PSI 2024 – 2025*

TD PHYSIQUE N°5

Statique et cinématique des fluides

Exercice 1 : Résolution de problème - Plongeur

Un plongeur est équipé d'une bouteille d'air comprimé à 200 bar, munie d'un détendeur.

Estimer la durée pendant laquelle le plongeur peut rester à la profondeur de 20 m ?
On donne sa consommation : 25 L/min.

Exercice 2 : Hémisphères de Magdebourg

En 1664 Otto Von Guericke réalisa l'expérience suivante :
Il raccorda deux hémisphères de cuivre de 51 cm de diamètre et ôta l'air contenu à l'intérieur. Il attacha chacun des hémisphères à un attelage de huit chevaux et observa qu'ils n'étaient pas capables de séparer les hémisphères.

- **Gravures d'époque**

- Un cheval-vapeur est défini comme la puissance d'un cheval qui soulèverait à l'aide d'une poulie une charge de 75 kg en parcourant un mètre en une seconde.
- On rappelle que g = 10 m/s^2

Evaluer la pression maximale à l'intérieur des hémisphères.

Exercice 3 : Cinématique des fluides

- *Champ de vitesse en coordonnées cylindriques :*

  Soit le champ de vitesse, $\vec{v} = v_0(1-\frac{r^2}{a^2})\,\overrightarrow{e_z}$, d'un écoulement dans une conduite cylindrique d'axe z et de rayon a ; v_0 est une constante positive. Calculer le débit volumique de l'écoulement. En déduire sa vitesse moyenne sur cette section. Quelle est la vitesse minimale de cet écoulement ? Sa vitesse maximale ? Que vaut la divergence du champ des vitesses ? Conclusion ?
- *Conservation de la masse :*

On considère un tube indéformable de longueur L, d'axe de révolution (Ox) rempli d'air, supposé être un gaz parfait à la température moyenne ambiante T_0 et à la pression P_0. Soit ρ_0 la masse volumique moyenne de cet air. La section transverse du tube est une fonction de l'abscisse x : soit $S(x)$ cette section (figure 3).

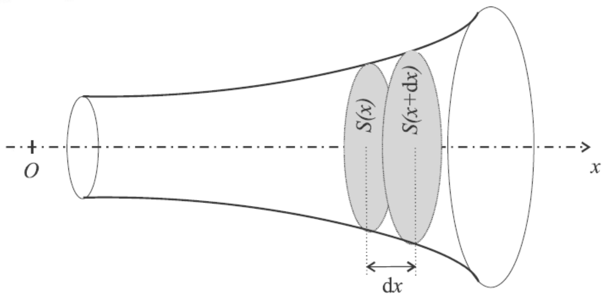

Figure 3 : Petite tranche d'air dans un tube acoustique de section variable

En présence de l'onde sonore, le champ de vitesse de l'air est le suivant : $\vec{u}(x,t) = u(x,t)\,\vec{e}_x$ où $u(x,t)$ est faible devant la vitesse de propagation de l'onde.

On note $\rho(x,t)$ la masse volumique de l'air à l'instant t et à l'abscisse x.

On supposera qu'en présence de l'onde sonore, la masse volumique de l'air s'écrit $\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$ où $\mu(x,t) << \rho_0$ et que la pression de l'air s'écrit $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$ avec $p(x,t) << P_0$.

On s'intéresse à l'air compris entre les sections d'abscisses x et $x+dx$.

A.1 Exprimer la masse $dm(t)$ de ce système à l'instant t en fonction de $S(x)$ notamment. Même question pour l'instant $t+dt$.

A.2 Exprimer la masse δm_e de fluide entrant dans le système pendant la durée dt en fonction de $\rho(x,t)$, $S(x)$ et $u(x,t)$. Exprimer aussi la masse δm_s de fluide sortant du système pendant la même durée.

A.3 En se limitant à des termes du premier ordre, montrer que l'on obtient l'équation de conservation de la masse suivante : $S(x)\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \dfrac{\partial (Su)}{\partial x} = 0$.