

TD Physique N°6 – Charges et Courants

EXERCICE 1 : Modèle de conduction métallique, approche statistique

- Le métal est plongé dans un champ électrique permanent et uniforme.
- Les électrons de conduction se déplacent dans un réseau cationique fixe.
- Les seules interactions prises en compte sont les chocs électrons-cations et la force due au champ électrique extérieur $\vec{E}$.

Proposer un modèle statistique simple permettant de retrouver le résultat du cours :

$$\vec{j} = n_0 e^2 \tau \frac{1}{m_e} \vec{E}.$$

Donner l'interprétation physique de τ et interpréter les données expérimentales suivantes pour le cuivre :

T (K)	γ (S.m ⁻¹)
77	$5 \cdot 10^8$
273	$6.4 \cdot 10^7$
373	$4.5 \cdot 10^7$

EXERCICE 2 : Vitesses des électrons métalliques

Comparer la vitesse moyenne statistique (due à l'agitation thermique) des électrons dans un fil de cuivre et la vitesse moyenne d'ensemble de ces électrons dans ce même fil parcouru par un courant de l'ordre de l'ampère.

Il vous faudra demander un certain nombre de valeurs numériques nécessaires à l'évaluation de ces deux vitesses.

EXERCICE 3 : Distributions de charges et de courants

Déterminer les symétries et les invariances spatiales des distributions statiques suivantes :

- Plan infini uniformément chargé.
- Sphère chargée en volume de densité $\rho(r)$.
- Fil infini parcouru par un courant I_0 .
- Cylindre infini suivant x, de rayon a, parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\vec{j} = j_0 \vec{e}_x$.
- Deux fils infinis parallèles parcourus respectivement par i_1 et i_2
 - Cas où i_1 et i_2 sont quelconques.
 - Cas particuliers :
 - $i_1 = i_2$
 - $i_1 = -i_2$
- Plan infini (xOy) parcouru par un courant de densité uniforme surfacique $\vec{j}_s = j_{s0} \vec{e}_x$.

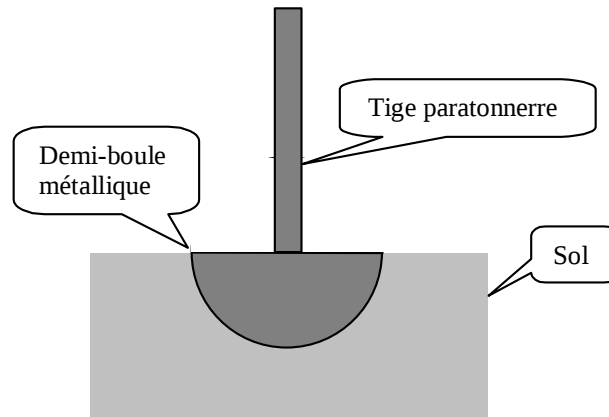
Si les distributions précédentes dépendaient du temps, les raisonnements et les conclusions seraient-ils modifiés ?

EXERCICE 4 : Risque d'électrocution

Lorsque le courant de foudre d'un impact direct sur un paratonnerre s'écoule par la prise de terre d'une installation, de fortes surtensions peuvent apparaître.

La résistance de la prise de terre ne doit pas excéder 30 ohms. Celle-ci est constituée d'une demi-sphère métallique pleine, de rayon a , placée dans un sol de résistivité $\rho \cong 100 \, \Omega \cdot \text{m}$.

Un courant de foudre, d'intensité I , arrive sur la tige paratonnerre fixée au centre C de l'hémisphère.



1 - Prévoir qualitativement la forme des lignes de courant dans la terre ?

2 - En déduire, à la distance $r > a$, la densité de courant $j(r)$ et le potentiel $V(r)$ (ce dernier sera pris nul à l'infini ; on admettra que le champ électrique étudié ici peut être relié au potentiel par la relation : $\vec{E} = -\text{grad}(V)$).

3 - Déterminer la valeur du potentiel U pris par la demi-sphère.

4 - La résistance de la terre étant définie par $R = \frac{U}{I}$, calculer le rayon a de l'hémisphère de telle manière que la valeur de la résistance soit inférieure à 30 ohms.

5 - La tension de pas V_p est définie comme la différence de potentiel entre deux points de la surface du sol distants de un mètre et situés sur la même droite issue du centre C de l'hémisphère.

Calculer cette tension de pas pour un courant $I = 50 \, \text{kA}$ à 10 mètres puis à 100 mètres de la prise de terre.

6 - Sachant que la résistance entre les deux pieds d'une personne est de $2500 \, \Omega$, quel serait l'ordre de grandeur de l'intensité qui s'écoulerait à travers le corps de la personne ?

7 - Sachant que l'intensité dans la personne ne doit pas dépasser 25 mA, à quelle distance doit-elle se trouver du point d'impact pour ne pas être électrocutée ?

$$\text{grad}(V) = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi.$$

EXERCICE 5 : Conductivité d'une solution électrolytique

On modélise une cellule d'un conductimètre par deux électrodes planes de surface rectangulaire S d'axe Ox , comprise entre les plans d'équations $x=0$ et $x=L$, contenant une solution aqueuse de sulfate de cuivre. Cette solution contient différents types d'ions A_i de charge q_i et de masse m_i ; on note n_i le nombre d'ions A_i par unité de volume. Soit U la différence de potentiel constante entre les plans $x=0$ et $x=L$ telle que dans le cylindre règne un champ électrostatique uniforme et stationnaire $\vec{E} = \frac{U}{L} \vec{u}_x$ où $\vec{u}_x$ est le vecteur unitaire de l'axe Ox . Les ions A_i sont alors soumis à la force électrostatique correspondante $q_i \vec{E}$ et à une force de frottement fluide de la forme $-f_i \vec{v}_i$ où $\vec{v}_i$ est leur vitesse et f_i un coefficient positif.

Écrire l'équation différentielle du mouvement d'un ion A_i . Dans la suite, on se place en régime permanent; montrer que $\vec{v}_i = \mu_i \vec{E}$ et exprimer le coefficient μ_i (mobilité de l'ion) en fonction de q_i et f_i .

Quel est le nombre dN_i d'ions A_i franchissant une section d'abscisse donnée de la cellule entre les dates t et $t+dt$? Quelle charge dQ_i transportent ces ions pendant dt ? En déduire la contribution I_i des ions A_i à l'intensité I du courant traversant la cellule en fonction de q_i , f_i , n_i , L , S et U . Vérifier que le signe de q_i n'influe pas sur le signe de l'intensité du courant.

En déduire que la résistance R du cylindre s'écrit $R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$ et donner l'expression de la conductivité σ en fonction d'abord des n_i , q_i , f_i , puis des n_i , q_i , μ_i .