

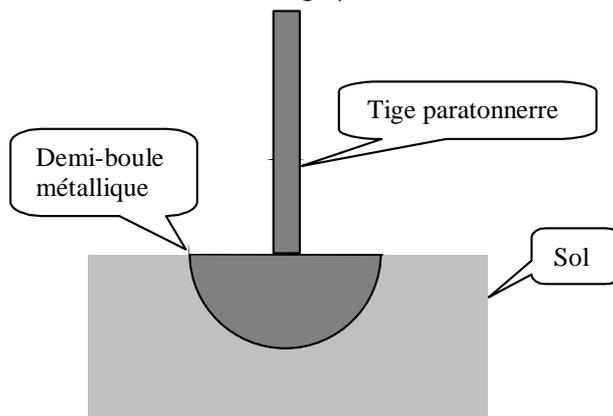
PSI* 2015 - 2016
TD N°5 - CHARGES ET COURANTS

EXERCICE 1 : Risque d'électrocution

Lorsque le courant de foudre d'un impact direct sur un paratonnerre s'écoule par la prise de terre d'une installation, de fortes surtensions peuvent apparaître.

La résistance de la prise de terre ne doit pas excéder 30 ohms. Celle-ci est constituée d'une demi-sphère métallique pleine, de rayon a , placée dans un sol de résistivité $\rho \cong 100 \Omega \cdot m$.

Un courant de foudre, d'intensité I , arrive sur la tige paratonnerre fixée au centre C de l'hémisphère.



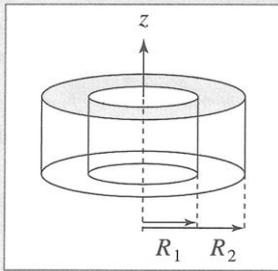
- 1 - Prévoir qualitativement la forme des lignes de courant dans la terre ?
- 2 - En déduire, à la distance $r > a$, la densité de courant $j(r)$ et le potentiel $V(r)$, ce dernier étant nul à l'infini ; on rappelle que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$.
- 3 - Déterminer la valeur du potentiel U pris par la demi-sphère.
- 4 - La résistance de la terre étant définie par $R = \frac{U}{I}$, calculer le rayon a de l'hémisphère de telle manière que la valeur de la résistance soit inférieure à 30 ohms.
- 5 - La tension de pas V_p étant définie comme la différence de potentiel entre deux points de la surface du sol distants de un mètre et situés sur la même droite issue du centre C de l'hémisphère, calculer cette tension de pas pour un courant $I = 50 \text{ kA}$ à 10 mètres puis à 100 mètres de la prise de terre.
- 6 - Sachant que la résistance entre les deux pieds d'une personne est de 2500Ω , quel serait l'ordre de grandeur de l'intensité qui s'écoulerait à travers le corps de la personne ?
- 7 - Sachant que l'intensité dans la personne ne doit pas dépasser 25 mA, à quelle distance doit-elle se trouver du point d'impact pour ne pas être électrocutée ?

$$\overrightarrow{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi.$$

EXERCICE 2 : Effet de magnétorésistance

A. Résistance entre deux cylindres

Deux cylindres conducteurs coaxiaux, de hauteur h et de rayon R_1 et R_2 respectivement, sont séparés par un milieu conducteur ohmique de conductivité γ . Un courant I circule dans ce système lorsqu'il est soumis à une tension $U = V(R_1) - V(R_2)$.



1) Déterminer la résistance R de ce système de deux manières différentes (on négligera tout effet de bord).

2) Proposer une analogie avec une situation géométriquement semblable correspondant à un phénomène de conduction thermique, en régime permanent, dans un milieu satisfaisant à la loi de Fourier et de conductivité thermique λ .

Quelle est la résistance thermique R_{th} correspondante ?

B. Présence d'un champ magnétique

La résistance précédente est plongée dans un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$.

Le champ électrique est encore radial, mais la répartition des lignes de courant est altérée par la présence du champ magnétique.

1) Déterminer le nouveau vecteur densité volumique de courant \vec{j} .

On pourra noter $\mu = \frac{q\tau}{m}$ la mobilité des porteurs de charge (de charge q et de masse m) du milieu ohmique et

on exprimera \vec{j} par ses composantes dans la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

2) Quelle est la nouvelle expression de la résistance du système ?

Comparer celle-ci à la valeur de la résistance en l'absence de champ magnétique, en utilisant les ordres de grandeur relatifs à un bon conducteur et pour un champ magnétique de 10 teslas.

A.N. : $q = -e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et $\tau \approx 10^{-14} \text{ s}$.

EXERCICE 3 : Conductivité d'une solution électrolytique

On modélise une cellule d'un conductimètre par deux électrodes planes de surface rectangulaire S d'axe Ox , comprise entre les plans d'équations $x=0$ et $x=L$, contenant une solution aqueuse de sulfate de cuivre. Cette solution contient différents types d'ions A_i de charge q_i et de masse m_i ; on note n_i le nombre d'ions A_i par unité de volume. Soit U la différence de potentiel constante entre les plans $x=0$ et $x=L$ telle que dans le cylindre règne un champ électrostatique uniforme et stationnaire $\vec{E} = \frac{U}{L} \vec{u}_x$ où \vec{u}_x est le vecteur unitaire de l'axe Ox . Les ions A_i sont alors soumis à la force électrostatique correspondante $q_i \vec{E}$ et à une force de frottement fluide de la forme $-f_i \vec{v}_i$ où \vec{v}_i est leur vitesse et f_i un coefficient positif.

Écrire l'équation différentielle du mouvement d'un ion A_i . Dans la suite, on se place en régime permanent; montrer que $\vec{v}_i = \mu_i \vec{E}$ et exprimer le coefficient μ_i (mobilité de l'ion) en fonction de q_i et f_i .

Quel est le nombre dN_i d'ions A_i franchissant une section d'abscisse donnée de la cellule entre les dates t et $t+dt$? Quelle charge dQ_i transportent ces ions pendant dt ? En déduire la contribution I_i des ions A_i à l'intensité I du courant traversant la cellule en fonction de q_i , f_i , n_i , L , S et U . Vérifier que le signe de q_i n'influe pas sur le signe de l'intensité du courant.

En déduire que la résistance R du cylindre s'écrit $R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$ et donner l'expression de la conductivité σ en fonction d'abord des n_i , q_i , f_i , puis des n_i , q_i , μ_i .