

ψ^* 2020 : TD 17 des 25 et 27 janvier

Probabilités

- Deux joueurs A et B jouent aux dés avec 2 dés équilibrés indiscernables. A gagne dès qu'il obtient une somme de 6, B gagne dès qu'il obtient une somme de 7. A lance en premier, ensuite ils lancent alternativement.
 - Calculer la probabilité que la partie ne s'arrête pas (on justifiera d'abord que c'est un évènement).
 - Calculer la probabilité que A gagne (idem).
 - Calculer la probabilité que B gagne (idem).
- On lance 2 dés identiques mais pas équilibrés : la probabilité que chacun donne k est p_k . On définit $G : x \mapsto \sum_{k=1}^6 p_k x^k = \sum_{k \in \mathbb{N}} p_k x^k$ en complétant la série par des p_k nuls.
 - On note S la variable aléatoire qui donne la somme des 2 dés. Calculer $\mathbb{P}(S = n)$.
 - Exprimer $F : x \mapsto \sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(S = n) x^n$ à l'aide de G .
 - Est-il possible de choisir les p_k de telle sorte que S suive une loi uniforme ?
- Une puce se déplace sur le tableau ci-dessous :

a	b
c	d

La case d est enduite de colle. A l'instant 0 la puce est en a, ensuite à chaque instant elle saute de manière équiprobable sur une des 2 cases adjacentes, sauf quand elle atterrit en d où elle reste collée.

On note a_n la probabilités que la puce soit en a à l'instant n , et on définit de même b_n, c_n, d_n .

- Établir les relations de récurrence reliant les suites a, b, c, d .
- Calculer a_n , puis b_n, c_n, d_n .
- Calculer la probabilité que la puce n'arrive jamais en case d.
- Calculer le temps moyen mis par la puce pour arriver en d.