Résolution de problème : Crayon de combustible nucléaire

Dans un réacteur nucléaire le combustible est de l'uranium ; ce dernier est enfermé dans une gaine cylindrique de zirconium d'épaisseur négligeable, de rayon R, de longueur L = 4m.

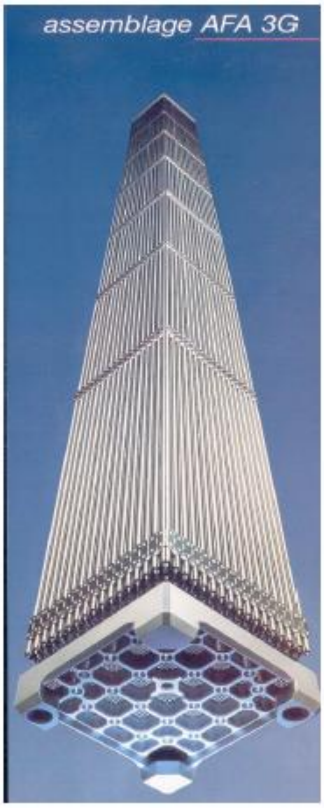
L'ensemble uranium-gaine constitue un "crayon" de combustible nucléaire ; l'uranium contenu dans chaque crayon dégage, du fait de la radioactivité une puissance volumique $\phi = 200\ \mathrm{MW.m^{-3}}$.

La température du milieu extérieur aux crayons est maintenue constante égale à 600 K (eau pressurisée par exemple).

La conductivité thermique du crayon vaut $3\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$ et la température de fusion du combustible vaut 2900 K.

Donner un ordre de grandeur du rayon R compatible avec la non-fusion du combustible nucléaire.

Photos ci-dessous : crayons de combustibles prêts à être montés et assemblage de crayons



CORRIGE

On considère un crayon de combustible nucléaire assimilé à un cylindre de rayon R, et de longueur L. L'objectif de l'exercice est de déterminer R pour que le combustible n'entre pas en fusion. On sait initialement que la température extérieure est constante égale à 600K, et que l'uranium dans le crayon dégage une puissance volumique Φ = 200 MW.m^{-3}.

Il faut d'abord faire un certain nombre d'hypothèses et de remarques pour pouvoir modéliser :

- La première est de considérer le milieu homogène et isotrope.
- La seconde consiste à se placer en régime permanent.
- On écrira la continuité du flux à l'interface entre le crayon et l'eau dans lequel il est plongé.
- Il faut utiliser les échanges conducto-convectifs mais on ne connait pas le coefficient h de la loi de Newton. En négligeant une couche limite à la surface du métal, on peut écrire T(R)=T(R+)=T(R-)=600K, hypothèse du contact parfait.
- La température est évidemment maximale au centre et doit rester inférieure à T(0)=2900K qui est la température limite de fusion.
- On ne connait ni ρ, ni c (capacité thermique massique de l'uranium)…
- On fait l'hypothèse qu'il n'y a pas d'effets de bords. Celle-ci est raisonnable d'après les photos : on voit en effet que le rayon du tube est négligeable par rapport à sa longueur.
- Du fait de la géométrie cylindrique, on a une symétrie de révolution autour de l'axe du crayon.

  - La température n'est fonction que de r, de même que le flux thermique.

  - Le RP donne $\delta Q=0$

On fait un bilan d'énergie sur le système constitué du cylindre « infini » de rayon r :

$j_{th}(r)Sdt = \Phi Vdt$. La densité de courant thermique en 0 est nulle d'après nos hypothèses. On peut donc écrire que $j_{th}(r)= \Phi^*V/S$.

$S=2\pi Lr$ et $V=\pi r^2L$ car les échanges sont fait uniquement avec la surface latérale extérieure (effets de bords négligés). Si on applique la loi de Fourier, licite d'après la première hypothèse. $j_{th}(r) = - \lambda\,(dT/dr)$

$dT/dr = - \Phi^*r/2\lambda$.

On peut faire le bilan sur la couche cylindrique d'épaisseur dr et de hauteur L comprise entre r et r + dr ; cela donne le même résultat.

En intégrant :

$T(r) = - \Phi^*r^2/4\lambda+A$ On évalue en R pour déterminer A : T(R) = 600K

$T(r) = \Phi^*(R^2-r^2)/4\lambda + 600$

On évalue ensuite en 0 : T(0) = 2900K, et on en déduit R.

R = 5mm environ, ce qui correspond bien à ce que l'on voit sur la photo.

Remarque : les crayons ont en fait un rayon de 1 cm, ce qui est tout à fait en accord avec le résultat ci-dessus.