

TUYAU SONORE : INFLUENCE D'UN RACCORDEMENT

Une conduite est constituée de deux tubes cylindriques de sections respectives S_1 et S_2 , de même axe $x'x$ et séparés par le plan $x = 0$. Deux fluides non miscibles se répartissent de part et d'autre de ce plan (figure 2).

- $x < 0$: le fluide 1 est de masse volumique μ_1 ; le son s'y propage à la célérité C_1 ;
- $x > 0$: le fluide 2 est de masse volumique μ_2 ; le son s'y propage à la célérité C_2 .

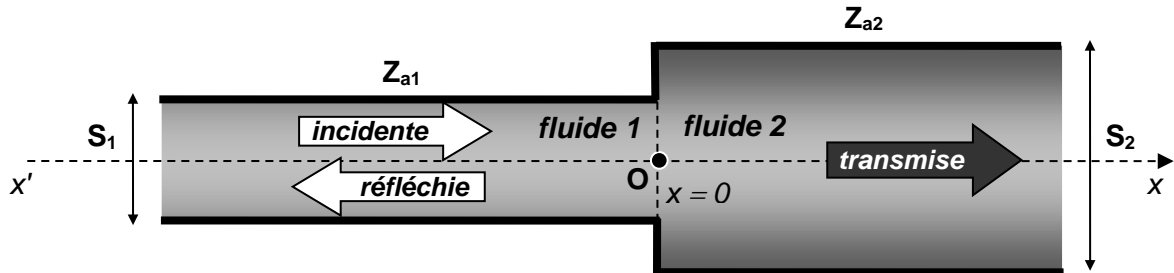


Figure 2

Les impédances acoustiques Z_{a1} et Z_{a2} des tubes de sections respectives S_1 et S_2 sont liées aux impédances caractéristiques Z_1 et Z_2 des milieux par les relations :

$$\left\| Z_{a1} = \frac{\mu_1 C_1}{S_1} = \frac{Z_1}{S_1} \text{ pour } x < 0 \right\| \left\| Z_{a2} = \frac{\mu_2 C_2}{S_2} = \frac{Z_2}{S_2} \text{ pour } x > 0 \right\| \text{ avec } \alpha = \frac{Z_{a1}}{Z_{a2}}.$$

Une onde de pression plane progressive harmonique incidente $p_i(x, t)$ se propage dans le milieu 1 selon le sens des x croissants. La discontinuité de l'impédance au niveau du raccordement donne naissance en $x = 0$ à :

- une onde de pression transmise dans le milieu 2, $p_t(0, t)$ dont la puissance est P_t ,
- une onde de pression réfléchie dans le milieu 1, $p_r(0, t)$ dont la puissance est P_r .

Les pressions acoustiques incidente, transmise et réfléchie s'expriment par :

$$p_i(x, t) = P_{im} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C_1} \right) \right] \quad p_t(x, t) = P_{tm} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \right] \quad p_r(x, t) = P_{rm} \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{C_1} \right) \right]$$

La puissance moyenne $\langle P_i \rangle$ est associée à l'onde incidente. Les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance sont définis par les valeurs absolues des rapports des puissances moyennes transportées :

$$R = \frac{\langle P_r \rangle}{\langle P_i \rangle} \quad \text{et} \quad T = \frac{\langle P_t \rangle}{\langle P_i \rangle}.$$

6. On indique que les conditions de passage de l'onde à l'interface des deux fluides correspondent à la continuité de la pression et du débit volumique. En déduire deux équations reliant P_{im} , P_{rm} , P_{tm} et α .

7. Déterminer, en fonction de α , les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de pression : $r_p = \frac{p_r(0, t)}{p_i(0, t)}$ et $t_p = \frac{p_t(0, t)}{p_i(0, t)}$.

8. Exprimer les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance à travers l'interface en fonction du seul coefficient α .
Quelle relation existe-t-il entre R et T ? Que traduit-elle ?

9. Etudier en détail le cas où le fluide est identique de part et d'autre de l'interface. Quelles applications et/ou phénomènes, associés à ces résultats, connaissez-vous ?

MODELE SIMPLIFIE D'UN SILENCIEUX D'ECHAPPEMENT

Le tuyau d'échappement d'une automobile est assimilé à une conduite cylindrique supposée infinie de section S_1 occupée par un gaz d'échappement de masse volumique μ_0 au repos. L'expulsion de ce gaz de combustion engendre des ondes sonores désagréables pour l'oreille humaine, il faut en diminuer l'intensité.

Un filtre acoustique cylindrique, ou silencieux d'échappement, de section S_2 ($S_2 > S_1$) et de longueur L , est intercalé dans la conduite (figure 5). Il est traversé par le gaz d'échappement.

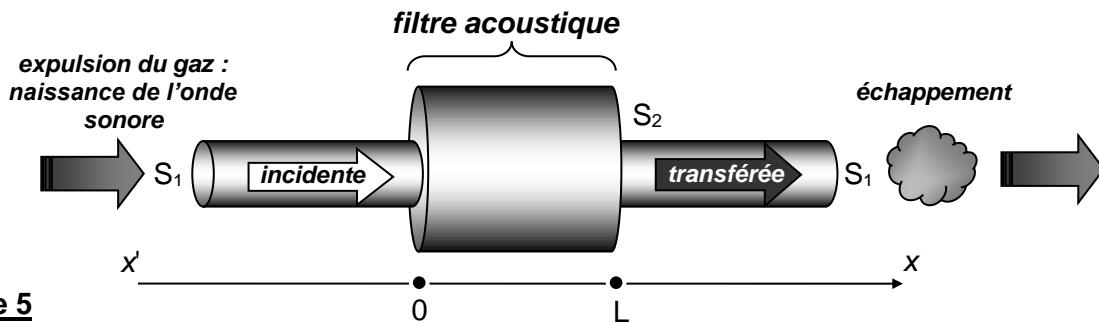


Figure 5

Le son se propage à la célérité $C = 460 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'ensemble du dispositif à une température de 250°C .

Le bruit à assourdir est modélisé par une onde sonore incidente plane progressive harmonique de fréquence f caractérisée par la pression acoustique : $\underline{p}_i(x, t) = P_{im} \exp[j(\omega t - kx)]$.

La pression acoustique $\underline{p}_t(x, t) = P_{tm} \exp[j(\omega t - kx)]$ obtenue à la sortie du silencieux est la superposition d'une infinité d'ondes sonores transmises après réflexions successives dans le filtre acoustique en $x = L$ et $x = 0$.

Dans les trois domaines, le champ des pressions associé à l'onde est de la forme :

$$\underline{p}(x < 0, t) = P_{im} \exp[j(\omega t - kx)] + P_{rm} \exp[j(\omega t + kx)]$$

$$\underline{p}(0 < x < L, t) = P_m^L \exp[j(\omega t + kx)] + P_m^0 \exp[j(\omega t - kx)]$$

$$\underline{p}(x > L, t) = P_{tm} \exp[j(\omega t - kx)]$$

- $P_{rm} \exp[j(\omega t + kx)]$ est la superposition d'une infinité d'ondes qui franchissent l'interface $x = 0$ dans le sens des x décroissants, à l'issue d'un nombre impair de réflexions aux interfaces du filtre ;
- $P_m^0 \exp[j(\omega t - kx)]$ est la superposition d'une infinité d'ondes se déplaçant au sein du filtre dans le sens des x croissants, transmise à l'interface $x = 0$ ou après réflexions sur l'interface $x = 0$;
- $P_m^L \exp[j(\omega t + kx)]$ est la superposition d'une infinité d'ondes se déplaçant au sein du filtre dans le sens des x décroissants, après réflexions sur l'interface $x = L$.

22. Donner les expressions correspondantes du champ des vitesses $\underline{v}(x, t)$ associé à l'onde dans les trois domaines : $\underline{v}(x < 0, t)$, $\underline{v}(0 < x < L, t)$ et $\underline{v}(x > L, t)$.

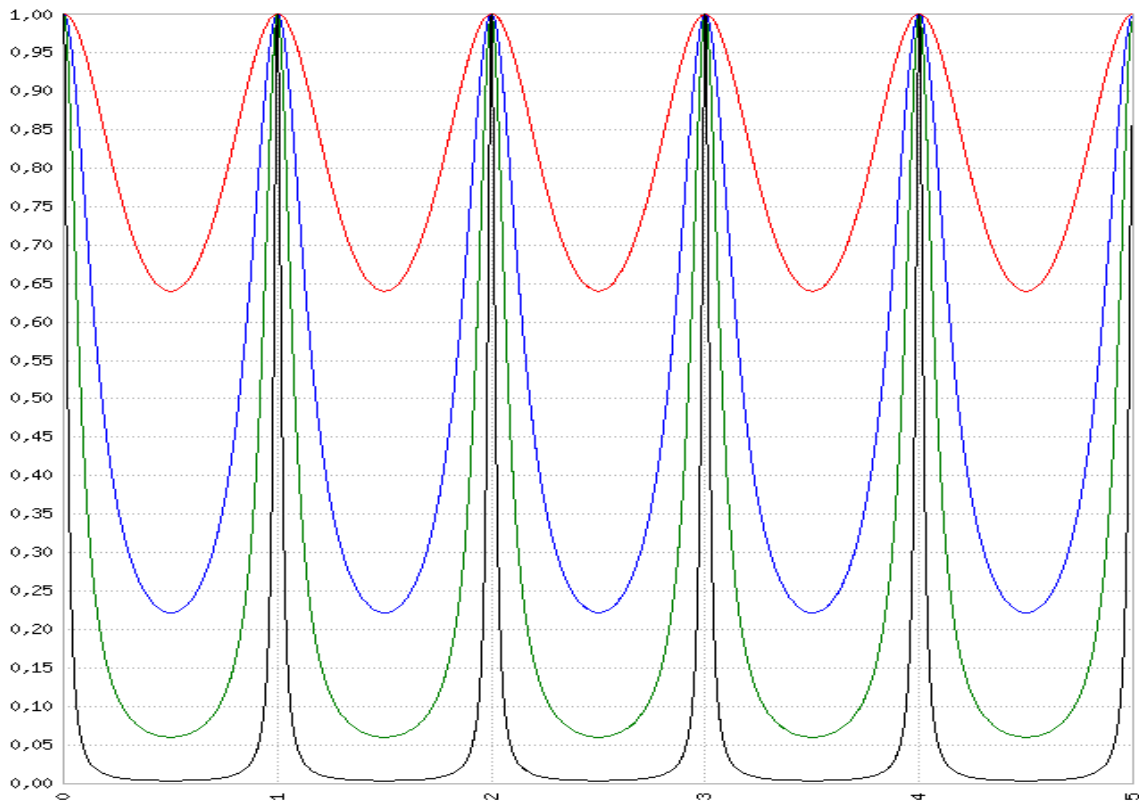
23. Ecrire les quatre relations de continuité permettant de relier P_{im} , P_{rm} , P_m^0 , P_m^L et P_{tm} pour les deux changements de section.

24. Le coefficient complexe de transmission global $t_P = \frac{P_{tm}}{P_{im}}$ en amplitude de pression s'écrit en fonction de S_1 , S_2 et $\exp(-2jkL)$: $t_P = \frac{4S_1S_2}{(S_1+S_2)^2 - (S_1-S_2)^2 \exp(-2jkL)}$.

Le facteur de transmission en énergie $\mathcal{T} = t_P t_P^* = |t_P|^2$ du filtre peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{1 + m \sin^2\left(\frac{\pi f}{f_0}\right)}, \text{ avec } m = \left(\frac{S_1^2 - S_2^2}{2S_1S_2}\right)^2 \text{ et } f_0 = \frac{c}{2L}.$$

On a tracé la fonction $\mathcal{T}(f/f_0)$ pour différentes valeurs de m ; trouvez les valeurs de m et de S_2/S_1 correspondantes et commenter les allures des courbes.



Préciser dans le cas $S_2 \gg S_1$ la valeur du facteur de qualité Q du filtre défini pour un facteur de réduction du bruit $\mathcal{T} = \frac{\mathcal{T}_{max}}{2}$.

R : Dans le texte initial du problème, les calculs de t_P , m , f_0 étaient demandés et les expressions non fournies... Vous pouvez faire un peu d'entraînement au calcul en les retrouvant !

De même les courbes $\mathcal{T}(f)$ n'étaient pas fournies : entraînez-vous à les obtenir avec une machine graphique.

25. Quelle est la plus courte longueur L_m permettant de réduire au maximum le facteur \mathcal{T} à une fréquence d'éjection des gaz de combustion de 200 Hz ?

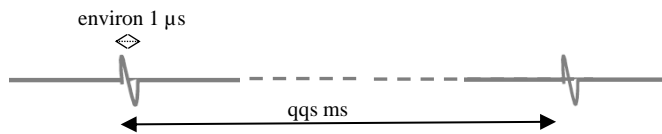
26. L'intensité sonore, pour cette fréquence et à la sortie du moteur, est de 80 dB. Afin de ramener ce niveau à 60 dB, un silencieux de longueur L_m et de diamètre d_2 est placé au milieu du tuyau d'échappement de diamètre $d_1 = 4$ cm. Quelle doit être la valeur numérique de son diamètre d_2 ?

ANALYSE DOCUMENTAIRE

Document 1 – Echographie (Université Paris 5 et Université de médecine de Rennes)

Les ondes ultrasonores utilisées pour l'échographie sont des ondes impulsionnelles :

- Les impulsions sont constituées chacune d'une ou deux périodes de sinusoïdes de fréquence environ égale à 1 MHz, espacées les unes des autres de quelques ms :



- Ces ondes s'amortissent dans les tissus en fonction de la profondeur et de la fréquence.
- Les milieux concernés sont des tissus mous dont les impédances, très différentes de celle de l'air, sont de l'ordre de 10^6 Pa.s/m.
- La résolution de la technique, c'est-à-dire la distance séparant deux points pouvant être distingués, est de l'ordre de la demi-longueur d'onde.

Tissu	ρ (kg/m ³)	c (m/s)	Tissu	Z (Pa.s/m)
Cerveau	$1.03 \cdot 10^3$	1555	air	410
Foie	$1.06 \cdot 10^3$	1566	graisse	$1,38 \cdot 10^6$
Eau	$1.00 \cdot 10^3$	1500	eau	$1,48 \cdot 10^6$
Poumon	$0.4 \cdot 10^3$	650	sang	$1,51 \cdot 10^6$
Squelette	$1.60 \cdot 10^3$	2500 - 4000	rein	$1,62 \cdot 10^6$
			foie	$1,65 \cdot 10^6$
			muscle	$1,70 \cdot 10^6$
			os	$7,8 \cdot 10^6$

Fréquence des ultrasons	Profondeur d'exploration maximale
2,5 - 3,5 MHz	> 15 cm
5 MHz	10 cm
7,5 MHz	5-6 cm
10 - 12 MHz	2-3 cm

Document 2 – DEIBER et KEMPF – BUP 798 ; pages 1927-1928

Les deux oscillogrammes (figures 3a et 3b) mettent en évidence le rôle joué par le gel échographique que l'on applique entre le transducteur et la peau ; ils ont été obtenus par l'enregistrement simultané du signal crêteau d'un émetteur situé sur le dos de la main (CH2) et d'un récepteur situé sur la paume de la même main (CH1).

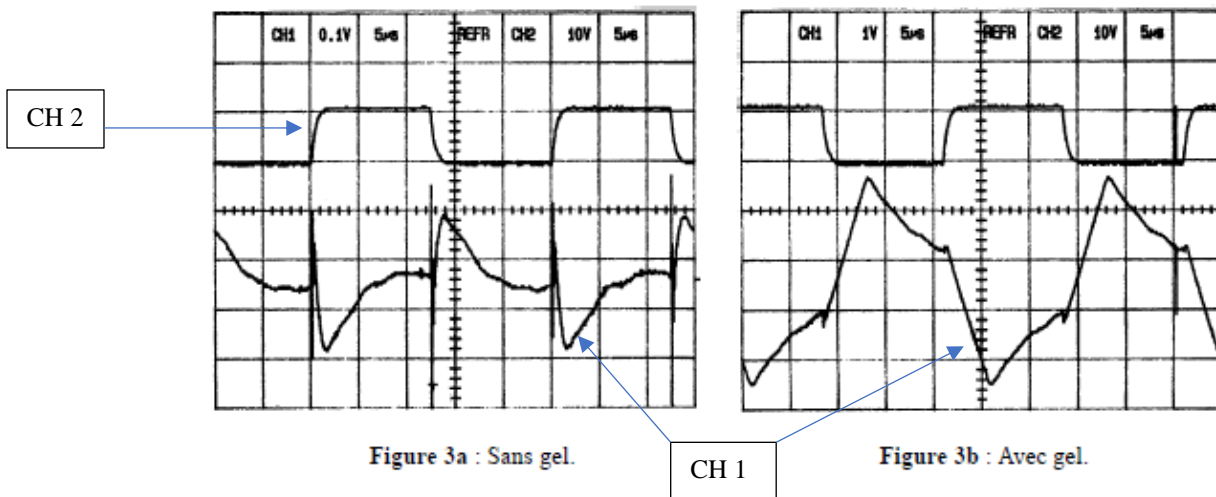


Figure 3a : Sans gel.

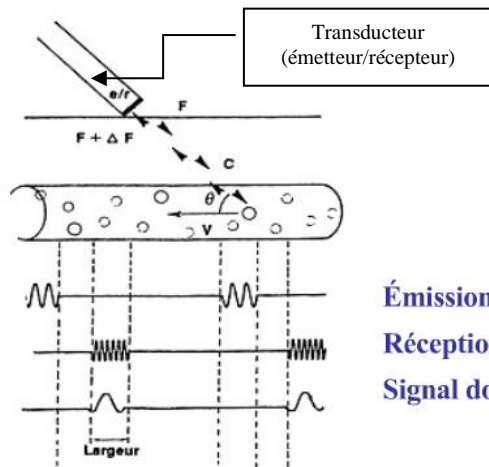
Figure 3b : Avec gel.



Document 3 – Doppler sanguin pulsé (Université de médecine de Montpellier – Université Joseph Fourier de Grenoble)

L'effet Doppler est utilisé pour mesurer des débits sanguins et détecter d'éventuelles anomalies dans les systèmes vasculaires. Les particules qui réfléchissent l'onde ultrasonore sont les hématies contenues dans le sang ; elles se déplacent à la même vitesse que lui.

Le principe est donné ci-dessous :



La vitesse des hématies et donc de l'écoulement sanguin est :

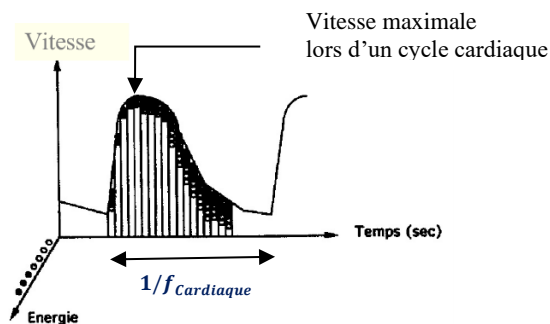
$$V = \frac{1}{2} \frac{\Delta f c}{F \cos \theta}$$

Le transducteur émet de façon discontinue les impulsions ultrasonores de fréquence F.

La fréquence de répétition des impulsions est appelée PRF (Pulse Repetition Frequency).

Un système électronique pilote le délai émission-réception. Il est donc possible de **déterminer la profondeur à explorer.**

Les signaux Doppler de période $\frac{1}{\Delta f}$ permettent après traitement d'obtenir la distribution des vitesses :



Le signal Doppler contient 4 informations :

- la fréquence Doppler proportionnelle aux vitesses détectées
- l'intensité proportionnelle à la quantité de particules produisant la fréquence doppler
- la variation dans le temps des informations précédentes.
- une information spatiale



$$V_{\max} = 4,04 \text{ m.s}^{-1} ; F_{\text{émission}} = 4 \text{ MHz} ; \theta = 55^\circ$$

La photo de droite montre le signal Doppler traité ainsi que l'image d'échographie de la sténose de l'artère concernée ; la sténose correspond à un rétrécissement et l'artère poplitée est l'artère qui amène le sang vers la jambe et le pied.

Dans une artère saine, la vitesse maximale observée est inférieure à 1 m.s^{-1}

EN VOUS SERVANT DES DOCUMENTS ET DE VOS CONNAISSANCES SUR LES ONDES,
REpondre AUX QUESTIONS SUIVANTES EN JUSTIFIANT PRECISEMENT VOS REponses ET
EN EFFECTUANT LES APPLICATIONS NUMERIQUES NECESSAIRES

1. Quel est l'intérêt pour l'acquisition des signaux d'échographie de séparer les impulsions successives ? On réfléchira en termes de temps caractéristiques.
2. Commenter les phrases suivantes :
 - « L'échographie doit réaliser un compromis entre une fréquence élevée et une fréquence faible ».
 - « L'échographie est l'imagerie de la différence d'impédance de deux tissus ».
3. Pour les organes ou les situations suivant(e)s, indiquer quelle fréquence il est plus intéressant d'utiliser : Vaisseaux superficiels, aorte, thyroïde, échographie abdominale, échographie d'un enfant.
4. Montrer que le document 2 met en évidence l'intérêt du gel échographique ; relier ces résultats expérimentaux à la notion d'impédance acoustique.
5. En quoi l'échographie Doppler permet-elle de détecter les sténoses et leur gravité ?
6. Commenter les deux phrases suivantes concernant la technique de Doppler sanguin :
 - « La profondeur à explorer limite la fréquence de répétition des impulsions (PFR) »
 - « La PFR limite la valeur de Δf et donc les vitesses maximales détectables »
7. En vous servant des données de la photo, déterminer numériquement le Δf correspondant à la vitesse maximale mesurée. Quelle est donc la valeur minimale de la PFR ?