PSI 2019 - 2020*

TD N°17 - OEM

Exercice 1 : GSM 4G (CCP MP 2014 – Extrait)

Données :

- permittivité diélectrique du vide ou de l'air : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}$ F.m^{-1}

- perméabilité magnétique du vide ou de l'air : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication pour la 4^e génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont obtenus.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct $R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et on considère un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x,y,z). On pose $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$.

TECHNOLOGIE MIMO

L'une des clés pour l'élévation du débit de la 4G réside dans la capacité des antennes à différencier les signaux en fonction de leur direction d'arrivée (ou d'envoi). Pour illustrer cette fonction, considérons le cas de deux OPPS de même amplitude E_m, mais de phases à l'origine différentes.

En associant cette origine à la première onde, on a $\underline{E}_{m1} = E_m \neq E_m\, e^{j\varphi} = \underline{E}_{m2}$. Elles utilisent le même canal et donc la même pulsation ω. Elles ont la même polarisation rectiligne $\vec{e}_x$. Les directions d'arrivée en un point quelconque de l'espace sont $\vec{k}_1 = k(\sin\theta\ \vec{e}_y + \cos\theta\ \vec{e}_z)$ et $\vec{k}_2 = k(-\sin\theta\ \vec{e}_y + \cos\theta\ \vec{e}_z)$.

A/ Champs électriques

1) En vous appuyant sur un schéma clair, représentez dans le repère cartésien les vecteurs $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$, ainsi que les champs associés $\vec{E}_1$, $\vec{B}_1$ et $\vec{E}_2$, $\vec{B}_2$ en respectant la vraisemblance liée à la structure des OPPS.
2) Exprimer les composantes $\underline{E}_1(M,t)$ et $\underline{E}_2(M,t)$ respectivement des champs $\vec{\underline{E}}_1(M,t)$ et $\vec{\underline{E}}_2(M,t)$ selon la direction $\vec{e}_x$ en fonction de E_m, φ, ω, t, k, z, y et θ.

B/ Détection MIMO

1) On dispose deux antennes de réception en mesure de détecter le champ électrique aux points $P\left(x_P = 0, y_P = -\frac{\lambda}{4}, z_P = 0\right)$ et $Q\left(x_Q = 0, y_Q = +\frac{\lambda}{4}, z_Q = 0\right)$. Exprimer les composantes $\underline{E}_{1x}(P,t)$, $\underline{E}_{1x}(Q,t)$, $\underline{E}_{2x}(P,t)$ et $\underline{E}_{2x}(Q,t)$ des champs en fonction de E_m, φ, ω, t et θ, puis exprimer les champs totaux $\vec{\underline{E}}_{total}(P,t)$ et $\vec{\underline{E}}_{total}(Q,t)$ en fonction de ces mêmes paramètres.

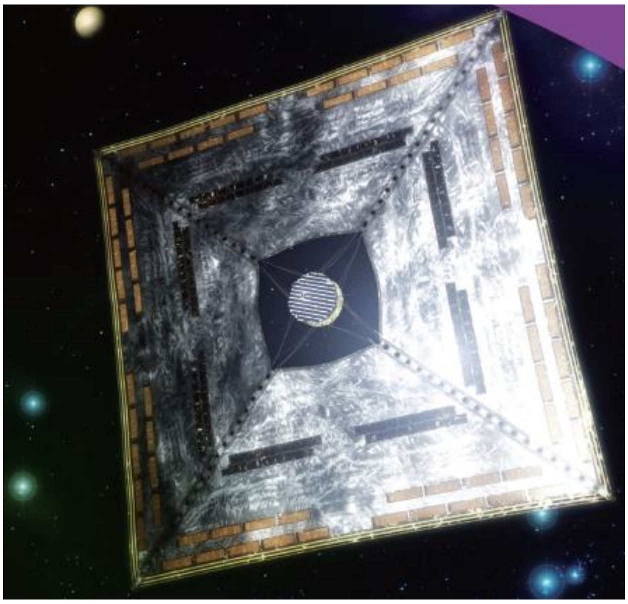
2) On introduit le paramètre réel et variable ϕ. Grâce à un calculateur numérique, on peut estimer la quantité $\vec{\underline{E}}(t,\phi) = \vec{\underline{E}}_{total}(P,t) + e^{j\phi}\,\vec{\underline{E}}_{total}(Q,t)$ pour diverses valeurs de ϕ.
Montrer que les contributions issues des champs $\vec{\underline{E}}_1$ et $\vec{\underline{E}}_2$ font apparaître respectivement les facteurs $\underline{f}_1(\phi) = 1 + e^{j(\phi - \pi\sin\theta)}$ et $\underline{f}_2(\phi) = 1 + e^{j(\phi + \pi\sin\theta)}$.

3) Proposer deux valeurs particulières ϕ_1 et ϕ_2 respectivement telles qu'après calcul de $\vec{\underline{E}}$:
- on annule la contribution de $\vec{\underline{E}}_2$ dans $\vec{\underline{E}}(t,\phi)$,
- on annule la contribution de $\vec{\underline{E}}_1$ dans $\vec{\underline{E}}(t,\phi)$.

Exercice 2 : Voilier solaire

La voile solaire IKAROS (photo ci-dessous) a été déployée dans l'espace en 2010 par l'agence spatiale japonaise. Elle mesure environ 200 m^2 et est constituée d'une membrane polyimide de 7,5 µm d'épaisseur ; elle est recouverte de cellules solaires de 25 µm d'épaisseur.
Elle a montré pour la première fois l'efficacité du système de propulsion à voile solaire en naviguant autour du soleil pendant 6 mois.

C'est la pression de radiation qui permet cette propulsion ; l'exercice se propose de modéliser cette pression et de discuter les caractéristiques de différentes voiles solaires.



Questions préliminaires

Aspect corpusculaire :
On rappelle qu'un photon de fréquence ν transporte une énergie hν et une quantité de mouvement $\frac{h\nu}{c}$.
Soit n* la densité de photons arrivant sur une surface S. En vous appuyant sur une analogie avec le calcul de la pression cinétique d'un gaz parfait monoatomique, montrer que ce faisceau exerce, sur la surface S, une « pression de radiation » que l'on exprimera en fonction de h, ν, n* et c.

Aspect ondulatoire :
Réécrire rapidement les expressions du champ électrique et du champ magnétique stationnaires qui s'établissent dans le vide après réflexion sur un métal parfait.

On admet que la force surfacique qui s'exerce sur le métal peut s'écrire $\overrightarrow{f_S}$ = ½ $\overrightarrow{J_S}\wedge\vec{B}$(0,t), où $\overrightarrow{J_S}$ est la densité de courant surfacique sur le métal.
Montrer que l'on peut, avec ce modèle aussi, mettre en évidence une pression de radiation que l'on exprimera en fonction notamment de E_0, amplitude du champ électrique incident.

La Terre se situe à la distance $d = 1{,}5.10^{11}$ m du Soleil, définissant ainsi l'*unité astronomique* (1 UA = $1{,}5.10^{11}$ m). La puissance surfacique moyenne du rayonnement solaire reçu au niveau de la Terre (en haut de l'atmosphère) est donnée par la constante solaire $A_0 = 1{,}36.10^3$ W.m^{-2}.

Evaluer la pression de radiation ressentie au niveau de la Terre. Commenter.

Le vaisseau Cosmos-1 lancé en 2005 avait une masse de 110 kg et une voile circulaire de 30 m de diamètre fabriquée en mylar. Le vaisseau Ikaros pèse quant à lui 315 kg avec une voile carrée de 14,1 m de côté en polyimide. Déterminer la force de pression de radiation dans chaque cas et évaluer l'accélération de chaque vaisseau. Commenter.

Les sondes Voyager-1 et Voyager-2, lancées en 1977 par la NASA, sont toujours en fonctionnement et se trouvent actuellement aux limites de notre Système Solaire. Avec une vitesse de 60 000 km/h, Voyager-1 est l'objet le plus rapide jamais construit par l'Homme et, depuis 2013, le premier à être sorti de notre Système Solaire après avoir franchi l'héliopause (frontière qui sépare l'héliosphère, où se trouve notre Système Solaire, de l'espace interstellaire) à 120 UA du Soleil.
On cherche à évaluer les performances d'une voile solaire dans un but d'exploration spatiale. On considère un vaisseau de masse totale $m = 100$ kg muni d'une voile solaire de surface $S = 1{,}15.10^5$ m^2 (correspondant à un carré de 340 m de côté). La Terre a une masse de $6{,}0.10^{24}$ kg et le Soleil une masse de $2{,}0.10^{30}$ kg. On rappelle la valeur de la constante de gravitation universelle $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}.

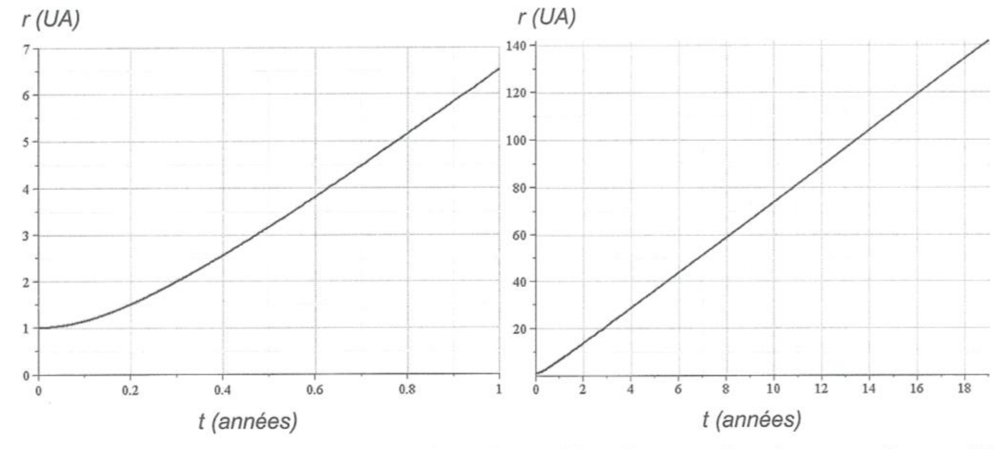
Comparer la force de pression de radiation et les forces de gravitation exercées sur le vaisseau par le Soleil et par la Terre. A partir de quelle distance de la Terre peut-on négliger la force de gravitation terrestre devant celle du Soleil ? On se placera dans cette approximation dans la suite.

Montrer que le mouvement de la voile solaire est rectiligne. En déduire l'équation du mouvement du vaisseau, supposé être lâché sans vitesse initiale depuis la distance $r = d$ du Soleil, sous la forme :

$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\alpha}{r^2}$, où a est une constante que l'on exprimera en fonction des données.

Montrer que la force subie par le vaisseau dérive d'une énergie potentielle E_p. Déduire alors de la conservation de l'énergie mécanique la vitesse maximale V_{max} que peut atteindre la voile solaire et l'évaluer numériquement. Commenter.

Afin de préciser le mouvement de la voile solaire, on a résolu numériquement l'équation différentielle précédente avec les conditions initiales correspondantes. Le graphe de la distance au Soleil r (en UA) en fonction du temps t (en années) est présenté ci-dessous.



Commenter les graphes. Au bout de combien de temps le vaisseau croisera-t-il les orbites de Mars (à 1,5 UA du Soleil), de Saturne (9,5 UA) et de Neptune (30 UA) ? Au bout de combien de temps le vaisseau sera-t-il sorti du Système Solaire ? Evaluer sa vitesse maximale. Conclure.