PSI* 2017 – 2018

TD Physique N°8 – CONDENSATEURS

Capteur de proximité capacitif (E3a PSI 2013 – extrait)

Comme le montre la figure 1a ci-dessous, la tête de mesure de ce capteur est formée d'un conducteur cylindrique (A) et d'une enveloppe métallique coaxiale (B) réalisant un condensateur de capacité fixe C_e :

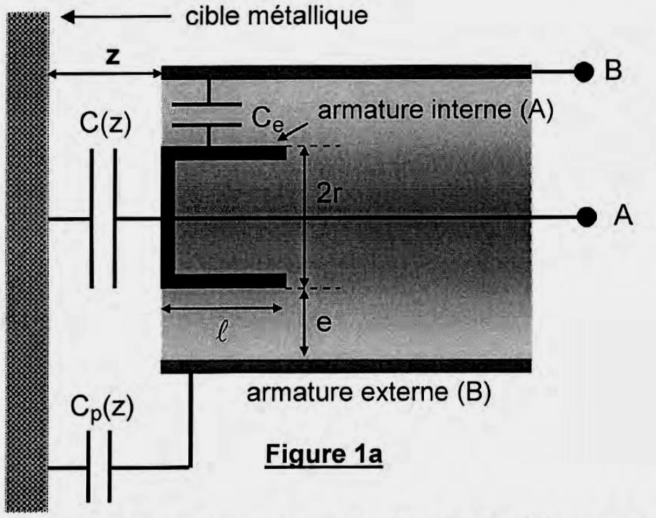

Figure 1a

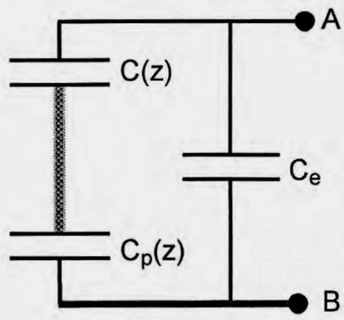

Figure 1b

Le but de la mesure est de détecter la distance z entre la tête de mesure et la cible.

Lorsque la cible métallique s'approche de l'extrémité des conducteurs (A) et (B), ceux-ci constituent avec elle deux autres condensateurs :

- *l'un, de capacité C(z), a pour armatures le disque externe du conducteur central cylindrique (A) de diamètre 2r et z est la distance qui le sépare de la cible ;*
- *l'autre est un condensateur parasite, de capacité $C_p(z)$, formé par l'enveloppe extérieure (B) du capteur et la cible.*

Le schéma électrique équivalent du capteur est représenté sur la figure 1b.

A1. Enoncer le théorème de GAUSS en électrostatique dans le vide de permittivité ε_0.

Considérons un condensateur plan dont les faces en regard sont distantes de d et de surfaces S ; le vide règne entre ces deux électrodes. La distance d est suffisamment faible pour supposer les surfaces infinies.

A2. Exprimer, en le justifiant, le champ électrique $\vec{E}$ dans le condensateur en fonction de la charge Q qu'il emmagasine, de S et de ε_0 ; en déduire sa capacité C.

Etudions maintenant un condensateur cylindrique de longueur infinie. Le rayon de son armature interne est r_1 et le rayon de son armature externe est r_2 ; ε_0 est la permittivité du vide entre ces deux électrodes et Q la charge d'une armature de longueur ℓ.

A3. Exprimer, en le justifiant, le champ électrique $\vec{E}$ dans le condensateur. En déduire la capacité C de ce condensateur pour une longueur commune ℓ des électrodes. Ecrire le résultat sous la forme : $C = \dfrac{\alpha}{\ln(r_2/r_1)}$ et identifier α.

A4. Ecrire l'expression de la capacité C(z) en fonction de ε_0, r et z, puis celle de la capacité C_e en fonction de ε_0, ℓ, r et e.

A5. Déterminer la capacité C_{AB} de la tête de mesure en fonction de C_e, C(z) et $C_p(z)$.

A6. Proposer une opération technique simple permettant de s'affranchir de la capacité parasite $C_p(z)$ *(ce qui sera le cas dans la suite du problème : $C_p \to +\infty$).*

A7. Ecrire l'expression finale de la capacité C_{AB} en fonction de ε_0, ℓ, r, e et z, sachant que la distance e entre les armatures en regard est faible devant leurs rayons respectifs. *(effectuer pour cela un développement limité au 1er ordre en e/r)*

Le capteur fonctionne pour une distance cible-tête de mesure z variant d'une faible quantité Δz à partir d'une valeur de référence z_0 : $z = z_0 + \Delta z$ (avec l'approximation $\Delta z / z_0 \ll 1$).

A8. Montrer que la capacité C_{AB} peut s'écrire sous la forme : $C_{AB} = C_0\left(1 + k\dfrac{\Delta z}{z_0}\right)$; identifier C_0 et k, puis calculer de façon approchée leurs valeurs numériques à l'aide des données suivantes : $r = 10\text{ mm}$, $\ell = 10\text{ mm}$, $e = 1\text{ mm}$, $z_0 = 2\text{ mm}$ et $\varepsilon_0 \cong 9.10^{-12}\text{ F.m}^{-1}$.