

ANALYSE DE RELEVES

Q1) Le gain statique K correspond au rapport des amplitudes sortie/entrée pour une pulsation (fréquence) nulle :

$$K = \frac{s_0}{e_0} = \frac{100}{20} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K = 5 \text{ sans unité}}$$

Q2) On mesure sur le graphique une hauteur du pic de résonance de 160 mV pour une valeur initiale (à la fréquence de 0 Hz) de 100 mV :

$$\Rightarrow Q = \frac{160}{100} = 1,6 \text{ sans unité}$$

$$Q = 1,6 = \frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}} \quad \Rightarrow \quad 4m^2(1-m^2) = \frac{1}{1,6^2} = 0,39 \quad \Rightarrow \quad -4m^4 + 4m^2 - 0,39 = 0$$

Faisons le changement de variable suivant : $X = m^2 \Rightarrow 4X^2 - 4X + 0,39 = 0$

$$\Delta = "b^2 - 4ac" = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 0,39 = 9,76$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = " \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} " = \frac{-(-4) + \sqrt{9,76}}{2 \times 4} = 0,89 & \Rightarrow m = +\sqrt{X_1} = 0,94 > 0,7 \text{ pas OK} \\ X_2 = " \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} " = \frac{-(-4) - \sqrt{9,76}}{2 \times 4} = 0,11 & \Rightarrow m = +\sqrt{X_2} = 0,33 \end{cases}$$

On a une seule solution (positive et inférieure à $0,7$) pour avoir résonance $m = 0,33$

Q3) On mesure la fréquence de résonance : $f_R = 0,9 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_R = 2\pi f_R = 2\pi \times 0,9 = 5,65 \text{ rad/s}$

$$\text{On en déduit } \omega_R = \omega_0 \sqrt{1-2m^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\omega_R}{\sqrt{1-2m^2}} = \frac{5,65}{\sqrt{1-2 \times 0,33^2}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 6,4 \text{ rad/s}}$$

Q4) On a obtenu précédemment : $K = 5$, $m = 0,33$ et $\omega_0 = 6,4 \text{ rad/s}$ on en déduit :

$$H(p) = \frac{K}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{5}{1 + 2 \times 0,33 \times \frac{p}{6,4} + \frac{p^2}{6,4^2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H(p) = \frac{5}{1 + 0,103 p + 0,024 p^2}}$$

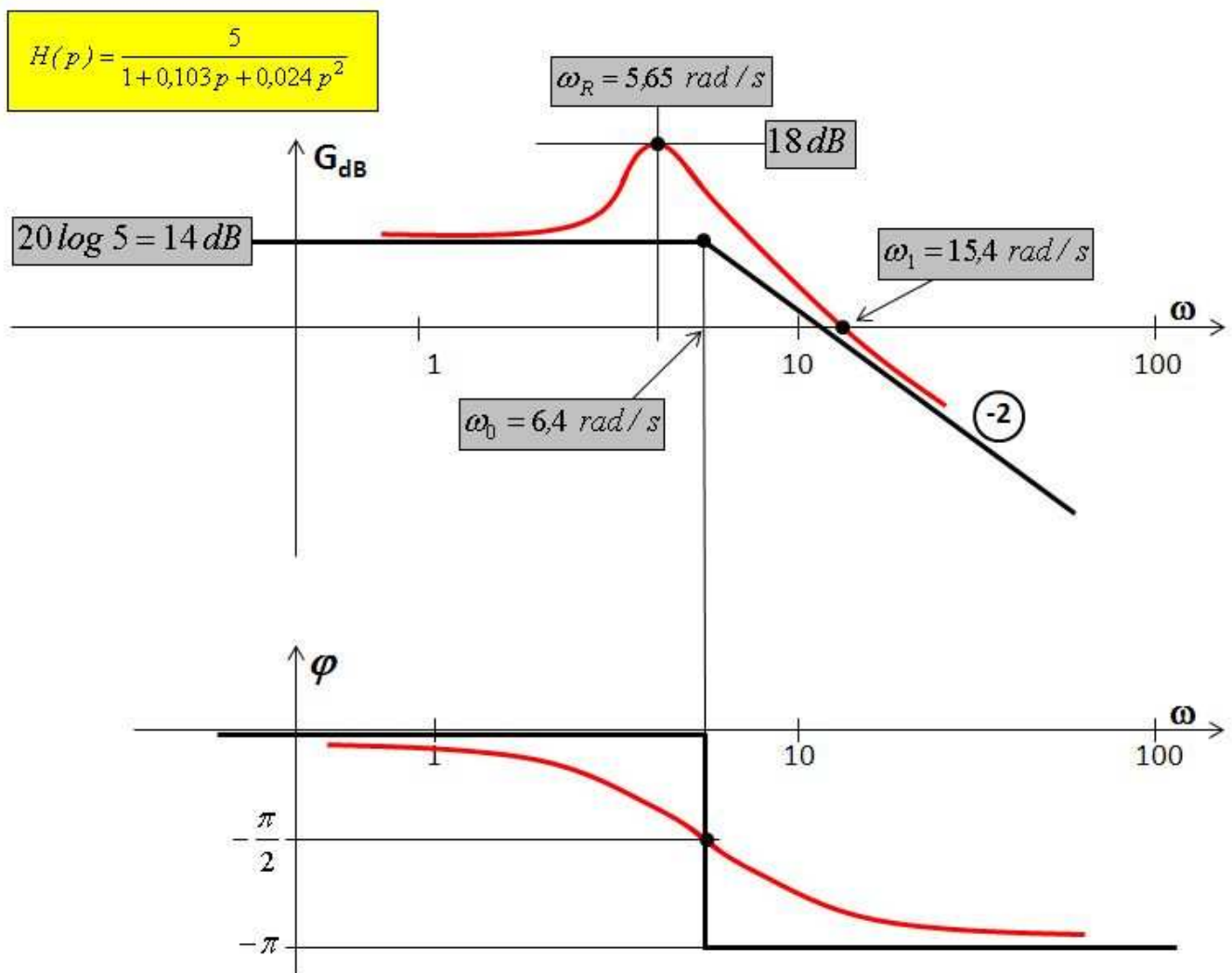
A la fréquence de résonance on mesure une amplitude de sortie valant **160 mV** d'où :

$$20 \log \left(\frac{A_{s_R}}{A_{e_R}} \right) = 20 \log \left(\frac{160}{20} \right) = 18 \text{ dB} \quad \Rightarrow \quad G_R = 18 \text{ dB}$$

La pulsation ω_1 de coupure à **0 dB** se produit quand le gain en **dB** est nul, autrement dit quand l'amplitude de sortie vaut celle d'entrée, soit **20 mV**.

On mesure une amplitude de sortie de **20 mV** pour une fréquence de **2,45 Hz**.

$$\Rightarrow \omega_1 = 2\pi \times 2,45 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = 15,4 \text{ rad/s}$$



En utilisant le logiciel *Matlab* on obtient les résultats suivants :

