

## Ondes sonores dans les fluides

Ce sont de **petites variations** (de moyenne nulle) des champs de pression  $p$  (surpression ou dépression), de vitesse  $\vec{v}$  et de masse volumique  $\mu$  ( $p$  et  $\mu$  de signe quelconque) du milieu fluide autour de ses valeurs de repos  $p_0$ ,  $\vec{0}$ , et  $\rho_0$ . Elles obéissent aux lois de la mécanique des fluides et de la thermodynamique où on ne retient que les termes dominants des petites variations. Elles sont ainsi linéarisées.

### Aspect thermodynamique

La propagation, de proche en proche, de l'onde est due **aux propriétés élastiques** du milieu. On choisit de traiter un fluide parfait. De ce fait, les particules de fluide subissent des évolutions isentropiques (pas d'échanges de chaleur entre elles et absence de phénomènes irréversibles). On choisira de représenter les propriétés élastiques du fluide par son coefficient de

compressibilité isentropique :  $\chi_s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_s$  soit  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s$ .

**Equations linéarisées** Euler :  $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad} p}$  Masse :  $\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\rho_0 \text{div} \vec{v}$ . La prise en

compte de la relation thermodynamique  $\mu = \rho_0 \chi_s p$  (qu'on peut écrire aussi  $\frac{\partial \mu}{\partial t} = \rho_0 \chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$ )

conduit aux deux **équations couplées** qui régissent le phénomène des ondes sonores :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad} p} \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_s} \text{div} \vec{v} \quad (2)$$

### Equations de D'Alembert

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \Delta \vec{v} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{où} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$$

représente la célérité d'une onde plane progressive dans le milieu fluide.

**Onde Plane Progressive** En choisissant la direction de propagation comme axe Ox, on a :

$p(x,t) = f\left(t + \text{ou} - \frac{x}{c}\right)$ . Les champs de vitesse et de déplacement du fluide sont

**longitudinaux**. Pour une OPP :  $p\left(t - \varepsilon \frac{x}{c}\right) = \varepsilon \rho_0 c v\left(t - \varepsilon \frac{x}{c}\right)$  ( $\varepsilon = +\text{ou} -1$ )

**Résistivité (ou impédance acoustique) d'un milieu** On la définit par :  $Z = \rho_0 c$

On note que c'est le rapport  $p/v$  pour une OPP allant dans le sens des  $x$  croissants.

**Aspects énergétiques**  $e_s = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2$  est la **densité volumique d'énergie** d'une

onde sonore (énergie cinétique et potentielle élastique). **Son transport** est mesuré par le **flux du vecteur** densité de flux de puissance sonore  $\vec{\Pi} = p\vec{v}$  (unité  $W/m^2$ ). Ils vérifient le bilan

local d'énergie :  $-\frac{\partial e_s}{\partial t} = \text{div}(\vec{\Pi})$  où il n'y a pas de pertes (fluide parfait).

### Réflexion et transmission des ondes sonores

Lors d'un changement de milieu de propagation on a :

- continuité de la surpression - continuité du débit volumique (qui implique souvent celui de la vitesse).