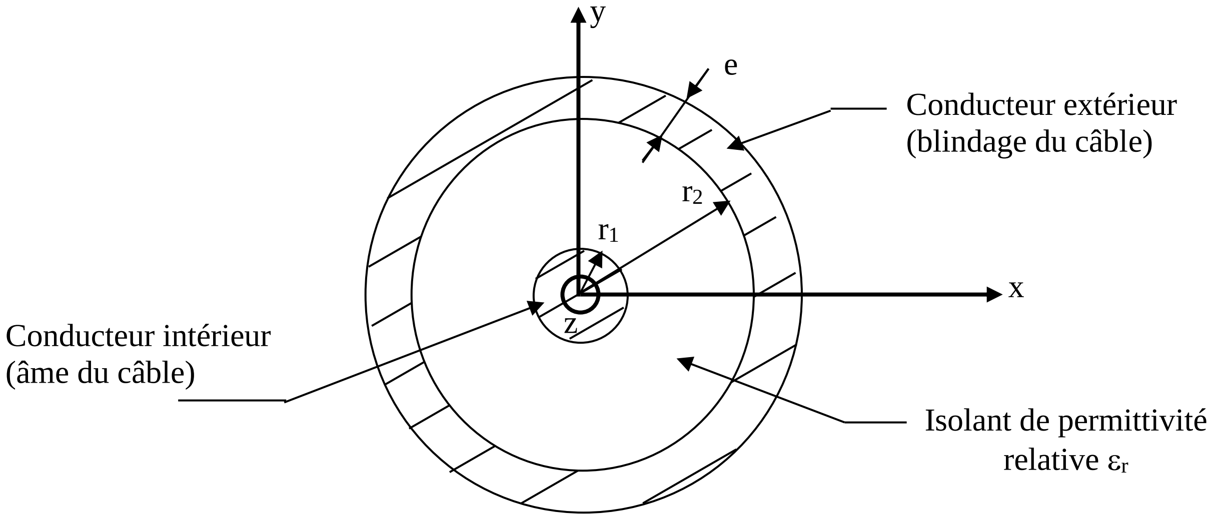
PSI 2020 – 2021*
TD N°10 – Magnétostatique

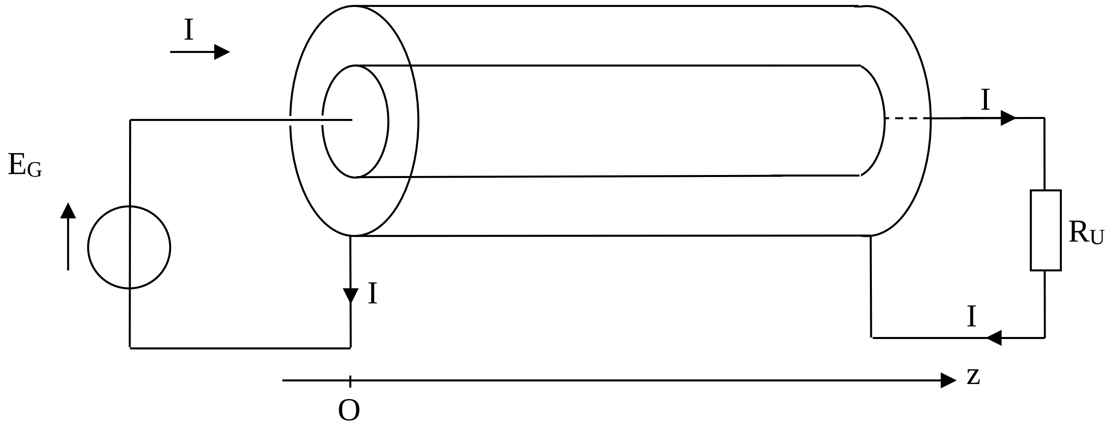
Un câble coaxial est constitué par trois cylindres coaxiaux, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1, r_2 et (r_2+e), et de longueur ℓ. La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets de bord.

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\varepsilon_r = 2{,}0$. On rappelle que la permittivité absolue ε de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\varepsilon = \varepsilon_o.\varepsilon_r$, la notation ε_o désignant la permittivité absolue du vide.



Pour les applications numériques, on prendra : r_1 = 0,15 cm, r_2 = 0,50 cm, ℓ = 10 m, e = 0,10 cm, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}, $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F.m^{-1}.

Le câble coaxial est chargé (à sa sortie) par une résistance R_u et alimenté en entrée par un générateur de tension continue E_G.



Le conducteur intérieur constitue le conducteur aller du courant électrique d'intensité I.

Le conducteur extérieur constitue le conducteur retour de ce courant.

Les conducteurs sont parcourus dans toute leur épaisseur par des courants volumiques de densités uniformes $\vec{j}_1$ et $\vec{j}_2$, de même direction que Oz.

1. Montrer que le champ magnétique est orthoradial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_\theta$.

2. Etablir les expressions de B(r), en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de e, en distinguant quatre domaines à définir.

3.a. Tracer l'allure du graphe de B(r).

3.b. Observe-t-on des discontinuités de B(r) à la traversée des cylindres de rayons r_1, r_2 et (r_2+e) ? Aurait-on pu le prévoir avant de traiter les questions 2.1 à 2.2 ? Pourquoi ?

On rappelle l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique en un point de l'espace, en fonction du champ magnétique en ce point : $\varepsilon_{vol,m} = \frac{1}{2\mu_0}B^2$.

Dans toute la suite, on néglige, notamment pour alléger les calculs, la part de l'énergie magnétique emmagasinée dans l'âme - région $r < r_1$ - et celle localisée dans le blindage - région $r_2 < r < (r_2+e)$ - du câble coaxial.

4. Exprimer l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ, en fonction de μ_o, I, r_1, r_2 et de ℓ.

5. En déduire l'expression de l'inductance propre du câble coaxial par unité de longueur notée L_1.

6. Calculer la valeur numérique de L_1.

7. En utilisant le résultat suivant : « la capacité par unité de longueur du câble coaxial, notée C_1, est donnée par : $C_1 = \dfrac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}$ », former le rapport $\frac{1}{\sqrt{C_1L_1}}$; donner son unité et faire l'application numérique correspondante. Comparer ce résultat à la vitesse de la lumière dans le vide ; conclure en proposant une interprétation physique de cette quantité.

8. Le câble coaxial est parcouru par un courant d'intensité I = 0,10 A. Calculer la valeur numérique de l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial.