

TD Physique N°2 - Electronique - Oscillateurs

Les détecteurs de véhicules dits à boucle inductive sont actuellement de loin les plus répandus, tant pour le contrôle des flux sur autoroutes que pour la détection automatique pour le déclenchement de feux tricolores ou de barrières de sécurité. Le principe de fonctionnement d'un détecteur à boucle inductive est le suivant : un enroulement de fil électrique placé dans une tranchée rectangulaire en travers de la chaussée est relié à une borne contenant un oscillateur quasi-sinusoïdal. Ce dernier génère dans la boucle un courant sinusoïdal à l'origine du phénomène d'induction électromagnétique. Lorsque qu'un véhicule est à proximité immédiate de la boucle, le coefficient d'inductance de cette boucle est modifié et donc la fréquence de l'oscillateur aussi. Un fréquencemètre permet ainsi de détecter le véhicule passant au-dessus de la boucle.

A. Étude de l'oscillateur quasi-sinusoïdal

La boucle rectangulaire enterrée dans la chaussée est constituée de plusieurs tours (généralement compris entre 3 et 5). Son schéma électrique équivalent est celui représenté sur la figure 4. L , R_b et C_b représentent respectivement l'inductance, la résistance et la capacité de la boucle.

La résistance R_b modélise l'ensemble des pertes engendrant une dissipation d'énergie du fait du passage d'un courant dans la boucle enterrée. On peut distinguer dans R_b deux contributions : une provenant du câble lui-même et une autre provenant de son environnement.

1. Quel phénomène est à l'origine de la dissipation d'énergie dans le câble ?

Simulation d'une résistance négative

Pour compenser les pertes dues à la résistance R_b , l'oscillateur doit comporter une source d'énergie. Pour cela, on utilise le dipôle de la figure 5.

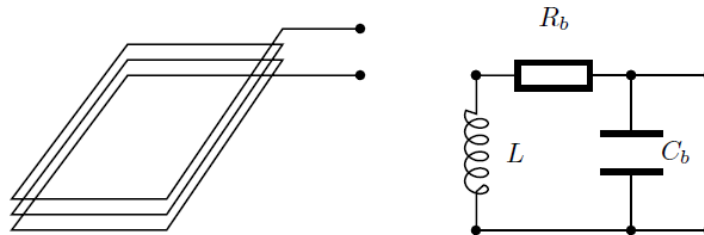


FIGURE 4 – Modélisation de la boucle inductive

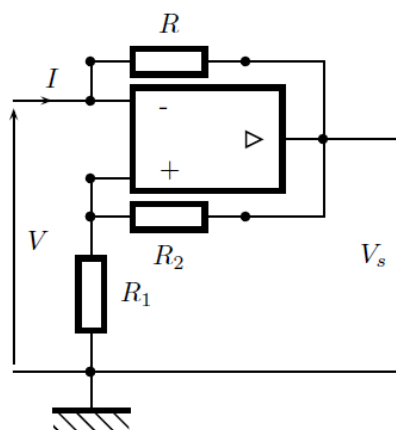


FIGURE 5 – Résistance négative

2. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, déterminer les relations donnant V en fonction de I et V_s en fonction de I .

3. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime saturé avec $V_s = +V_{sat}$, déterminer la relation donnant V en fonction de I . Faire de même si $V_s = -V_{sat}$.

4. Tracer la caractéristique statique V en fonction de I du dipôle de la figure 5. Montrer que dans un intervalle donné de V : $V \in [-V_0, V_0]$ le circuit se comporte comme une résistance négative de valeur $-R_n$ avec $R_n > 0$. Exprimer R_n et V_0 en fonction de R_1, R_2, R et V_{sat} .

Étude de l'oscillateur

L'oscillateur est constitué par la mise en parallèle de la boucle inductive enterrée, d'un condensateur de capacité C_s et du dipôle étudié à la question précédente. On suppose que ce dernier est en régime linéaire de sorte que l'on peut l'assimiler à une résistance négative $-R_n$. On peut ainsi dessiner le schéma électrique équivalent de l'oscillateur, représenté sur la figure 6.

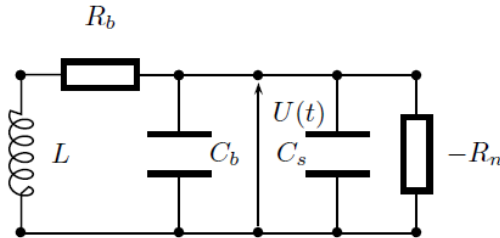


FIGURE 6 – Circuit complet

5. Justifier que l'on puisse remplacer les deux condensateurs par un seul de capacité C_{eq} dont on donnera l'expression en fonction de C_b et C_s .

6. Montrer que la tension $U(t)$ aux bornes de la boucle vérifie une équation différentielle de la forme :

$$a \frac{d^2 U}{dt^2} + b \frac{dU}{dt} + (1 - c)U(t) = 0$$

Donner l'expression de a, b et c en fonction de L, C_{eq}, R_b et R_n .

7. Quelle est la condition nécessaire sur b pour que les solutions de l'équation différentielle soient sinusoïdales ? En déduire la valeur à fixer à R_n en fonction de R_b et Q , avec :

$$Q = \frac{1}{R_b} \sqrt{\frac{L}{C_{eq}}}$$

8. Montrer que les solutions sont effectivement des sinusoïdes si $Q > Q_{lim}$, inégalité que l'on supposera vérifiée pour la suite. Que vaut Q_{lim} ?

9. Calculer la fréquence f des oscillations en fonction de L, C_{eq} et Q .

En pratique, la condition $Q > Q_{lim}$ n'est pas suffisante pour assurer une bonne stabilité et une bonne fiabilité du montage. La valeur de Q minimale recommandée est de l'ordre de 8.

10. En déduire dans ce cas que l'on peut écrire la relation approchée :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$

avec une erreur relative inférieure à 1%.

On désire que la fréquence d'oscillation f soit de 50 kHz avec une boucle enterrée ayant une inductance $L = 150 \times 10^{-6}$ H, une capacité $C_b = 10$ nF et une résistance $R_b = 0,7 \Omega$.

11. Calculer la valeur de la capacité C_s à intégrer dans le circuit oscillant. La valeur de Q est-elle satisfaisante ? En pratique, la condition $b = 0$ ne permet pas d'amorcer les oscillations.

12. Quel est le signe de b permettant l'amorçage de l'oscillateur ? R_n doit-il ainsi être plus petit ou plus grand que $Q^2 R_b$?

13. Par quoi est limitée l'amplitude des oscillations générées par le circuit ?

B. Étude du fréquencemètre

Les fréquencemètres actuels sont majoritairement numériques. Cette partie étudie le fonctionnement d'un fréquencemètre de type analogique qui va permettre de mesurer les variations de fréquence de l'oscillateur dues à la présence d'un véhicule au-dessus de la boucle enterrée permettant ainsi sa détection. Pour l'ensemble des chronogrammes demandés, il est recommandé de faire figurer les éléments qui vous semblent importants (valeurs particulières, tangentes...).

Étude d'une cellule $R'C'V_0$

On considère le montage de la figure 7, où V_0 symbolise un générateur de tension continue. On suppose nul le courant de sortie i_s .

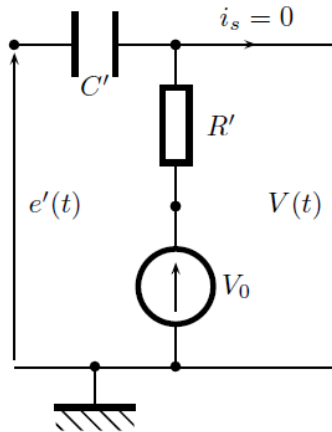


FIGURE 7 – Cellule $R'C'V_0$

14. Déterminer l'équation différentielle reliant $e'(t)$ et $V(t)$.

On s'intéresse à la réponse à une discontinuité de tension : $e'(t) = +E$ pour $t < 0$, $e'(t) = -E$ pour $t > 0$. On suppose que $E > V_0/2$ et l'on se place en régime permanent pour $t < 0$.

15. Que vaut $V(t)$ pour $t < 0$? Que vaut $V(t = 0^+)$ (on précisera également son signe)?

16. Déterminer pour $t > 0$ l'expression du signal de sortie $V(t)$ de la cellule $R'C'V_0$ attaquée par cette discontinuité de tension.

17. Dessiner sur un même graphe les évolutions de $e'(t)$ et $V(t)$.

Étude du module d'entrée du fréquencemètre

On considère le module d'entrée du fréquencemètre représenté sur la figure 8. Il est attaqué par un signal sinusoïdal $e(t)$ de fréquence f avec $f \ll 1/R'C'$. Par ailleurs, la tension continue du générateur est réglée telle que $0 < V_0 < 2V_{sat}$.

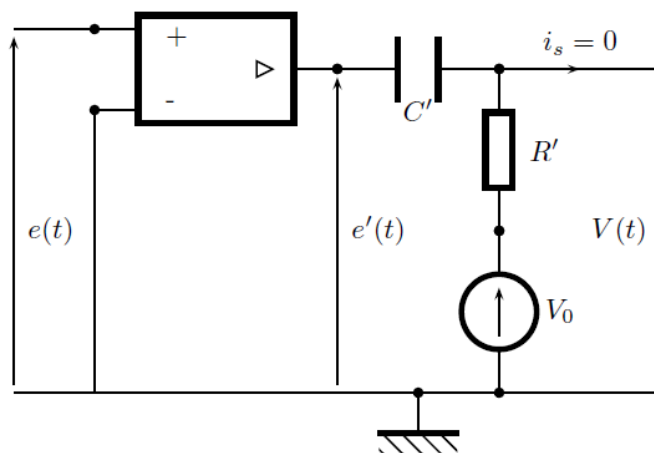


FIGURE 8 – Module d'entrée du fréquencemètre

18. Dessiner sur un même graphe les chronogrammes représentant les évolutions de $e(t)$, $e'(t)$ et $V(t)$ sur une durée supérieure à une période.

Étude du module de sortie

On considère le module de sortie du fréquencemètre représenté sur la figure 9.

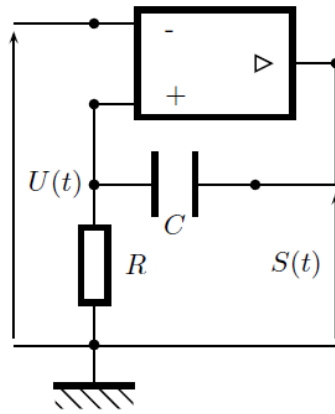


FIGURE 9 – Module de sortie du fréquencemètre

19. L'amplificateur opérationnel fonctionne-t-il en mode linéaire ou non ? Justifier votre réponse.

On suppose qu'à $t = 0$, la charge du condensateur est terminée. On attaque ce module par le signal $U(t)$ de période T , formé d'impulsions rectangulaires alternatives (avec la double inégalité $0 < V_0 < 2V_{sat}$) :

$$\begin{cases} U(t) = -2V_{sat} + V_0 & 0 < t < \tau \\ U(t) = V_0 & \tau < t < T/2 \\ U(t) = 2V_{sat} + V_0 & T/2 < t < T/2 + \tau \\ U(t) = V_0 & T/2 + \tau < t < T \end{cases}$$

On suppose par ailleurs que $\tau \ll RC$.

20. Que vaut la tension en sortie $S(t = 0^-)$ juste avant le front descendant de l'entrée $U(t)$.

21. Montrer que la sortie de l'amplificateur opérationnel bascule entre $t = 0^-$ et $t = 0^+$. Que vaut $V^+(t = 0^+)$? Puisque $\tau \ll RC$, la tension V^+ n'a quasiment pas varié entre les dates $t = 0^+$ et $t = \tau$.

22. La sortie de l'amplificateur opérationnel bascule-t-elle à nouveau entre $t = \tau^-$ et $t = \tau^+$?

23. Étape 1 : $0 < t < t_1$ (l'instant t_1 est défini à la question suivante). Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $V^+(t)$ pour $0 < t < t_1$ et la résoudre.

24. Calculer la date de basculement de la tension $S(t)$, notée t_1 , en fonction de V_{sat} , V_0 , R et C . Préciser la valeur de la tension $V^+(t = t_1^+)$ juste après la date t_1 .

25. Étape 2 : $t_1 < t < T$. Donner l'expression de $V^+(t)$ dans l'étape 2 définie par $t_1 < t < T/2$.

26. L'impulsion rectangulaire positive entre $t = T/2$ et $T/2 + \tau$ envoyée en entrée fait-elle une nouvelle fois basculer la sortie de l'amplificateur opérationnel ?

27. Établir les trois chronogrammes représentant les trois graphes $V^-(t)$, $V^+(t)$ et $S(t)$ sur une période complète T .

28. La forme rectangulaire des impulsions alternatives est-elle déterminante pour le fonctionnement du module de sortie ?

Étude du fréquencemètre analogique

On considère le fréquencemètre analogique décrit sur la figure 10. On envoie en entrée un signal $e(t)$ sinusoïdal de fréquence f : $e(t) = E^* \cos 2\pi ft$.

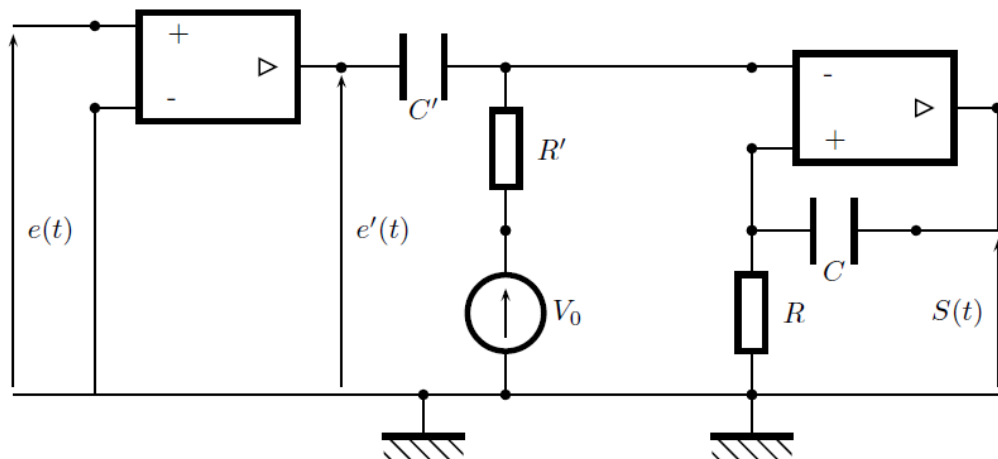


FIGURE 10 – Fréquencemètre analogique

29. Quelle inégalité doivent vérifier les constantes R , C , R' et C' pour appliquer les résultats précédents lorsque le module de sortie est relié à l'entrée du fréquencemètre ?

30. Établir sur une période les cinq chronogrammes représentant les signaux $e(t)$, $e'(t)$, $V^-(t)$, $V^+(t)$ (tensions d'entrée du second amplificateur opérationnel) et $S(t)$ en respectant une même échelle de temps.

31. On note $\langle S \rangle$ la valeur moyenne de $S(t)$ sur une période. Utiliseriez-vous, en pratique, un voltmètre AC ou DC pour mesurer $\langle S \rangle$?

32. Exprimer simplement $f = 1/T$ en fonction de $\langle S \rangle$, V_{sat} et t_0 défini par :

$$t_0 = RC \ln \frac{2V_{sat}}{V_0}$$

Conclure en expliquant la mesure de la fréquence.