PSI* 2019 – 2020
TD N°7
MECANIQUE DES FLUIDES

EXERCICE 1 : Couche limite (Centrale- Supélec 2011 Extrait)

Questions préliminaires

On se propose d'évaluer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite (affectée par la viscosité) au voisinage d'une plaque plane sur laquelle arrive un écoulement laminaire uniforme de vitesse $\vec{U} = U\vec{x}$ parallèle à la plaque.

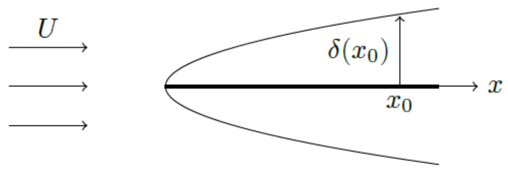


Figure 1

Cette zone qui assure le raccordement entre la condition de vitesse nulle contre la plaque et l'écoulement uniforme, s'établit par diffusion perpendiculairement à la plaque à partir du moment ou le fluide aborde l'extrémité de celle-ci.

Estimer l'ordre de grandeur $\delta(x_0)$ de l'épaisseur de la couche limite en tenant compte du fait que lorsque le fluide atteint l'abscisse x_0, le phénomène diffusif, perpendiculairement à la plaque, s'est déjà produit pendant la durée x_0/U.

Rappeler l'expression du nombre de Reynolds si l'on prend x_0 comme dimension caractéristique d'écoulement : Re_{x_0}.

Exprimer $\delta(x_0)/x_0$ à l'aide de Re_{x_0}.

Proposer alors un critère de pertinence pour l'utilisation de la notion de couche limite.

III. Ecoulement de Poiseuille plan

On considère maintenant l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plans horizontaux d'abscisses $y = -d/2$ et $y = +d/2$. L'axe horizontal Ox définit la direction et le sens de l'écoulement tandis que l'axe Oy est vertical ascendant : $\vec{g} = -g\vec{u}_y$.

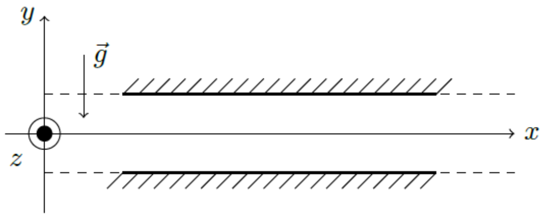


Figure 2

III.A – On considère une zone suffisamment éloignée de l'extrémité par laquelle le fluide aborde le dispositif pour ignorer tout phénomène d'entrée et faire comme si les parois étaient illimitées. On étudie alors un écoulement stationnaire caractérisé par le champ des vitesses $\vec{v} = v_x(y)\vec{u}_x$ et un champ de pression $p(x, y)$.

III.A.1)

a) Ecrire l'équation locale du mouvement de la particule de fluide et la projeter sur les deux axes

b) En déduire que $\partial p/\partial x = K$ (constante).

c) Donner la loi $v_x(y)$ en fonction de K, η, y et d. Montrer que le profil des vitesses est parabolique.

III.A.2) On note $\Delta p = p(x, y) - p(x + L, y)$ la différence de pression qui doit exister entre deux points de même altitude et distants de L selon Ox pour maintenir cet écoulement.

Établir l'expression du débit volumique D_V à travers une section de largeur h selon Oz en fonction de Δp, L, h, d et η.

Avec quelle loi électrique la relation entre Δp et D_V suggère-t-elle une analogie ? Introduire une résistance hydraulique.

III.A.3) Si, en maintenant Δp, on divise d par 2, que devient le débit ?

Quel débit total circule alors à travers deux dispositifs identiques d'épaisseur $d/2$, chacun étant soumis à la différence de pression Δp sur une longueur L ?

En déduire une différence importante avec la notion de résistance électrique.

III.B – On examine maintenant le phénomène d'entrée dans le dispositif précédent. Un fluide en écoulement laminaire uniforme de vitesse $\vec{U} = U\vec{u}_x$ pénètre dans l'intervalle situé entre deux plaques planes parallèles au plan xOz, distantes de d.

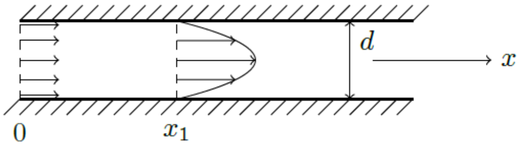


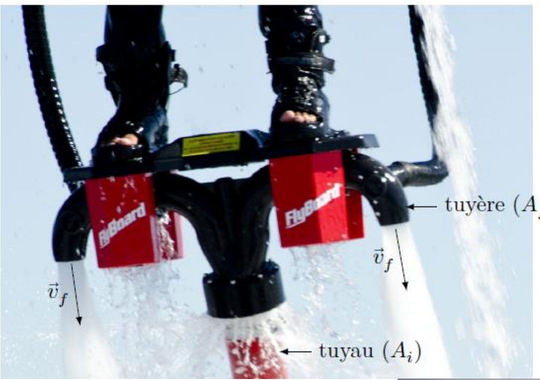
Figure 3

En exploitant le phénomène de croissance de couche limite à partir de l'arête de chaque plaque (cf. partie **II**), évaluer en fonction de U, d et ν, la distance x_1 parcourue par le fluide depuis son entrée dans le dispositif avant que s'établisse le profil parabolique de vitesse.

Montrer qu'on peut exprimer le rapport x_1/d à l'aide du nombre de Reynolds si l'on choisit judicieusement la dimension caractéristique de l'écoulement.

EXERCICE 2 : Flyboard

Un Flyboard – ou Jetlev – est un dispositif fixé sur un pilote et lui permettant de d'élever au-dessus de l'eau.
Les deux tuyères sont alimentées par un tuyau flexible d'une dizaine de mètres de long (cf. photos).
La pompe qui prélève l'eau dans la mer est située sur une embarcation (jet ski en général)



Déterminer les vitesses v_i et v_f si le sportif se maintient immobile.

Déterminer la puissance minimale que doit fournir la pompe pour maintenir le sportif immobile à une hauteur H au-dessus de l'eau ; faire l'application numérique pour H = 5 m puis H = 10 m.

Données

accélération de la pesanteur $g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
masse volumique de l'eau $\rho = 1{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$
masse du sportif et de la planche $m = 92\ \mathrm{kg}$
aires $A_i = 8{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^2}$, $A_f = 2{,}6 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^2}$

EXERCICE 3 : Résolution de problème

Une baignoire se remplit en 8 minutes robinet ouvert et bonde fermée ; elle se vide en 12 minutes robinet fermé et bonde ouverte. La baignoire déborde-t-elle si on ouvre à la fois le robinet et la bonde ?

EXERCICE 4 : Puissance d'une turbine

Déterminer la puissance électrique fournie par la turbine T sachant que son rendement vaut 0.81.
On donne :
- Pour un coude à 90 ° du type de ceux entre 2 et 3 et 4 et 5 : $\xi = 0.15$.
- Pour l'élargissement 5-6 : $\xi = 1$.
- La rugosité de la conduite $\varepsilon = 0.1$ mm.