EXERCICE 1 : Détermination des caractéristiques d'un filtre

On s'intéresse à un filtre dont la fonction de transfert est : $\underline{F}(j\omega) = \dfrac{\underline{vs}}{\underline{ve}} = \dfrac{F_0}{1 + jQ(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega})}$.

On se propose de déterminer les caractéristiques F_0, Q et ω_0 du filtre à partir des oscillogrammes obtenus en régime périodique pour une tension d'entrée v_e rectangulaire pour deux valeurs de fréquences.

On rappelle la décomposition en série de Fourier de $v_e(t)$ dans le cas où $v_e(t)$ est périodique de période T avec :

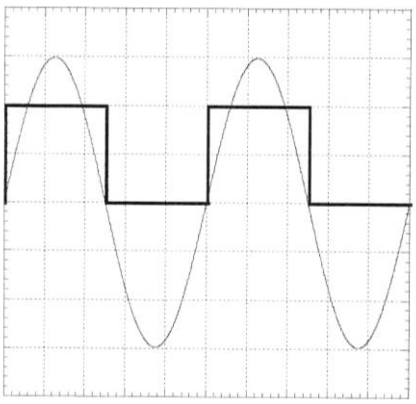
- pour $0 \leq t < T/2$: $v_e(t) = V_0$
- pour $T/2 \leq t < T$: $v_e(t) = 0$:

$$v_e(t) = V_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin\left((2k+1)\,\omega_1 t\right) \right) \text{ avec } \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Les oscillogrammes des deux expériences réalisées sont donnés en bas de cette page.

1. Que peut-on dire des composantes continues de $v_e(t)$ et de $v_s(t)$ dans chaque expérience ? Donner leurs valeurs.
2. **Première expérience** : Interpréter physiquement l'oscillogramme de la tension de sortie ainsi que le commentaire de l'expérience ; déterminer les valeurs de f_0, ω_0 et F_0.
3. **Deuxième expérience** :
   a. Déterminer la fréquence de la tension d'entrée ; comment se comporte le filtre pour les différents harmoniques de ce signal ? Justifier alors l'allure de l'oscillogramme de la tension de sortie.
   b. Déterminer la valeur de Q.

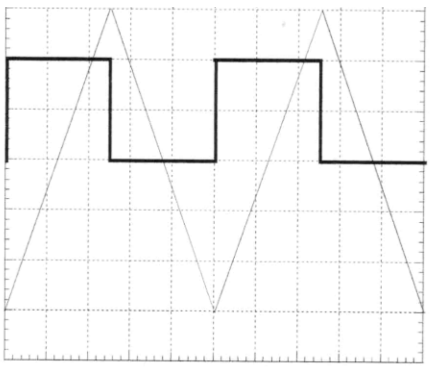
Première expérience :



- voies 1 et 2 en position DC
- base de temps : 50 µs par carreau
- sensibilités :
  - voie 1 (en gras) : 0,5 V par carreau
  - voie 2 : 2 V par carreau

Dans cette expérience :
- la tension v_s obtenue est quasi-sinusoïdale
- si on augmente la fréquence de v_e par rapport à la valeur correspondant à cet oscillogramme, on constate que l'amplitude de v_s diminue
- si, par rapport à cette même fréquence, on diminue légèrement la fréquence de v_e, on constate que l'amplitude de v_s diminue également.

Deuxième expérience :



- voies 1 et 2 en position DC.
- base de temps : 5 µs par carreau
- sensibilités :
  - voie 1 (en gras) : 2 V par carreau
  - voie 2 : 0,2 V par carreau

EXERCICE 2 : Etude d'un filtre

Le filtre utilisé est représenté figure 12.

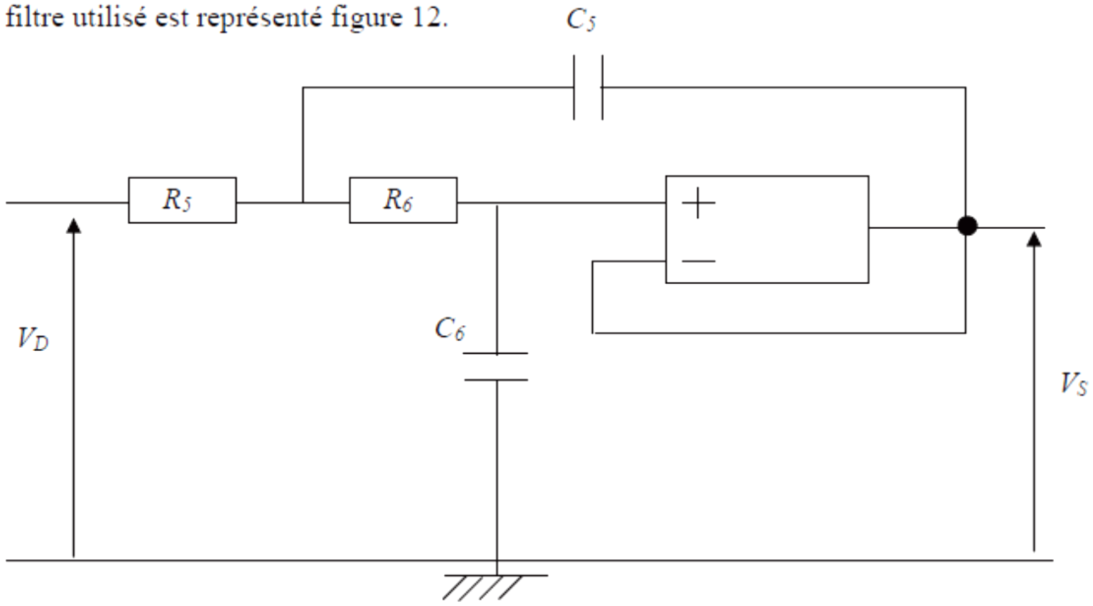


Figure 12 : filtre

1- Mettre la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{\underline{V_S}(j\omega)}{\underline{V_D}(j\omega)}$ sous la forme suivante :

$$\underline{H}(j\omega)=\frac{H_0}{\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2+\frac{1}{Q}\cdot\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)+1}.$$

2- Préciser les expressions de H_0, ω_0 et Q en fonction de R_5, R_6, C_5, C_6.

3- De quel filtre s'agit-il ? Justifier votre réponse.

4- Déterminer Q tel que le module élevé au carré soit de la forme :

$$\left|\underline{H}(j\omega)\right|^2=\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4+1}.$$

5- Donner alors l'expression de la phase $\varphi(j\omega)$ de $\underline{H}(j\omega)$.

6- Tracer le diagramme de Bode complet du filtre dans les conditions du 4.

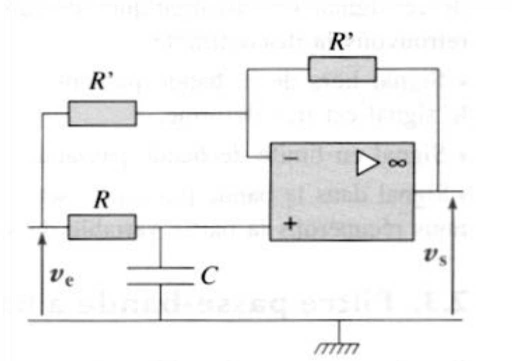
7- En déduire sa réponse à un signal d'entrée créneau, $v_e(t)$, dont le développement est donné ci-dessous, dans chacun des deux cas suivants :

- $f \ll f_0$
- $f \gg f_0$

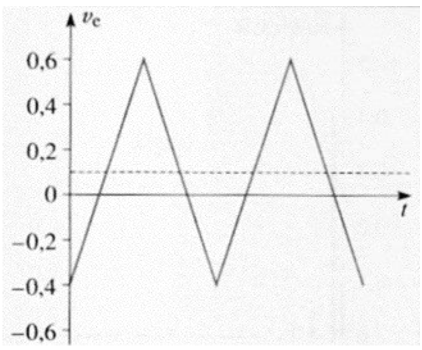
$$v_e(t)=0{,}1+\frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{\sin[(2p+1)2\pi ft]}{(2p+1)}$$

EXERCICE 3 : Déphaseur pur d'ordre 1

On s'intéresse au circuit ci-dessous pour lequel l'AO est idéal et fonctionne en régime linéaire :



1. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre et tracer le diagramme de BODE correspondant en amplitude et en phase sous la forme $G_{dB}(\log(x))$ et $\phi(\log(x))$, où $x = \frac{f}{f_0}$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$.
2. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de v_s en fonction de v_e.
3. Discuter de la stabilité de ce montage.
4. Le filtre est attaqué par un signal triangulaire de fréquence f, d'amplitude crête à crête de 1 V et de valeur moyenne égale à 0.1 V, dont le tracé temporel et la décomposition en série de Fourier sont donnés ci-dessous :



$$v_e(t) = 0.1 - \frac{4}{\pi^2}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{\cos[(2p+1)2\pi ft]}{(2p+1)^2}.$$

On cherche à déterminer la réponse de ce filtre pour trois fréquences du signal d'entrée :

$f = f_0$; $f = \frac{f_0}{20}$; $f = 20f_0$.

On veut pour cela trouver la réponse du fondamental et des premiers harmoniques afin de déterminer une reconstitution approchée du signal de sortie.

a. Indiquer le principe de cette reconstitution.

b. Les tableaux ci-dessous donne les coefficients en amplitude et les phases du fondamental et des 5 premiers harmoniques non nuls des signaux de sortie en fonction de f/f_0 pour chacun des trois cas.

- Retrouvez les résultats de l'un quelconque de ces tableaux.

- Construire un diagramme à trois dimensions (rang de l'harmonique en x, phase en y et amplitude en z) regroupant les résultats ci-dessus. Commentez le diagramme obtenu.

Amplitude et déphasage des premiers harmoniques du signal de sortie

f/f_0	Φ_n	C_n
0.05	- 0.09	0.405
0.15	- 0.29	0.045
0.25	- 0.49	0.016
0.35	- 0.67	0.008
0.45	- 0.84	0.005
0.55	- 1.01	0.003

Fréquence $f = \dfrac{f_0}{20}$

f/f_0	Φ_n	C_n
1	- 1.57	0.405
3	- 2.50	0.045
5	- 2.75	0.016
7	- 2.86	0.008
9	- 2.92	0.005
11	- 2.96	0.003

Fréquence $f = f_0$

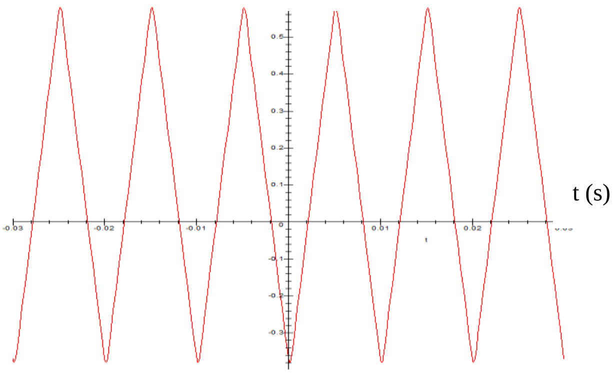
f/f_0	Φ_n	C_n
20	- 3.04	0.405
60	- 3.11	0.045
100	- 3.122	0.016
140	- 3.127	0.008
180	- 3.130	0.005
220	- 3.132	0.003

Fréquence $f = 20f_0$

c. Les courbes ci-dessous donnent le tracé des trois fonctions $v_s(t)$ pour chacune des fréquences, sachant que $f_0 = 2$ kHz.

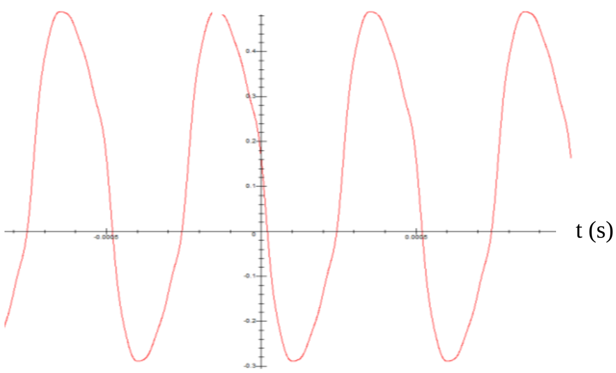
- A l'aide des résultats précédents, retrouvez le tracé de la courbe pour $f = f_0$.
- Pouvait-on prévoir *a priori* les résultats pour $f = \dfrac{f_0}{20}$ et $f = 20\,f_0$?

$V_s(t)$



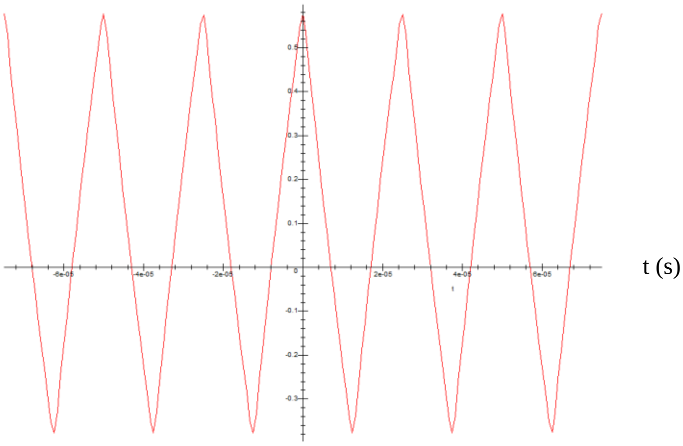
Tracé de vs(t) pour $f = \dfrac{f_0}{20}$

$V_s(t)$



Tracé de vs(t) en fonction de t pour $f = f_0$

$V_s(t)$



Tracé de vs(t) pour $t = 20f_0$