

ψ^* 2020 : TD 13 des 14 et 16 décembre

Séries entières

1. $G : x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ avec $c_n = (-1)^n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$, x complexe.

Rayon de convergence, domaine de définition, expression.

2. Montrer que $H : x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} x^n$ est \mathcal{C}^0 sur I à préciser, et \mathcal{C}^∞ sur l'intérieur de I .

Est-elle dérivable en -1 ?

3. $F : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \sin(n\theta) x^n$ avec x complexe et $\theta \in]0, \pi[$ fixé.

Rayon de convergence, domaine de définition, expression.

4. $G : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{n} x^n$ avec x réel et $\theta \in]0, \pi[$ fixé.

Rayon de convergence, expression pour $x \in]-1, 1[$.

5. Existence, rayon, coefficients du DSE de arcsin.

6. Domaine de définition et expression explicite sur $]-R, R[$ des fonctions de variable réelle :

a. $F : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^{2n+1}$

b. $G : x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} x^n$

c. $H : x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^n$