TD Physique N°7
Electromagnétisme (1)

EXERCICE 1 : Distributions de charges et de courants

Déterminer les symétries et les invariances spatiales des distributions statiques suivantes :

- Plan infini uniformément chargé.
- Sphère chargée en volume de densité $\rho(r)$.
- Fil infini parcouru par un courant I_0.
- Cylindre infini suivant x, de rayon a, parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\vec{j} = j_0\overrightarrow{e_x}$.
- Deux fils infinis parallèles parcourus respectivement par i_1 et i_2
  - Cas où i_1 et i_2 sont quelconques.
  - Cas particuliers :
    - $i_1 = i_2$
    - $i_1 = - i_2$
- Plan infini (xOy) parcouru par un courant de densité uniforme surfacique $\vec{j}_S = j_{S0}\overrightarrow{e_x}$.

Si les distributions précédentes dépendaient du temps, les raisonnements et les conclusions seraient-ils modifiés ?

EXERCICE 2 : Mesures de champ magnétique - Mines PSI 2016 extrait

Dans ce problème sont abordées quelques méthodes de mesure de champs magnétiques, permanents ou éventuellement lentement variables dans le temps. Les vecteurs seront traditionnellement surmontés d'une flèche, par exemple $\vec{B}$ pour le champ magnétique ; sauf s'ils sont unitaires et seront alors surmontés d'un chapeau, par exemple $\widehat{u}$ tel que $\|\widehat{u}\| = 1$. Le référentiel terrestre sera considéré comme galiléen. On rappelle que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$.

III. — Utilisation d'une sonde à effet Hall

L'élément principal d'une sonde à effet Hall est une plaquette constituée d'un semi-conducteur, dopé N, dans laquelle les porteurs de charges libres sont des électrons, dont la charge est $q = -e = -1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

La densité volumique de ces électrons dans cette plaquette est $n = 3{,}30 \times 10^{18}\,\mathrm{m^{-3}}$.

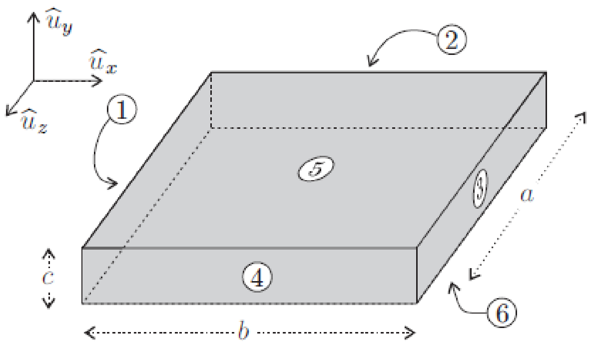

FIGURE 4 – Plaquette de semi-conducteur

Cette plaquette possède la forme d'un parallélépipède, dont les six faces sont numérotées conformément à la figure 4, ses dimensions sont $a = 3\,\mathrm{mm}$, $b = 6\,\mathrm{mm}$ et $c = 0{,}2\,\mathrm{mm}$. Les faces 1 et 3 sont reliées aux bornes d'une source de courant idéale, délivrant un courant d'intensité $I_0 = 10\,\mathrm{mA}$ constante. En régime permanent, on peut considérer que les lignes de courant sont rectilignes et parallèles, le vecteur densité volumique de courant est uniforme et s'écrit $\vec{j} = j\,\widehat{u}_x$.

❑ **11** — Établir l'expression de la vitesse $\vec{v}$ des porteurs de charge et calculer sa norme.

La plaquette est placée dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique considéré comme constant, tel que $\vec{B} = B\,\widehat{u}_y$ avec $B > 0$.

❑ **12** — Après avoir exprimé la force magnétique s'exerçant sur une charge mobile, justifier que des densités surfaciques de charge apparaissent sur les faces 2 et 4. On précisera les signes de ces densités.

Ces densités surfaciques de charges créent un champ électrique $\vec{E}_h = E_h\,\widehat{u}_z$ au sein de la plaquette. En régime permanent, la vitesse des porteurs de charge reste inchangée.

❑ **13** — En appliquant le principe fondamental de la mécanique à un porteur de charge en projection sur $\widehat{u}_z$, déterminer l'expression de E_h. Montrer qu'il apparaît une différence de potentiel $u_h = V_4 - V_2$ entre les faces 4 et 2. Celle-ci est appelée tension de Hall, on l'écrira sous la forme $u_h = \gamma B$ en précisant l'expression et la valeur numérique de la constante γ.

IV. — Utilisation d'une magnétorésistance

On considère un conducteur électrique se présentant sous la forme d'une couronne cylindrique d'axe Oz, de hauteur h, délimitée par un cylindre intérieur de rayon r_1 et par un cylindre extérieur de rayon r_2. À l'aide d'une source de tension on impose les potentiels $V(r_1) = V_1$ et $V(r_2) = V_2$. On se place en régime permanent et on néglige les effets de bord, ce qui revient à supposer que le comportement de cette couronne est le même que si elle était infiniment haute. L'existence de deux équipotentielles cylindriques permet d'émettre l'hypothèse que le potentiel ne dépend que de r, ainsi

$$V = V(r)\ , \quad \Delta V\left(r\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) \quad \text{et} \quad \vec{\text{grad}}V\left(r\right) = \frac{dV}{dr}\,\widehat{u}_r.$$

❑ **23** — Le conducteur est localement non chargé ; vérifier que l'hypothèse $V = V(r)$ est la seule possible. Déterminer le potentiel électrique en un point M de ce conducteur. En déduire l'intensité E du champ électrique $\vec{E}$ en ce même point en fonction de V_1, V_2, r_1, r_2 et r.

La couronne cylindrique est placée dans un champ magnétique $\vec{B} = B\,\widehat{u}_z$ avec $B > 0$. Le conducteur contient n électrons libres par m^3. On considère de plus le modèle de Drude dans lequel chaque électron de vitesse $\vec{v}$ est soumis, en plus des forces électromagnétiques, à une force de frottement s'exprimant sous la forme $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ avec $\lambda > 0$.

❑ **24** — Pour chaque électron, établir, en régime permanent, la relation entre $\vec{v}$, $\vec{B}$ et $\vec{E}$ paramétrée par λ et la charge élémentaire e. En déduire l'expression, dans la base cylindrique $(\widehat{u}_r,\widehat{u}_\theta,\widehat{u}_z)$, des coordonnées de $\vec{v}$ en fonction de e, λ, E et B puis celles du vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$.

❑ **25** — Exprimer l'intensité du courant électrique traversant une surface équipotentielle de rayon r. En déduire la résistance électrique R de la couronne, en fonction de e, n, λ, B, h, r_1 et r_2. On note R_0 la résistance en l'absence de champ magnétique. Exprimer l'écart relatif $\varepsilon = \frac{R-R_0}{R_0}$ en fonction de e, B et λ. Calculer la valeur numérique de R_0 ainsi que celle de ε pour $B = 1{,}0\,\text{mT}$, $r_1 = 1{,}0\,\text{mm}$, $r_2 = 3{,}0\,\text{mm}$, $h = 1{,}0\,\text{mm}$, $n = 1{,}1\times10^{21}\,\text{m}^{-3}$ et $\lambda = 1{,}8\times10^{-17}\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Commenter l'utilisation du phénomène pour la mesure de champs magnétiques.