

Mines-Ponts 2015 – Extrait

Dans ce problème, on se propose de dimensionner une installation de production en continu de diazote N_2 liquide, fonctionnant en régime permanent (procédé Linde).

Le schéma de principe de l'installation est proposé sur la figure 1.

Le problème débute par une description complète de l'installation ; les réponses aux questions exigent la prise en compte de l'ensemble des données décrivant l'installation ainsi que du diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe.

Du diazote gazeux entre en continu dans la machine avec un débit massique D_m , dans les conditions $p_E = 1,00$ bar, $T_E = 300$ K.

Il atteint un mélangeur où on le mélange avec du diazote gazeux de débit D' dans les mêmes conditions p_E, T_E . En sortie du mélangeur (M), le débit massique de diazote gazeux est donc $D = D_m + D'$, toujours dans les conditions (p_E, T_E) .

Après passage par le mélangeur, le diazote traverse une série d'étages de compression.

Chacun de ces étages est constitué d'un *compresseur adiabatique* (C) suivi d'un *réfrigérant isobare* (R) à circulation d'eau froide ; en sortie du réfrigérant, le diazote gazeux est ramené à une température de sortie égale à T_E .

Les N étages compresseur-réfrigérant sont identiques ; ainsi le rapport de compression $r = \frac{p_{\text{sortie}}}{p_{\text{entrée}}}$ est le même pour chacun des N compresseurs. Après la traversée du dispositif, le diazote atteint donc le point A à la pression $p_A = r^N p_E = 100$ bar et à la température $T_A = T_E$.

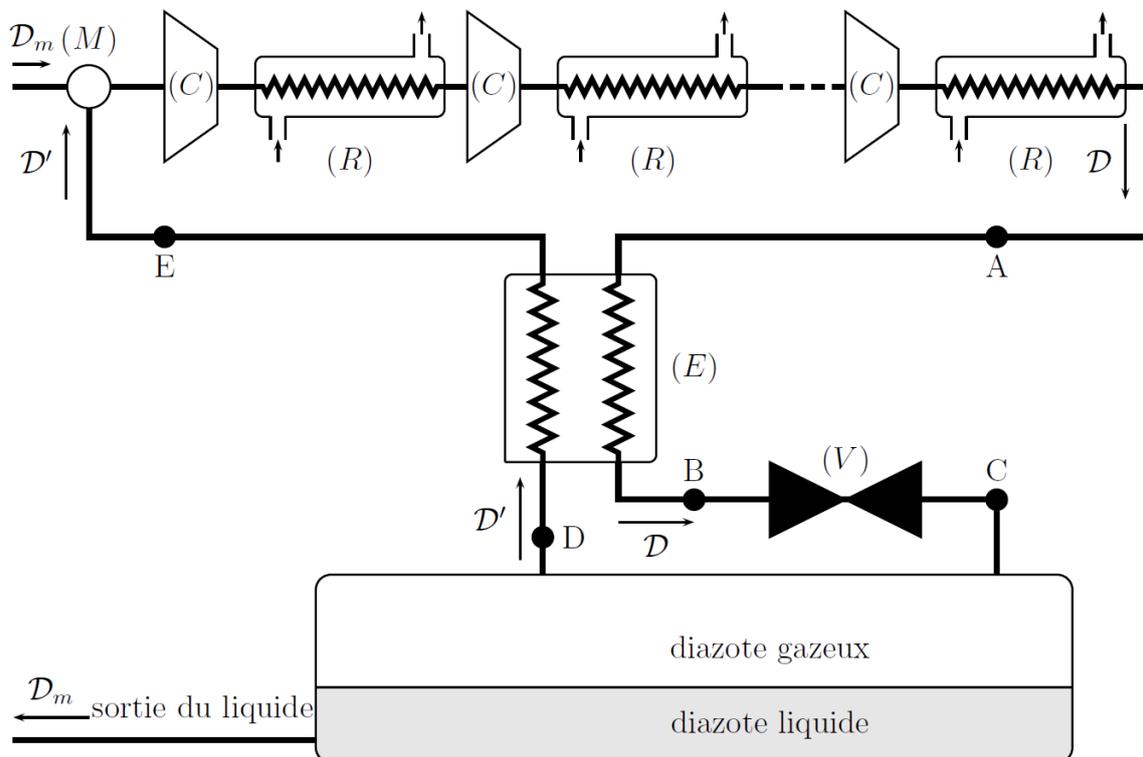


Figure 1 – Schéma de principe d'une installation de liquéfaction de diazote

L'eau liquide utilisée dans chacun des réfrigérants circule à la pression constante de 1,00 bar ; la température de l'eau à l'entrée du dispositif de refroidissement est $T_e = 280$ K.

On note $c_e = 4,19$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ la capacité thermique massique de l'eau liquide, considérée comme une constante.

Le diazote gazeux aborde entre A et B un échangeur thermique à contre-courant le long duquel il subit un refroidissement isobare ; à sa sortie, le fluide est dans l'état $p_B = p_A, T_B$.

Ce refroidissement est suivi d'une détente isenthalpique dans une vanne de détente (V).

A la sortie du robinet, le diazote est au point C : c'est un mélange liquide-vapeur dont la fraction massique de liquide est notée x , à la pression atmosphérique $p_C = p_E$, et à la température $T_C = T_{éb}(p_C) = 77 \text{ K}$. A cette température, la densité du diazote liquide est $d = 0,81$.

La fraction massique x de diazote liquéfié est faible, on extrait seulement du réservoir un débit massique modeste D_m de diazote liquide dans les conditions (p_C, T_C) ; le diazote gazeux recyclé est renvoyé, avec un débit massique D' , vers l'échangeur (E). Ce courant du diazote gazeux entre dans (E) aux conditions $p_D = 1,00 \text{ bar}, T_D = 77 \text{ K}$.

Dans l'échangeur (E), le diazote se réchauffe à pression constante et arrive au point E dans les conditions $p_E = 1,00 \text{ bar}, T_E = 300 \text{ K}$, avant d'être renvoyé vers le mélangeur.

Pour des raisons techniques, on impose deux limites de fonctionnement :

- la température du diazote ne doit, en aucun point du dispositif, dépasser $T_{max} = 400 \text{ K}$;
- la température de l'eau de refroidissement ne doit pas dépasser $T'_{max} = 350 \text{ K}$ en sortie des réfrigérants (R).

Le diazote gazeux est diatomique, sa masse molaire vaut $M = 28,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. On notera h_K son enthalpie massique en un point K du schéma de la figure 1.

La constante molaire des gaz parfaits est $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

A.) Dimensionnement des étages de compression

Dans cette seule partie A. le diazote est assimilé à un gaz parfait.

1) Que vaut le rapport $\gamma = C_p/C_v$ des capacités thermiques du diazote ? On admet que les compresseurs fonctionnent de manière réversible. Déterminer et calculer la valeur minimale de N compatible avec les exigences décrites ci-dessus. On adoptera cette valeur dans la suite. Donner r et T_{sortie} dans ce cas.

2) On note D_{eau} le débit massique du courant d'eau liquide circulant dans chaque réfrigérant (R). Déterminer l'expression et calculer la valeur minimale du rapport D_{eau}/D compatible avec les exigences ci-dessus.

B.) Diagramme enthalpique du diazote

Dans cette partie I.B et la suivante I.C, le diazote n'est plus assimilé à un gaz parfait. La figure 5 fournie en annexe, représente le diagramme enthalpique du diazote sous la forme d'un réseau de courbes.

3) Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{E}_1 . En justifiant votre réponse, déterminer l'asymptote de cette courbe à basse pression.

4) Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{E}_2 . Justifier le sens de variation de cette courbe.

5) Identifier et nommer les états possibles du diazote sur la courbe \mathcal{E}_3 .

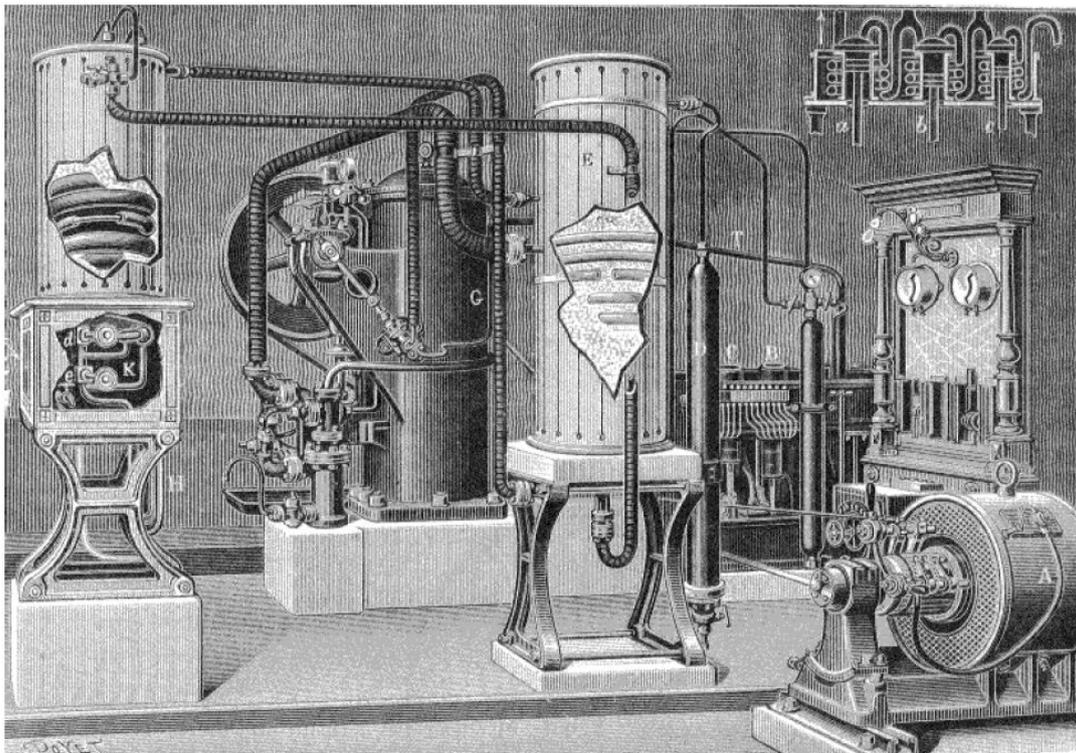
6) Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{E}_4 . On considère la transformation amenant le diazote de l'état représenté par le point M_1 à celui représenté par le point M_2 suivant le segment $[M_1M_2]$. Décrire l'état du diazote en M.

C.) Dimensionnement de l'échangeur (E)

- 7) Exprimer h_c en fonction de x et des enthalpies massiques du diazote liquide et gazeux, notées h_{liq} et h_{vap} , dans le réservoir.
- 8) Le réservoir utilisé en sortie de l'appareil fonctionne aussi en régime permanent ; relier x , D et D_m puis x , D' et D .
- 9) Par un bilan que l'on précisera pour le fonctionnement de (E), déterminer x en fonction de h_A , h_E et h_{liq} .
- 10) En exploitant le diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe, déterminer les valeurs de h_A , h_E , h_{liq} et h_{vap} . Evaluer x avec 2 chiffres significatifs. Quelle valeur aurait-on obtenue en considérant que le diazote gazeux vérifie la loi des gaz parfaits ?
- 11) Reproduire sommairement le diagramme enthalpique du diazote en y faisant figurer la courbe \mathcal{E}_3 et l'isobare à la pression du point B du dispositif. En déduire la valeur de la température et l'état du diazote en ce point.
- 12) La production de diazote liquide s'effectue avec un débit $D_m = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans le cadre du modèle du gaz parfait, évaluer la puissance mécanique qui est nécessaire au fonctionnement de l'ensemble des N compresseurs (C).

Comparer votre résultat à la citation suivante, publiée lors de l'exposition universelle de 1900 :
« Nous avons immédiatement décrit le principe de l'appareil de M. le Dr. Carl Linde ; quelques mois plus tard, M. le Dr. d'Arsonval faisait installer dans son laboratoire du Collège de France une petite machine de 3 chevaux destinée à fournir un litre d'air liquide par heure. L'illustration ci-dessous accompagnait l'article cité. »

On notera que $3,0 \text{ hp} \approx 2,2 \text{ kW}$; hp est le symbole de l'unité « cheval-vapeur ».



Enthalpie massique [kJ·kg⁻¹]

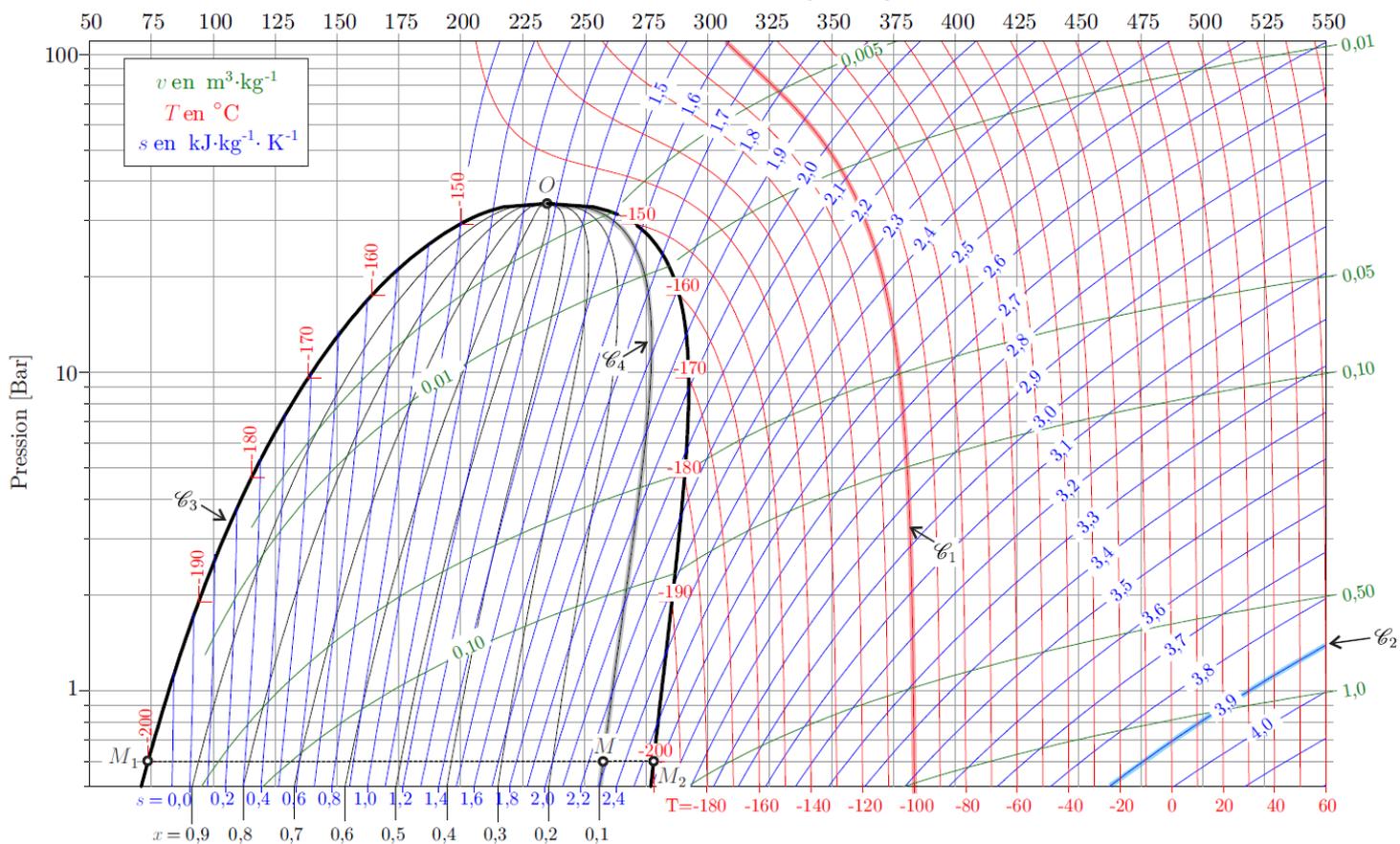


FIGURE 5 – Diagramme enthalpique du diazote

Installation de liquéfaction.

- Entrée des étages ($D_m + D'$); $P_E = 1 \text{ bar}$, $T_E = 300 \text{ K}$
- (C) : isentropique ; (R) isobare, T_E en sortie.
(adiabatique + A.1.)
 $P_A = r^N P_E = 100 \text{ bars}$, $T_A = T_E$.
- $H_2O(g)$: 1 bar , $T_c = 280 \text{ K}$, $c_e = 4,19 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- (E) } échangeur
 } isobare $P_B = P_A$.
- (V) } détente
 } isenthalpique liq. : x , D_m , 77 K , $d = 0,81$, $P_c = P_E$
 } gaz : D' , 77 K , $P_D = P_E$.

T_{\max} est la température maximale du diazote en sortie du $N^{\text{ième}}$ compresseur : $T_{\max} = 400 \text{ K}$.

$T_{e \max} = T'_{\max} = 350 \text{ K}$

A. ①. G.P. diatomique : $U = \frac{5}{2} nRT$ et $H = U + PV = \frac{7}{2} nRT$

$C_{p,m} = \frac{7}{2} R$, $C_{v,m} = \frac{5}{2} R$, $\gamma = \frac{7}{5}$.

• isentropique, Laplace, $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$; entre l'entrée et la sortie du $N^{\text{ième}}$ compresseur :

$P_A = r^N P_E$ d'une part et $T'_A = T_E \left(\frac{P_A}{P_E} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_E \frac{\gamma-1}{\gamma}$

(pour le k -ième compresseur $T_{k+1} = T_E \left(\frac{P_k}{P_{k+1}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$).

D'où $T'_A = T_E \left(\frac{P_A}{P_E} \right)^{\frac{1-\gamma}{N\gamma}}$ et finalement :

NB : J'ai noté T'_A la température de l'azote en sortie du $N^{\text{ième}}$ compresseur. Pour l'AN, T'_A est pris égal à T_{\max} (cf. ci-dessus)

$N = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln(P_A/P_E)}{\ln(T'_A/T_E)}$

$N = 5$ étages.

$$N=5 \rightarrow r = \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{1/5} = 2,5 \quad (2)$$

$$T'_A = T_E \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{\frac{1,4}{5 \cdot 1,4}} = 390 \text{ K } (< 400 \text{ K} \dots)$$

(2) Le réfrigérant est un élément de machine sans pièce mobile. On lui applique le 1^{er} pppe industriel du point de vue de l'évaluation d'angle:

$$D_{CP_{N_2}} (T_E - T_R) = \mathcal{P}_{\text{th}}, \text{ avec } \mathcal{P}_{\text{th}} = -D_e c_e (T'_{\text{sortie}} - T_e)$$

soit $D_{CP_{N_2}} (T_E - T_R) = -D_e c_e (T'_{\text{sortie}} - T_e)$

avec $c_{P_{N_2}} = \frac{R\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{1}{M}$ et $T_R = T_E \cdot r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ (cf. ①)

De plus $T'_{\text{sortie}} < T'_{\text{max}}$.

$$\frac{D_e}{D} = \frac{R\gamma}{(\gamma-1)M} \cdot \frac{1}{c_e} \frac{T_E (r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}{T'_{\text{max}} - T_e}; \text{ AN: } 0,32.$$

B. (3) Les courbes rouges (\mathcal{E}_1 en est une) sont des isothermes. $T_{\mathcal{E}_1} = 100^\circ\text{C}$.

A basse pression, l'enthalpie massique est constante sur l'isotherme. Le gaz N_2 suit la deuxième loi de Joule: H n'est fonction que de T : $dH = m c_p dT$.

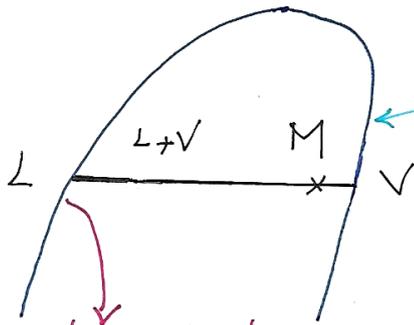
(4) Les courbes bleues (dont \mathcal{E}_2) sont des isentropiques. $S_0 = 3,9 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

(R: • $\vec{H}[P]$, $s \nearrow$ si $T \nearrow$: augmentation de l'ordre
 • $\vec{H}[T]$, $s \searrow$ si $P \nearrow$: augmentation de l'ordre.
 • pour une courbe \mathcal{E}_2 le long de \mathcal{E}_2 : $dh = v dp + T ds = v dp$ donc $h \nearrow$ si $P \nearrow$)

⑤ Z_3 est la courbe de saturation.

③

o → point critique.



rosée : tout gazeux + "1 goutte de liquide"

ébullitions : tout liquide + "1 bulle de vapeur"

⑥ des courbes moires à l'intérieur de la courbe de saturation sont les isothermes. En H on lit $x=0,1$

C. ⑦ $x_c = \frac{h_c - h_{vap}}{h_{liq} - h_{vap}}$, théorème des moments.

R: C est un point équivalent à H ci-dessus.

⑧ En R.P. la conservation de la masse

entraîne la conservation des débits massiques: $D = D' + D_m$.

soit, sachant que x est liq et $(1-x)$ gazeux: $D_m = xD$ et $D' = (1-x)D$

⑨ de même raisonnement que pour le réfrigérant, à la question ②, conduit à :

$$D' (h_E - h_D) + D (h_B - h_A) = 0$$

or $D' = (1-x)D$; $h_B = h_c$ (isenthalpique) et $h_D = h_{vap}$

$$D(1-x)(h_E - h_{vap}) + D(x h_{liq} + (1-x) h_{vap}) - h_A = 0.$$

$$(1-x)h_E + x h_{liq} - h_A = 0, \text{ et } x = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{liq}}$$

⑩ A: 300K, 100bars $\Rightarrow h_A = 495 \text{ kJ kg}^{-1}$

C: $T_c = 77K = -196^\circ C$ } \rightarrow $h_{vap} = 82 \text{ kJ kg}^{-1}$
 $P_c = 1 \text{ bar}$ } $h_{liq} = 280 \text{ kJ kg}^{-1}$

E: 300K; 1bar; $h_E = 520 \text{ kJ kg}^{-1}$

$x = 0,06$ (lectures peu aisées...)

Si G.P. : $h_A = h_E$ car $T_A = T_E$, donc $\alpha_{G.P.} = 0$. (4)

(11) $P_B = P_A = 100$ bars, échangeur isobare. } cf. Honore.
 $h_B = h_C$: la somme fractionnaire de manière isenthalpique.
 → Avec $\alpha_c = 0,06$ et $P_c = 1$ bar, on place C, puis on "remonte" verticalement à 100 bars et on lit $T_B \approx -115^\circ\text{C}$

→ En B, le diazote est superfluide ou supercritique : sa température et sa pression sont supérieures aux valeurs critiques $T_c = -147^\circ\text{C}$ et $P_c = 34$ bars

(12) Pour un compresseur adiabatique, le 1^{er} ppv industriel s'écrit $D(h_{\text{sortie}} - h_{\text{entrée}}) = \dot{Q}_m$

or $D = \frac{D_m}{z}$ et, G.P. : $h_{\text{sortie}} - h_{\text{entrée}} = \frac{R\gamma}{(\gamma-1)M} (T_{\text{sortie}} - T_E)$

avec $T_{\text{sortie}} = T_E r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

D'où $\dot{Q}_m = \frac{D_m}{z} \frac{R\gamma T_E}{M(\gamma-1)} (r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)$
 et $\dot{Q}_{\text{total}} = 5 \dot{Q}_m$ car $N=5$.

P.N. : 245 kW.

Comparaison : 1L d'air → 0,8L de N_2/h

or $d = 0,81 \rightarrow$ soit $0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,81 \cdot 10^3 = 0,65 \text{ kg h}^{-1}$

soit $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg s}^{-1}$.

soit $\dot{Q} = 245 \cdot \frac{1,8 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \text{ kW}$

Ceci représente environ 2 hp ; l'ordre de grandeur est le

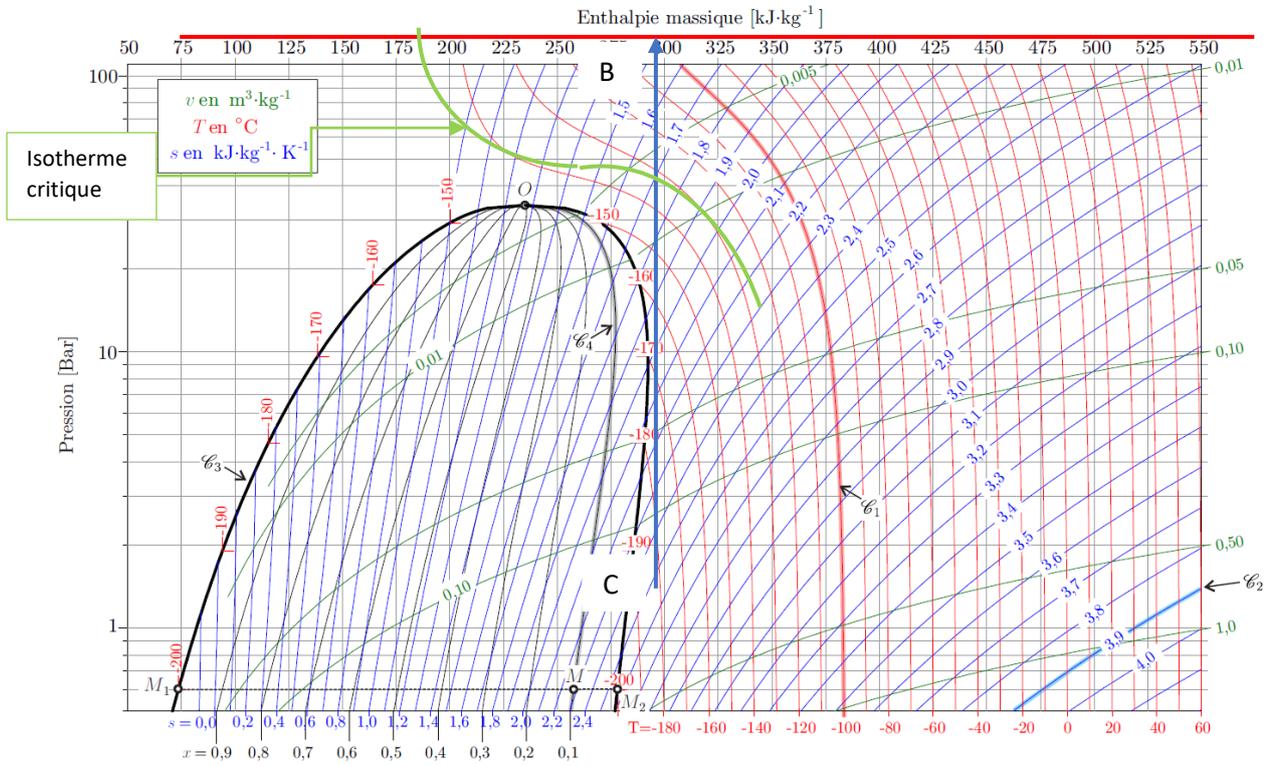


FIGURE 5 – Diagramme enthalpique du diazote