# PSI* 2020 – 2021

# TD Physique N° 11 - ARQS

## Exercice 1 : Pince ampèremétrique – Mines/Ponts PSI - extrait

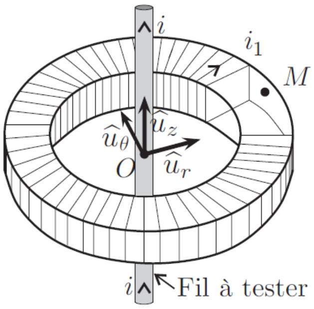



FIGURE 4 – Partie active de la pince

Une pince ampèremétrique est un appareil dont l'extrémité possède la forme d'un tore. En disposant ce tore autour d'un conducteur parcouru par un certain courant le dispositif équipant la pince permet d'en mesurer l'intensité.
Son principal intérêt est l'absence de contact physique avec le conducteur et le fait qu'il ne soit pas nécessaire d'ouvrir le circuit pour mesurer le courant qui le traverse contrairement à l'implantation d'un ampèremètre classique.
Le dispositif de mesure de la pince ampèremétrique est formé d'un bobinage torique comportant $N$ spires enroulées sur un tore de section rectangulaire de rayon intérieur $a$, de rayon extérieur $b$, d'épaisseur $c$, d'axe $(O,z)$. Le fil conducteur utilisé pour le bobinage possède une résistance linéique $\lambda$.
Un point $M$ intérieur au tore est repéré par ses coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{OM} = r\widehat{u}_r + z\widehat{u}_z$ avec $r \in [a,b]$ et $z \in [0,c]$.
Un fil rectiligne infini de même axe $(O,z)$ est parcouru par un courant d'intensité $i(t)$. On note $i_1(t)$ l'intensité du courant circulant dans la bobine torique. On se place dans l'approximation des états quasi-stationnaires.

❏ **13** — Rappeler ce qu'on appelle approximation des états quasi-stationnaires. Montrer que cette approximation permet de simplifier l'équation de Maxwell-Ampère. Énoncer dans ce cas le théorème d'Ampère.

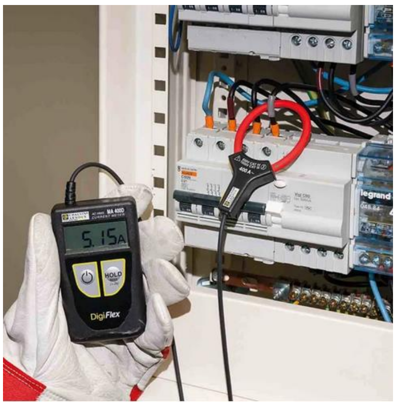
❏ **14** — Montrer qu'au point $M$ intérieur au tore, le champ magnétique peut se mettre sous la forme $\vec{B} = B(r)\widehat{u}_\theta$ où l'on précisera l'expression de $B(r)$ en fonction de $\mu_0$, $i(t)$, $i_1(t)$, $N$ et $r$.

❏ **15** — Calculer le flux $\Phi$ de $\vec{B}$ à travers le bobinage et en déduire les expressions des coefficients d'autoinductance $L$ du bobinage et de mutuelle inductance $M$ entre le fil et le bobinage.

❏ **16** — Déterminer l'expression de la résistance totale $R_p$ du bobinage en fonction de $a$, $b$, $c$, $N$ et $\lambda$.

On se place en régime sinusoïdal forcé avec $i(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i} = I_0\sqrt{2}e^{j\omega t}$ et $i_1(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_1)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i}_1 = I_1\sqrt{2}e^{j\omega t}e^{j\varphi_1}$.
❏ **17** — Le bobinage formant un circuit fermé, déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{i}_1}{\underline{i}}$ en fonction de $M$, $\omega$, $R_p$ et $L$.

En déduire les conditions dans lesquelles on doit utiliser la pince ampèremétrique ?



**Exercice 2 : Effet de peau dans un métal**

Le demi-espace $z > 0$ est occupé par un milieu conducteur métallique de conductivité $\gamma = 6\ 10^7\ \Omega^{-1}.m^{-1}$. Le demi-espace $z < 0$ est assimilé au vide. Le milieu conducteur est excité par un champ électromagnétique extérieur.

1. Ecrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs **B** et **j** dans le milieu.

2. En utilisant l'équation de conservation de la charge et l'équation de MG, donner une équation différentielle temporelle portant sur la densité de charge $\rho$ et montrer qu'elle peut être considérée comme nulle dans le conducteur.
   On donne $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ F/m.

3. Le champ électromagnétique varie sinusoïdalement dans le temps à la pulsation $\omega$. Montrer que, dans l'équation de Maxwell - Ampère, le courant de déplacement $\mathbf{j_D}$ est négligeable devant le courant de conduction **j** si la fréquence est « assez faible ».

4. Déterminer l'équation différentielle vectorielle vérifiée par **j**. quel type d'équation reconnaissez-vous ?

5. On cherche le vecteur densité de courant (complexe) sous la forme :

   $\underline{\boldsymbol{j}} = \underline{j}_0(z)\ exp(i\omega t)\ \boldsymbol{e}_x$. Déterminer $\underline{j}_0(z)$. On fera apparaître la quantité $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma\mu_0\omega}}$ dont on précisera l'unité et la signification physique.

6. Calculer le champ réel $\boldsymbol{j}$ (z, t) puis en déduire les expressions des champs réels $\mathbf{E}(z, t)$ et $\mathbf{B}(z, t)$.

7. Déterminer la densité volumique d'énergie $\varepsilon_{vol}(z, t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$ puis sa valeur moyenne temporelle. Comparer les deux contributions correspondantes (magnétique et électrique) ; conclure.

8. Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le parallélépipède de longueur *a* selon *Ox*, de largeur *b* selon *Oy* et de profondeur infinie selon *Oz* ?