

PSI\* 2020 - 2021  
TD PHYSIQUE N°5  
FLUIDES

**Exercice 1 : Plongeur**

Un plongeur est équipé d'une bouteille d'air comprimé à 200 bar, munie d'un détendeur.



Estimer la durée pendant laquelle le plongeur peut rester à la profondeur de 20 m ?  
On donne sa consommation : 25 L/min.

**Exercice 2 : Hémisphères de Magdebourg**

En 1664 Otto Von Guericke réalisa l'expérience suivante :

Il raccorda deux hémisphères de cuivre de 51 cm de diamètre et ôta l'air contenu à l'intérieur. Il attacha chacun des hémisphères à un attelage de huit chevaux et observa qu'ils n'étaient pas capables de séparer les hémisphères.

✚ Gravures d'époque



✚ Un cheval-vapeur est défini comme la puissance d'un cheval qui soulèverait à l'aide d'une poulie une charge de 75 kg en parcourant un mètre en une seconde.

✚ On rappelle que  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Evaluer la pression maximale à l'intérieur des hémisphères.**

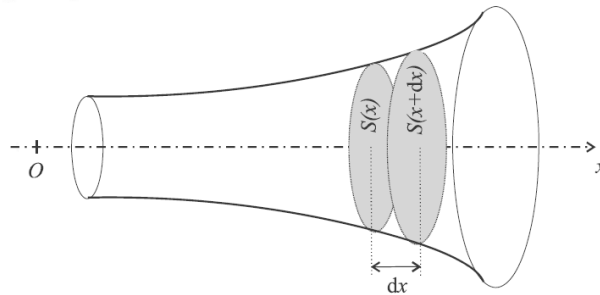
**Exercice 3 : Cinématique des fluides**

✚ Champ de vitesse en coordonnées cylindriques :

Soit le champ de vitesse,  $\vec{v} = v_0(1 - \frac{r^2}{a^2}) \vec{e}_z$ , d'un écoulement dans une conduite cylindrique d'axe  $z$  et de rayon  $a$  ;  $v_0$  est une constante positive. Calculer le débit volumique de l'écoulement. En déduire sa vitesse moyenne sur cette section. Quelle est la vitesse minimale de cet écoulement ? Sa vitesse maximale ? Que vaut la divergence du champ des vitesses ?  
Conclusion ?

### ✚ Conservation de la masse :

On considère un tube indéformable de longueur  $L$ , d'axe de révolution ( $Ox$ ) rempli d'air, supposé être un gaz parfait à la température moyenne ambiante  $T_0$  et à la pression  $P_0$ . Soit  $\rho_0$  la masse volumique moyenne de cet air. La section transverse du tube est une fonction de l'abscisse  $x$ : soit  $S(x)$  cette section (figure 3).



**Figure 3 : Petite tranche d'air dans un tube acoustique de section variable**

En présence de l'onde sonore, le champ de vitesse de l'air est le suivant :  $\vec{u}(x, t) = u(x, t) \vec{e}_x$  où  $u(x, t)$  est faible devant la vitesse de propagation de l'onde.

On note  $\rho(x, t)$  la masse volumique de l'air à l'instant  $t$  et à l'abscisse  $x$ .

On supposera qu'en présence de l'onde sonore, la masse volumique de l'air s'écrit  $\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$  où  $\mu(x, t) \ll \rho_0$  et que la pression de l'air s'écrit  $P(x, t) = P_0 + p(x, t)$  avec  $p(x, t) \ll P_0$ .

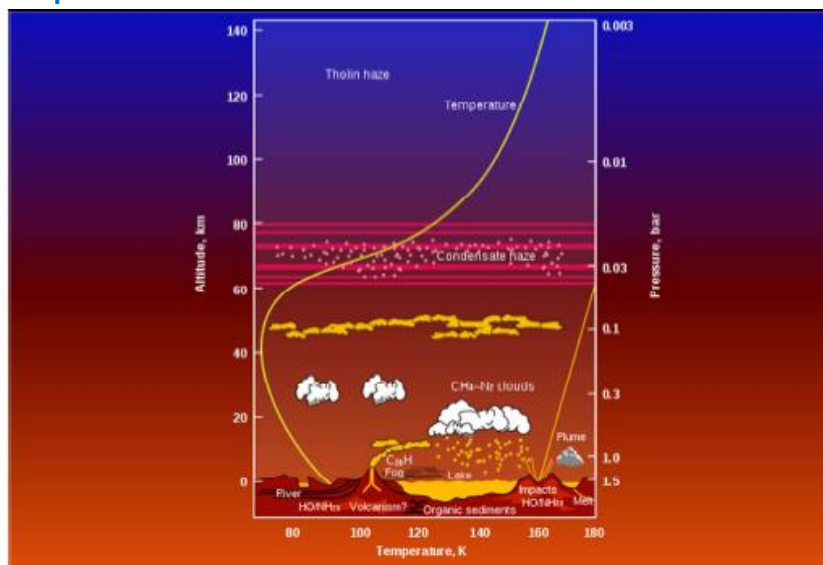
On s'intéresse à l'air compris entre les sections d'abscisses  $x$  et  $x + dx$ .

**A.1** Exprimer la masse  $dm(t)$  de ce système à l'instant  $t$  en fonction de  $S(x)$  notamment. Même question pour l'instant  $t + dt$ .

**A.2** Exprimer la masse  $\delta m_e$  de fluide entrant dans le système pendant la durée  $dt$  en fonction de  $\rho(x, t)$ ,  $S(x)$  et  $u(x, t)$ . Exprimer aussi la masse  $\delta m_s$  de fluide sortant du système pendant la même durée.

**A.3** En se limitant à des termes du premier ordre, montrer que l'on obtient l'équation de conservation de la masse suivante :  $S(x) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial (Su)}{\partial x} = 0$ .

### Exercice 4 : Atmosphère de Titan



Titan (satellite de Saturne) est constitué d'une atmosphère de  $N_2$  à la température  $T = 90$  K. La masse de Titan vaut  $M = 1,3 \cdot 10^{23}$  kg et son rayon  $R = 2\,600$  km.

On donne : la constante de gravitation  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  ;  
la constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  
la masse molaire du diazote :  $M_{N_2} = 28 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

**Trouver l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère de Titan**