

ψ^* 2018 : TD 16 des 21 et 23 janvier

Probabilités

1. Deux joueurs A et B jouent aux dés avec 2 dés honnêtes indiscernables. A gagne dès qu'il obtient une somme de 6, B gagne dès qu'il obtient une somme de 7. A lance en premier, ensuite ils lancent alternativement.

- Calculer la probabilité que la partie ne s'arrête pas.
- Calculer la probabilité que A gagne.
- Calculer la probabilité que B gagne.

2. On lance 2 dés identiques mais pas équilibrés : la probabilité que chacun donne k est p_k . Est-il possible de choisir les p_k de telle sorte que la somme des points obtenus suive une loi uniforme ?

Méthode : on traduira la contrainte d'équiprobabilité à l'aide du polynôme $Q = \sum_{k=1}^6 p_k X^k$

3. La tortue défie le lièvre avec la règle suivante : le lièvre lance 2 dés, s'il obtient une somme de 12 il avance de 25 cases, sinon la tortue avance d'une case et le lièvre rejoue.

- Quelle est la probabilité que le lièvre ne décolle jamais ?
- Quelle est la probabilité que le lièvre n'arrive jamais à 50 ?
- Si on met l'arrivée à 50, quelle est la probabilité que le lièvre gagne ?
- À quelle case faut-il mettre l'arrivée pour que le jeu soit le plus équilibré possible ?
- S'il n'y a pas d'arrivée, quelle est la distance moyenne parcourue par la tortue ?

4. Une puce se déplace sur le tableau ci-dessous :

a	b
c	d

La case d est enduite de colle. A l'instant 0 la puce est en a, ensuite à chaque instant elle saute de manière équiprobable sur une des 2 cases adjacentes, sauf quand elle atterrit en d où elle reste collée.

On note a_n, b_n, c_n, d_n les probabilités que la puce soit sur la case correspondante à l'instant n .

- Établir les relations de récurrence reliant les suites a, b, c, d .
- Calculer a_n , puis b_n, c_n, d_n .
- Calculer la probabilité que la puce n'arrive jamais en case d.
- Calculer le temps moyen mis par la puce pour arriver en d.
- Refaire les calculs avec le protocole suivant : à chaque instant la puce reste en place ou saute sur une des 2 cases adjacentes, de manière équiprobable.