PSI* 2024 - 2025

TD PHYSIQUE N°12 - MAGNETOSTATIQUE

Donnée pour tous les exercices : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m.

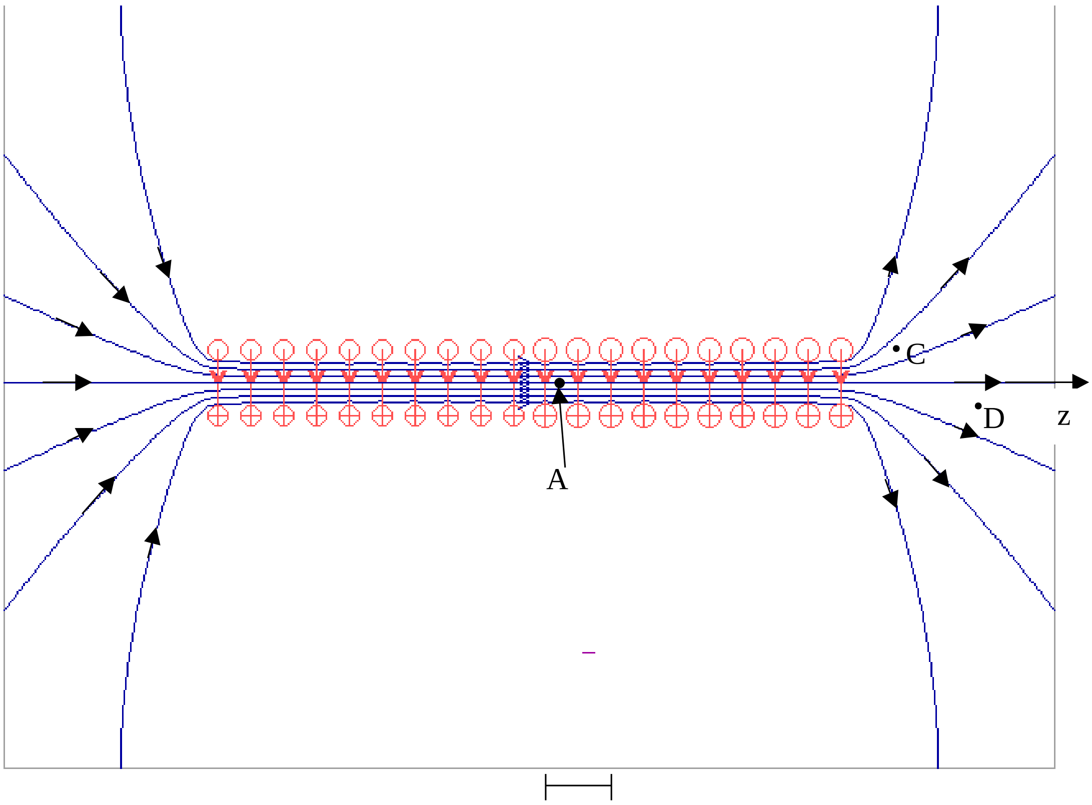
EXERCICE 1 : Champ créé par un solénoïde fini

20 spires circulaires, de même axe Oz, de même rayon R = 5 mm et espacées de 5 mm, sont parcourues par le même courant I = 1 A.

La figure représente les lignes du champ magnétique créé par ce système, dans un plan contenant Oz.

Dans la zone où les lignes de champ sont des droites parallèles, elles sont espacées de 1 mm.

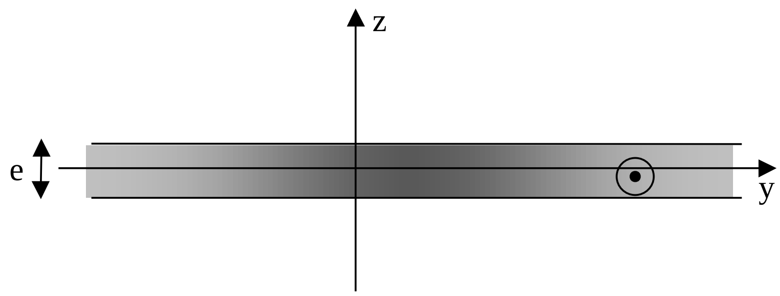
- Quelles sont les symétries du système de courant ? Qu'en déduire ?
- Calculer une valeur approchée du champ en A.
- A partir du calcul précédent et en utilisant la géométrie des tubes de champ, déterminer une valeur approchée du champ magnétique en C et en D.



EXERCICE 2 : Distribution volumique de courant

Entre les deux plans infinis de côtes $z = -\frac{e}{2}$ et $z = +\frac{e}{2}$ existe un courant de densité volumique uniforme : $\vec{j} = j\,\overrightarrow{u_x}$ avec $j > 0$, cf. figure en haut de la page 2.

1. Quelles sont les symétries et les invariances de la distribution de courant ?
   En déduire celles du champ magnétique $\vec{B}$ créé par celle-ci
2. Calculer le champ $\vec{B}$ en tout point de l'espace.
3. Etudier le cas limite $e \to 0$, le produit $j.e$ restant constant. Evaluer sous forme d'un produit vectoriel la discontinuité du champ magnétique.



EXERCICE 3 : Pression magnétique

Un « manchon » cylindrique conducteur creux d'axe Oz, infiniment long a pour rayon intérieur R et pour rayon extérieur R + e.

Il est parcouru par un courant permanent I, de densité $\vec{j} = j\vec{e_z}$ uniforme dans le conducteur.

1) a) Exprimer le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$ en fonction de I, e et R.

b) Si e << R, montrer que l'on peut assimiler la distribution de courant à une nappe surfacique cylindrique à condition d'introduire un vecteur densité surfacique de courant $\vec{j}_S$ que l'on exprimera en fonction de j et e.

2) On revient à la description volumique. Calculer le champ $\vec{B}$ en tout point de l'espace.

3) On se place dans l'hypothèse e << R.
Exprimer $\vec{B}$ en tout point intérieur au manchon ; on posera : r = R + u et on linéarisera l'expression de B(u).

4) On cherche à déterminer l'action mécanique de $\vec{B}$ sur le conducteur lui-même.
a) Calculer la force de LAPLACE subie par un élément de volume : on mettra cette force sous la forme : $d\vec{F} = f(u)Rd\theta dzdu\vec{e}_r$.

b) En déduire l'expression de la force magnétique appliquée à un élément de tube d'aire dS.

c) Définir et exprimer la *pression magnétique* P_m en fonction de I et R.

d) I = 1000 A, R = 1 cm. Calculer P_m. Commenter.

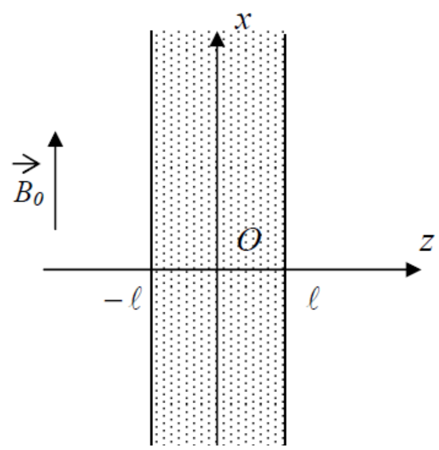
EXERCICE 4 : Supraconducteur – effet Meissner (CCINP PSI extrait)

Un matériau supraconducteur est un matériau qui présente une résistivité nulle en dessous d'une certaine température critique : il laisse passer le courant sans aucune résistance ! Ce phénomène n'est pas encore très bien compris à l'heure actuelle malgré quelques théories qui ont fait leurs preuves.
Une théorie ancienne, la théorie de London fondée sur un modèle à deux « fluides », conduit à formuler l'existence d'une densité volumique de courant électrique $\vec{j}_L$ relié au champ magnétique local $\vec{B}$ selon la relation $\overrightarrow{rot}\,\vec{j}_L = \dfrac{-1}{\mu_0 \Lambda^2}\vec{B}$ où Λ est une constante, appelée constante de London.

R : cette relation est donc une loi phénoménologique locale.

B.12 En se servant de l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer l'unité de la constante Λ.

On considère une plaque infinie d'épaisseur 2ℓ délimitée par les plans $z = -\ell$ et $z = \ell$. Cette plaque est constituée d'un matériau supraconducteur de constante de London Λ. On applique un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_0} = B_0\overrightarrow{e_x}$ uniforme et constant (**figure 11**). Il apparaît donc un champ magnétique à l'intérieur de la plaque. On se propose de déterminer ce champ. Pour des raisons de symétrie et d'invariance, le champ recherché est de la forme $\vec{B}(M,t) = B(z)\,\overrightarrow{e_x}$.



B.13 Dans le cadre d'un régime ne dépendant pas du temps, établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $B(z)$.

On donne $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\,\vec{B}) = \overrightarrow{grad}(\mathrm{div}\vec{B}) - \Delta\vec{B}$ et on admet que le champ magnétique est continu en $z = \pm\,\ell$.

B.15 Résoudre complètement l'équation différentielle. On écrira $B(z)$ sous la forme : $B(z) = D\,ch\left(\dfrac{z}{\Lambda}\right)$ où ch est la fonction cosinus hyperbolique et D est une constante que l'on exprimera en fonction de B_0, Λ et ℓ.

B.16 Tracer l'allure de $B(z)$ en fonction de z dans le cas où $\Lambda << \ell$. Proposer un commentaire.

B.17 Des courants volumiques sont créés dans la plaque selon la relation de London $\overrightarrow{rot}\,\vec{j}_L = -\dfrac{1}{\mu_0 \Lambda^2}\vec{B}$ vue auparavant. On admettra que le vecteur densité volumique de courant est dirigé selon l'axe (Oy) : $\overrightarrow{j_L} = j_L(z)\overrightarrow{e_y}$. Déterminer à partir du résultat de la question **B.15** l'expression de la fonction $j_L(z)$. Tracer l'allure de cette fonction dans le cas où $\Lambda << \ell$. Pourquoi dit-on que la plaque supraconductrice plongée dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_0}$ est le siège de courants superficiels dus à la supraconductivité ?

Vidéo sur la supraconductivité (conférence de Julien Bobroff) :

https://www.youtube.com/watch?v=Sj5eue4jm9c

Avec notamment :

- Expérience de Meissner : 22 min 354 s
- Train supraconducteur : 1h 11 min 45 s
- Hula Hoop supraconducteur : 1h 15 min 5 s