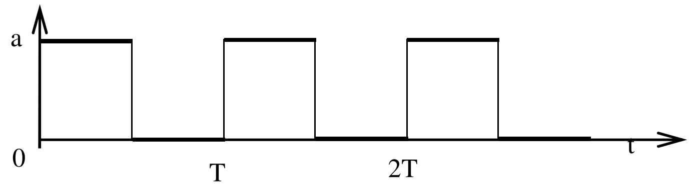
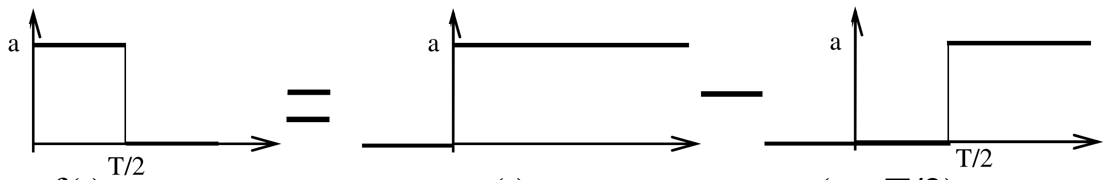
<u>Signal N°1</u> : rechercher la transformée de Laplace du signal (d'une durée infinie) suivant :

g(t) =



<u>Méthode :</u> décomposer la première période ici f(t) en une somme de fonctions définies entre **-∞** et **+∞.**
Penser à utiliser la fonction existence.



f(t) = a.u(t) – a.u(t – T/2)

Transformer cette fonction somme (utilisation de la linéarité)

$$f(t) = a.u(t) - a.u(t - T/2) \Rightarrow F(p) = \frac{a}{p} - \frac{a}{p}e^{-Tp/2} = \frac{a}{p}(1 - e^{-Tp/2})$$

Exprimer la fonction du signal comme une somme infinie de termes retardés

$$g(t) = f(t) + f(t - T) + f(t - 2T) + \ldots\ldots + f(t - nT) + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} f(t - nT)$$

Transformer cette fonction en utilisant la linéarité et le théorème du retard :

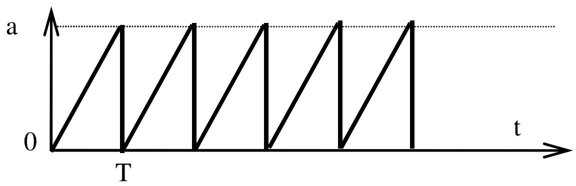
$$\Rightarrow G(p) = F(p) + e^{-Tp}F(p) + e^{-2Tp}F(p) + \ldots. + e^{-nTp}F(p) + \ldots$$

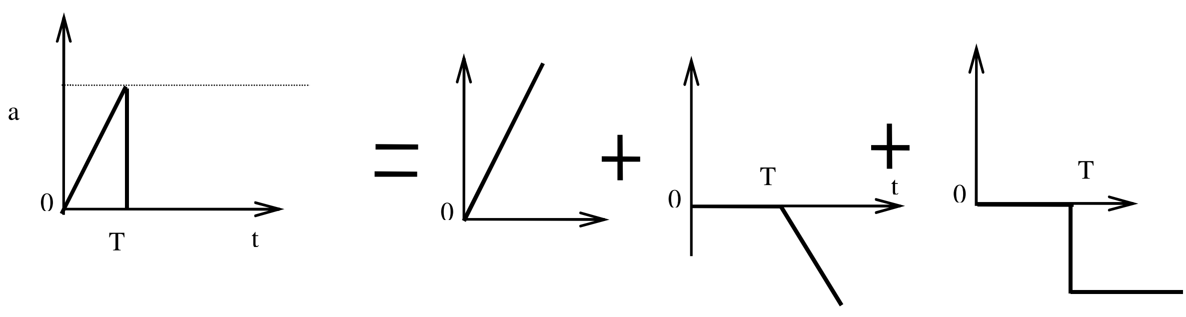
Puis faire la somme (infinie) des termes de la progression géométrique obtenue en factorisant la transformée de la première période :

$$\frac{1+r^n}{1-r}\text{ici} : \frac{1 - \lim\limits_{n\to\infty} e^{-nTp}}{1 - e^{-Tp}} = \frac{1}{1 - e^{-Tp}}$$

$$\Rightarrow G(p) = F(p)\sum_{n=0}^{\infty} e^{-2nTp} = \frac{F(p)}{1 - e^{-Tp}} = \frac{a}{p}(1 - e^{-Tp/2}).\frac{1}{1 - e^{-Tp}} = \frac{a}{p}\frac{(1 - e^{-Tp/2})}{(1 - e^{-Tp/2})(1 + e^{-Tp/2})} = \frac{a}{p(1 + e^{-Tp/2})}$$

<u>Signal N°2</u> : rechercher la transformée de Laplace du signal (d'une durée infinie) suivant :





f(t) =(a/T)t.u(t) – (a/T)(t-T).u(t - T) – a.u(t - T) $\Rightarrow F(p) = \frac{a}{Tp^2} - \frac{a}{Tp^2}e^{-Tp} - \frac{a}{p}e^{-Tp} = \frac{a}{p}(\frac{1}{Tp} - \frac{e^{-Tp}}{Tp} - e^{-Tp})$

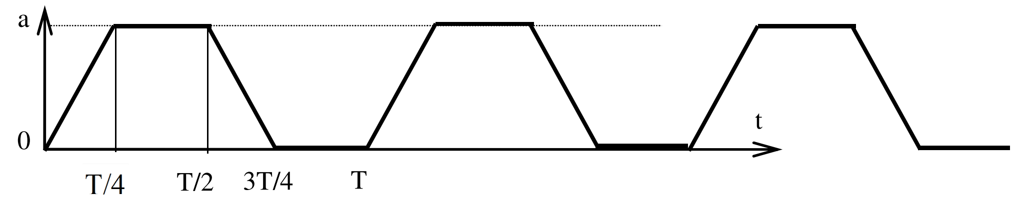
Transformée du signal périodique associé au signal triangulaire:

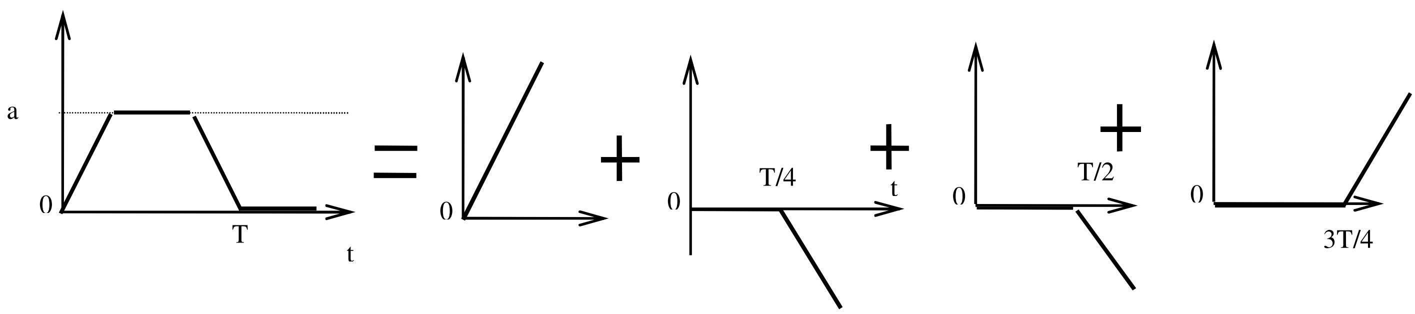
g(t) = f(t) + f(t - T) + f(t - 2T) + f(t - 3T) + ...+ f(t - nT) + ... = $\sum_{n=0}^{\infty} f(t-nT)$

$$\Rightarrow G(p) = F(p) + e^{-Tp}F(p) + e^{-2Tp}F(p) + \dots + e^{-nTp}F(p) + \dots = F(p)\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nTp} = \frac{F(p)}{1-e^{-Tp}}$$

$$\Rightarrow G(p) = \frac{a}{p}.(\frac{1}{Tp} - \frac{e^{-Tp}}{Tp} - e^{-Tp})\frac{1}{1-e^{-Tp}}$$

<u>Signal N°3</u> : rechercher la transformée de Laplace du signal (d'une durée infinie) suivant :





f(t) =(4a/T)t.u(t) – (4a/T)(t-T/4).u(t - T/4) - (4a/T)(t-T/2).u(t - T/2) +(4a/T)(t-3T/4).u(t - 3T/4)

$$\Rightarrow F(p) = \frac{4a}{Tp^2} - \frac{4a}{Tp^2}e^{\frac{-T}{4}p} - \frac{4a}{Tp^2}e^{\frac{-T}{2}p} + \frac{4a}{Tp^2}e^{\frac{-3T}{4}p} = \frac{4a}{Tp^2}(1 - e^{\frac{-T}{4}p} - e^{\frac{-T}{2}p} + e^{\frac{-3T}{4}p})$$

Transformée du signal périodique associé au signal trapézoïdal symétrique :

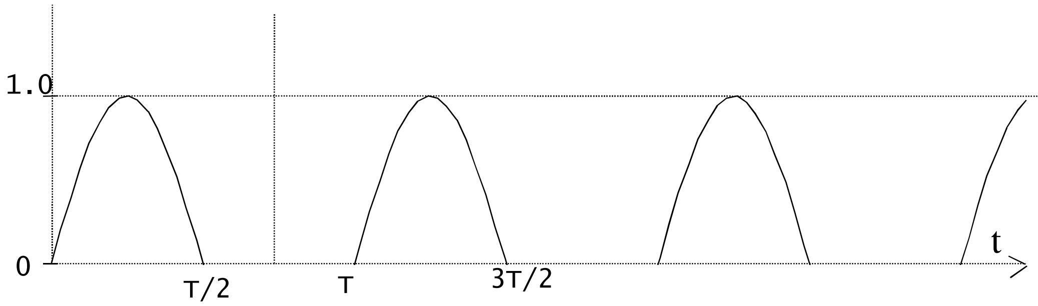
g(t) = f(t) + f(t - T) + f(t - 2T) + f(t - 3T) + ...+ f(t - nT) + ... = $\sum_{n=0}^{\infty} f(t-nT)$

$$\Rightarrow G(p) = F(p) + e^{-Tp}F(p) + e^{-2Tp}F(p) + \dots + e^{-nTp}F(p) + \dots = F(p)\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nTp} = \frac{F(p)}{1-e^{-Tp}}$$

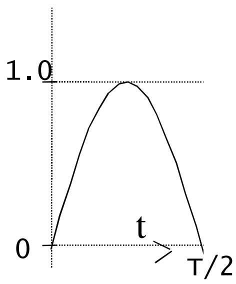
$$\Rightarrow G(p) = \frac{4a}{Tp^2}.\frac{(1 - e^{\frac{-T}{4}p} - e^{\frac{-T}{2}p} + e^{\frac{-3T}{4}p})}{1-e^{-Tp}}$$

<u>Signal N°4</u> : rechercher la transformée de Laplace du signal (d'une durée infinie) suivant :

Le signal g(t) est constitué d'arcs de sinusoïde



f(t) =

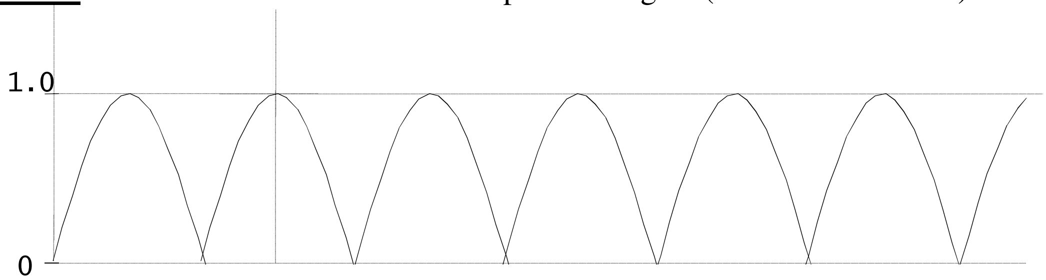


$$f(t) = u(t).\sin\frac{2\pi}{T}t + u(t-\frac{T}{2}).\sin\frac{2\pi}{T}(t-\frac{T}{2})$$

$$\Rightarrow L\left[f(t)\right] = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}} + \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}e^{-\frac{T}{2}p} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}(1+e^{-\frac{T}{2}p})$$

$$\mathcal{L}\left[g(t)\right] = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}(1+e^{-\frac{T}{2}p})\sum_{n=0}^{\infty}e^{-nTp} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}(1+e^{-\frac{T}{2}p})\frac{1}{1-e^{-Tp}} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\left[1-e^{-\frac{T}{2}p}\right]\left[p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}\right]}$$

<u>Signal N°5</u> : rechercher la transformée de Laplace du signal (d'une durée infinie) suivant :



Pour la première période f(t) identique au signal N°4, mais pour le signal complet retard de T/2 au lieu de T

$$\mathcal{L}\left[g(t)\right] = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}(1+e^{-\frac{T}{2}p})\sum_{n=0}^{\infty}e^{-n\frac{T}{2}p} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}}(1+e^{-\frac{T}{2}p})\frac{1}{1-e^{-\frac{T}{2}p}} = \frac{\frac{2\pi}{T}(1+e^{-\frac{T}{2}p})}{\left[1-e^{-\frac{T}{2}p}\right]\left[p^2+\frac{4\pi^2}{T^2}\right]}$$