b) $f'(x) = 2x\ln(x) + 5x$ c) $f'(x) = x\big(2\ln(x)+7\big)$ d) $f'(x) = 2x \times \dfrac{1}{x}$

20. Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ et f' sa fonction dérivée. On a :

a) $f'(x) = \dfrac{\ln(x) - 1}{x^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{1 - \ln(x)}{x^2}$ c) $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}$ d) $f'(x) = \dfrac{1 + \ln(x)}{x^2}$

21. Sur $\mathbb{R}$, une primitive de la fonction $f :\ x \mapsto e^{-2x+3}$ est :

a) $F :\ x \mapsto -2e^{-2x+3}$ b) $F :\ x \mapsto e^{-2x+3}$ c) $F :\ x \mapsto -\dfrac{1}{2}e^{-2x+3}$

22. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 1$ est :

a) $F :\ x \mapsto x\ln(x) + x$ b) $F :\ x \mapsto x\ln(x)$ c) $F :\ x \mapsto \dfrac{1}{x}$

23. Soit f la fonction dérivable définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x+1} - 4$. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 admet pour équation :

a) $y = x + 3$ b) $y = x - 5$ c) $y = -x - 3$ d) $y = 2x - 6$

24. Soit $I = \int_2^7 \left(2x + 1 - \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$; alors :

a) $I = 50 + \ln\left(\frac{2}{7}\right)$ b) $I = 48,7$ c) $I = 10 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2}$

25. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$, et f' désigne sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$. Alors :

a) $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$ b) $f'(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$ c) $f'(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$ d) $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

26. La fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4}e^{-2x} + \ln(2x + 4)$ est une primitive sur l'intervalle $]-2; +\infty[$ de la fonction g définie sur $]-2; +\infty[$ par :

a) $g(x) = \dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{2}{x + 2}$ b) $g(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{1}{x + 2}$ c) $g(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{1}{2x + 4}$

27. La primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x}$ telle que $F(1) = 1$ vérifie :

a) $F(x) = \dfrac{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2} - \dfrac{17}{3}$

b) $F(x) = x^2 - x + 3\ln(x) + 1$

c) $F(x) = x^2 - 1 + 3\ln(x)$

d) $F(x) = 2 - \dfrac{3}{x^2} + 1$

28. Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2}; 5\right[$ par $f(x) = -x + 2 + \ln(x + 1)$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

i. $\mathcal{C}$ admet une tangente horizontale au point :

a) $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} + \ln(2)\right)$ b) $B(0; 2)$ c) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} + \ln(2)\right)$

ii. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}; 5\right[$ est égal à :

a) 0 b) 1 c) 2

29. Soit f la fonction définie sur $]4; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{8}{x - 4}$.

i. Une autre expression de $f(x)$ est :

a) $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{2}{x - 1}$ b) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 9x + 12}{4 - x}$ c) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 9x - 2}{x - 4}$

ii. Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4; +\infty[$. Une expression de $f'(x)$ est :

a) $f'(x) = -2 - \dfrac{8}{(x - 4)^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{(2 - x)(x - 6)}{(x - 4)^2}$ c) $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x - 24}{(x - 4)^2}$

iii. Une primitive $x \mapsto F(x)$ de f sur $]4; +\infty[$ est donnée par :

a) $F(x) = -x^2 + x + 8(x - 4)^2$ b) $F(x) = -x^2 + x + 8\ln(x - 4)$ c) $F(x) = -x^2 + x - 8\ln(x - 4)$