PSI* 2019 – 2020
TD Physique N°9 – Charges et Courants

EXERCICE 1 : Modèle de conduction métallique, approche statistique

- Le métal est plongé dans un champ électrique permanent et uniforme.
- Les électrons de conduction se déplacent dans un réseau cationique fixe.
- Les seules interactions prises en compte sont les chocs électrons-cations et la force due au champ électrique extérieur uniforme $\vec{E}$.

Proposer un modèle statistique simple permettant de retrouver le résultat du cours :

$$\vec{j} = n_0 e^2 \tau \frac{1}{m_e} \vec{E}.$$

Donner l'interprétation physique de τ et interpréter les données expérimentales suivantes pour le cuivre :

T (K)	γ (S.m^{-1})
77	5 10^8
273	6.4 10^7
373	4.5 10^7

EXERCICE 2 : Conductivité d'une solution électrolytique

On modélise une cellule d'un conductimètre par deux électrodes planes de surface rectangulaire S d'axe Ox, comprise entre les plans d'équations $x=0$ et $x=L$, contenant une solution aqueuse de sulfate de cuivre. Cette solution contient différents types d'ions A_i de charge q_i et de masse m_i ; on note n_i le nombre d'ions A_i par unité de volume. Soit U la différence de potentiel constante entre les plans $x=0$ et $x=L$ telle que dans le cylindre règne un champ électrostatique uniforme et stationnaire $\vec{E} = \frac{U}{L}\vec{u}_x$ où $\vec{u}_x$ est le vecteur unitaire de l'axe Ox. Les ions A_i sont alors soumis à la force électrostatique correspondante $q_i\vec{E}$ et à une force de frottement fluide de la forme $-f_i\vec{v}_i$ où $\vec{v}_i$ est leur vitesse et f_i un coefficient positif.

Écrire l'équation différentielle du mouvement d'un ion A_i. Dans la suite, on se place en régime permanent ; montrer que $\vec{v}_i = \mu_i \vec{E}$ et exprimer le coefficient μ_i (mobilité de l'ion) en fonction de q_i et f_i.

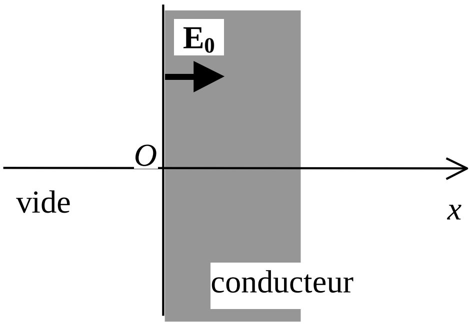
Quel est le nombre dN_i d'ions A_i franchissant une section d'abscisse donnée de la cellule entre les dates t et $t+dt$? Quelle charge dQ_i transportent ces ions pendant dt ? En déduire la contribution I_i des ions A_i à l'intensité I du courant traversant la cellule en fonction de q_i, f_i, n_i, L, S et U. Vérifier que le signe de q_i n'influe pas sur le signe de l'intensité du courant.

En déduire que la résistance R du cylindre s'écrit $R = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}$ et donner l'expression de la conductivité σ en fonction d'abord des n_i, q_i, f_i, puis des n_i, q_i, μ_i.

Exercice 3 : Conducteur en régime stationnaire

Un conducteur est soumis à un champ électrique extérieur uniforme et stationnaire $\mathbf{E_0} = E_0\mathbf{e_x}$.
A l'intérieur de ce conducteur, le champ électrique en régime stationnaire satisfait à l'équation différentielle (1) : $\Delta\mathbf{E} - \frac{\mathbf{E}}{\lambda_D^2} = \mathbf{0}$; λ_D est une longueur caractéristique du matériau,

appelée longueur de Debye, qui est de l'ordre de quelques nanomètres pour un conducteur usuel.
La surface du conducteur est supposée plane et l'axe *(Ox)* est choisi selon sa normale :



Dans cette configuration, le champ est de la forme : **E** = E(x)$\mathbf{e_x}$.

Déterminer E(x) puis la charge volumique $\rho(x)$. Déterminer la charge volumique ρ_0 sur la surface du conducteur en fonction de E_0, λ_D et ε_0.

On admettra que le champ électrique est continu en x = 0.

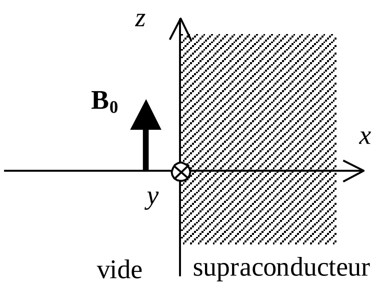
Compte-tenu de la valeur de λ_D et pour un échantillon de taille macroscopique, il est alors commode d'introduire la charge surfacique σ du conducteur. Exprimer σ en fonction de ρ_0 et de λ_D, puis en fonction de E_0 et de ε_0.

Exercice 4 : Supraconducteur en régime stationnaire – effet Meisner
Certains matériaux deviennent supraconducteurs (leur résistivité est alors nulle) en dessous d'une certaine température critique. Dans cet état, les porteurs de charge (densité volumique *n*, charge *q*, masse *m*) forment un fluide chargé, idéal, sans viscosité.
On montre alors qu'une composante quelconque ψ du champ magnétique **B** à l'intérieur du matériau satisfait à une équation du type (1): $\Delta\psi - \frac{\psi}{\lambda_L^2} = 0$ avec $\lambda_L^2 = \frac{m}{nq^2\mu_0}$.

On donne : $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H.m^{-1}, $m = 9.1\ 10^{-31}$ kg (masse de l'électron), $q = 1,6\ 10^{-19}$ C.

1) Préciser la dimension physique de λ_L, appelé paramètre de London. Calculer λ_L dans le cas du plomb pour lequel $n = 10^{28}$ m^{-3}.

2) Déterminer le champ magnétique et la densité de courant volumique **J** dans le supraconducteur ci-dessous, sachant qu'au voisinage de celle-ci le champ magnétique $\mathbf{B_0}$ à l'extérieur est tangentiel et vaut $B_0\mathbf{e_z}$. On admettra que dans ces conditions, le champ intérieur s'écrit B(x)$\mathbf{e_z}$ et que le champ est continu en x = 0.



3) Compte tenu de la valeur de λ_L les courants supraconducteurs peuvent être considérés comme surfaciques. Déterminer alors la densité de courant surfacique $\mathbf{J_S}$. Exprimer sa valeur J_S en fonction de J_0 = J(0), et de λ_L, puis en fonction de B_0 et de μ_0.

Quelques manipulations réalisées au Palais de la Découverte :

https://www.youtube.com/watch?v=nM56ZdW-lZw