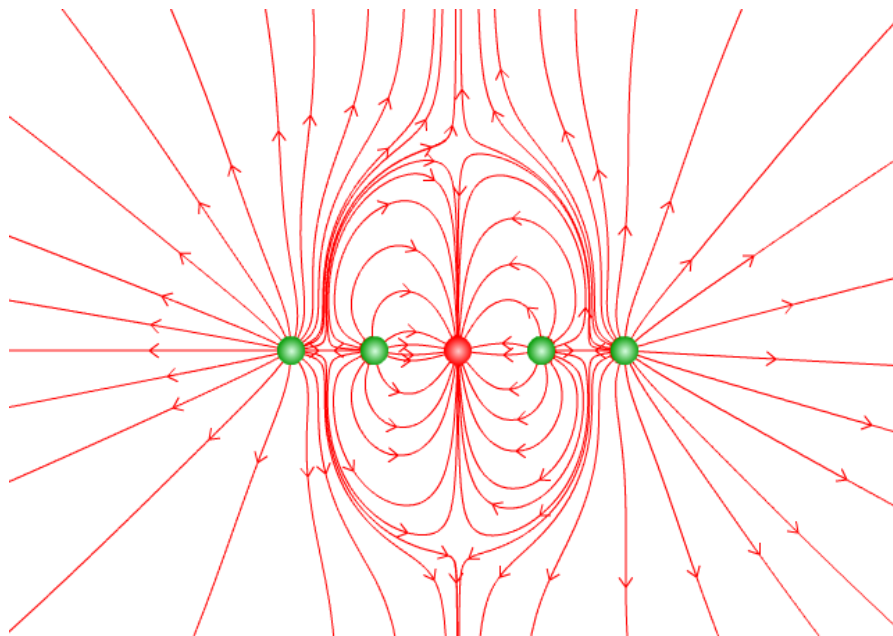


*PSI\* 2022 - 2023*  
*TD PHYSIQUE N°10*  
*ELECTROSTATIQUE*

**EXERCICE 1 : Analyse de lignes de champ**

La figure représente les lignes de champ créées par un ensemble de 5 charges ponctuelles numérotées de 1 à 5 de la gauche vers la droite.

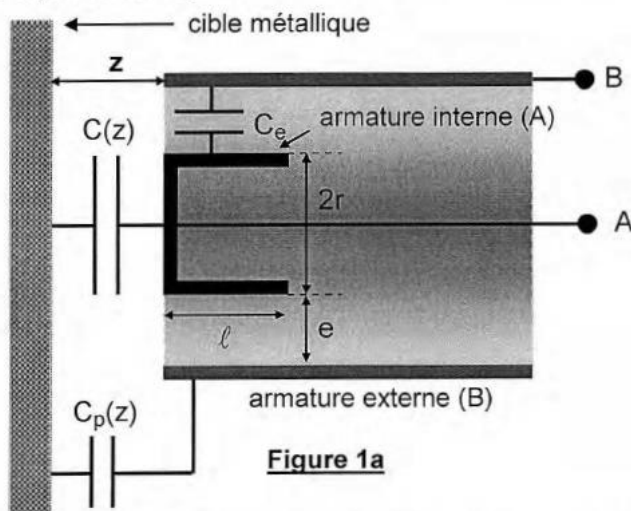
- ✚ La charge  $q_1$  est positive. Déterminer les signes des quatre autres.
- ✚ Il existe quatre points de champ nul sur cette figure : les positionner.
- ✚ Analyser la symétrie de la figure. Quelles relations peut-on en déduire entre  $q_1, q_2, q_3, q_4$  et  $q_5$  ?
- ✚ En appliquant le théorème de Gauss déterminer la relation liant  $q_2$  et  $q_3$ .
- ✚ Superposer quelques équipotentielles à la figure ci-dessous.



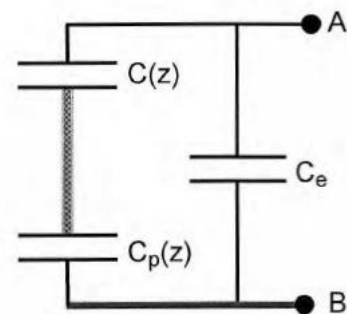
**EXERCICE 2 : Etude d'un capteur capacitif (e3a PSI)**

**A / ETUDE DU CONDENSATEUR DE MESURE**

Comme le montre la figure 1a ci-dessous, la tête de mesure de ce capteur est formée d'un conducteur cylindrique (A) et d'une enveloppe métallique coaxiale (B) réalisant un condensateur de capacité fixe  $C_e$  :



**Figure 1a**



**Figure 1b**

Le but de la mesure est de détecter la distance  $z$  entre la tête de mesure et la cible.

Lorsque la cible métallique s'approche de l'extrémité des conducteurs (A) et (B), ceux-ci constituent avec elle deux autres condensateurs :

- l'un, de capacité  $C(z)$ , a pour armatures le disque externe du conducteur central cylindrique (A) de diamètre  $2r$  et  $z$  est la distance qui le sépare de la cible ;
- l'autre est un condensateur parasite, de capacité  $C_p(z)$ , formé par l'enveloppe extérieure (B) du capteur et la cible.

Le schéma électrique équivalent du capteur est représenté sur la figure 1b.

**A1.** Énoncer le théorème de GAUSS en électrostatique dans le vide de permittivité  $\epsilon_0$ .

Considérons un condensateur plan dont les faces en regard sont distantes de  $d$  et de surfaces  $S$  ; le vide règne entre ces deux électrodes. La distance  $d$  est suffisamment faible pour supposer les surfaces infinies.

**A2.** Exprimer, en le justifiant, le champ électrique  $\vec{E}$  dans le condensateur en fonction de la charge  $Q$  qu'il emmagasine, de  $S$  et de  $\epsilon_0$  ; en déduire sa capacité  $C$ .

Étudions maintenant un condensateur cylindrique de longueur infinie. Le rayon de son armature interne est  $r_1$  et le rayon de son armature externe est  $r_2$  ;  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide entre ces deux électrodes et  $Q$  la charge d'une armature de longueur  $\ell$ .

**A3.** Exprimer, en le justifiant, le champ électrique  $\vec{E}$  dans le condensateur. En déduire la capacité  $C$  de ce condensateur pour une longueur commune  $\ell$  des électrodes. Écrire le résultat sous la forme :  $C = \frac{\alpha}{\ln(r_2/r_1)}$  et identifier  $\alpha$ .

**A4.** Écrire l'expression de la capacité  $C(z)$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $r$  et  $z$ , puis celle de la capacité  $C_e$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $\ell$ ,  $r$  et  $e$ .

**A5.** Déterminer la capacité  $C_{AB}$  de la tête de mesure en fonction de  $C_e$ ,  $C(z)$  et  $C_p(z)$ .

**A6.** Proposer une opération technique simple permettant de s'affranchir de la capacité parasite  $C_p(z)$  (ce qui sera le cas dans la suite du problème :  $C_p \rightarrow +\infty$ ).

**A7.** Écrire l'expression finale de la capacité  $C_{AB}$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $\ell$ ,  $r$ ,  $e$  et  $z$ , sachant que la distance  $e$  entre les armatures en regard est faible devant leurs rayons respectifs. (effectuer pour cela un développement limité au 1<sup>er</sup> ordre en  $e/r$ )

Le capteur fonctionne pour une distance cible-tête de mesure  $z$  variant d'une faible quantité  $\Delta z$  à partir d'une valeur de référence  $z_0$  :  $z = z_0 + \Delta z$  (avec l'approximation  $\Delta z/z_0 \ll 1$ ).

**A8.** Montrer que la capacité  $C_{AB}$  peut s'écrire sous la forme :  $C_{AB} = C_0 \left( 1 + k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$  ; identifier  $C_0$  et  $k$ , puis calculer de façon approchée leurs valeurs numériques à l'aide des données suivantes :  $r = 10$  mm,  $\ell = 10$  mm,  $e = 1$  mm,  $z_0 = 2$  mm et  $\epsilon_0 \cong 9.10^{-12}$  F.m<sup>-1</sup>.