PSI* 2022 - 2023

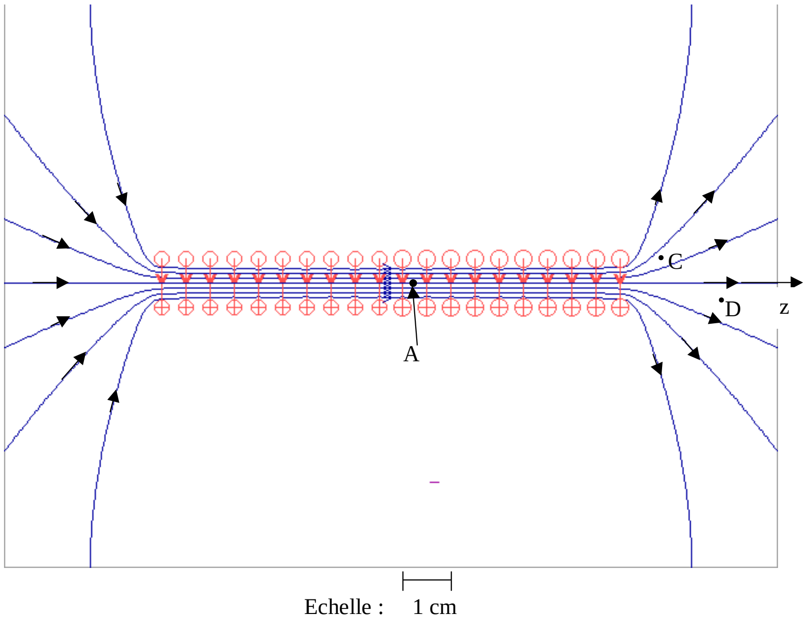
TD PHYSIQUE N°12 - MAGNETOSTATIQUE

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m.

EXERCICE 1 : Champ créé par un solénoïde fini

20 spires circulaires, de même axe Oz, de même rayon R = 5 mm et espacées de 5 mm, sont parcourues par le même courant I = 1 A.
La figure représente les lignes du champ magnétique créé par ce système, dans un plan contenant Oz.
Dans la zone où les lignes de champ sont pratiquement des droites parallèles, elles sont espacées de 1 mm.

- Quelles sont les symétries du système de courant ? Qu'en déduire ?
- Calculer une valeur approchée du champ en A.
- A partir du calcul précédent et en utilisant la géométrie des tubes de champ, déterminer une valeur approchée du champ magnétique en C et en D.



EXERCICE 2 : Effet MEISSNER

Un matériau supraconducteur présente une transition de phase à une température dite "critique" Tc. Dans la phase correspondant aux hautes températures (T>Tc), il se comporte comme un matériau normal (phase « Normale »). A toute température T inférieure à Tc (phase « Supraconductrice »), il est caractérisé par deux propriétés macroscopiques remarquables : sa résistance électrique est nulle (Effet supraconducteur) et aucun champ magnétique appliqué ne peut le pénétrer (Effet Meissner). De plus, pour T<Tc, cette phase supraconductrice disparaît lorsqu'un champ magnétique supérieur à un champ magnétique critique Bc(T) est appliqué au matériau. (la variation de Bc(T) est donnée sur la figure 1).

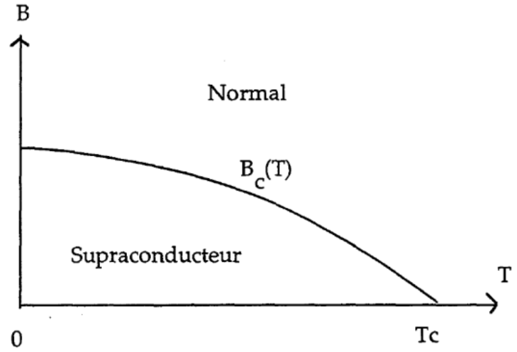


figure 1

1. Lorsque le matériau est dans sa phase supraconductrice et qu'il est soumis à un champ magnétique extérieur, des courants (de densité **j**) apparaissent pour s'opposer à la variation de flux magnétique à l'intérieur du matériau.
   Pour un matériau cylindrique d'axe Oz, ces courants sont ortho-radiaux si le champ appliqué est selon Oz. Soient $\mathbf{v_S}(t)$ la vitesse instantanée des porteurs de charges associés à ces courants, m leur masse, e leur charge électrique et n_S leur densité volumique. Ecrire l'équation de mouvement de chaque porteur (on prendra en compte le fait que, par définition, il n'y a pas de terme d'amortissement du mouvement des porteurs dans un matériau supraconducteur et on négligera le terme magnétique). En écrivant la relation entre **j** et **v**s, montrer que :

$$\vec{E} = \mu_0 \lambda^2 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$

   Donner l'expression de λ en fonction de m, n_S, e et μ_0. Montrer que λ est homogène à une longueur. Calculer λ dans le cas de l'Aluminium pour lequel :

   m= 0.9 10^{-30} kg, n_s=180 10^{27} m^{-3}, e =1,6 10^{-19} C, μ_0 = $4\pi 10^{-7}$ H/m.

2. On se place en régime quasi-stationnaire. Le matériau est supposé localement neutre. Ecrire les équations de Maxwell pour les champs **E** et **B** en présence de la densité de courant **j** déterminée en 1. En déduire que le champ **B** doit satisfaire à l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{B}\right) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2}\right] = \vec{0}$$

3. Les frères London ont postulé que la solution à retenir était de la forme

$$\left[\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{B}\right) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2}\right] = \vec{0}$$

   En déduire à quelle équation le champ $\vec{B}$ doit satisfaire (dite équation dite "de London").

Dans la suite de cette partie, nous considérerons le cas d'une plaque supraconductrice infinie dans les directions x et z, d'épaisseur 2d dans la direction y ; l'origine des espaces O étant choisie au centre de la plaque.

4. On applique le champ $\mathbf{B} = B_0\mathbf{u_z}$, uniforme et constant à l'extérieur du matériau et on cherche un champ $\mathbf{B} = B(y)\mathbf{u_z}$ indépendant du temps dans le matériau. Ecrire la solution générale de l'équation obtenue en 3.

5. Les courants étant considérés dans cette partie comme répartis dans le volume du matériau, il n'y a pas de courants surfaciques aux interfaces vide-supraconducteur. Ecrire les conditions aux limites devant être satisfaites par la solution générale dans la géométrie proposée. En déduire l'expression de $\mathbf{B}(y)$ en fonction de B_0, y, λ et d. Tracer l'allure du graphe de B(y) dans le cas où $\lambda << d$. Sur quelle distance varie la valeur de B à l'intérieur du supraconducteur ?

6. A partir de l'expression obtenue pour le champ dans la question précédente, calculer l'expression de la densité volumique de courant **j**.
Tracer l'allure du graphe de j(y) dans le cas où $\lambda << d$. Commenter. Quelle modélisation peut-on alors adopter ? Quelles en sont les conséquences ?